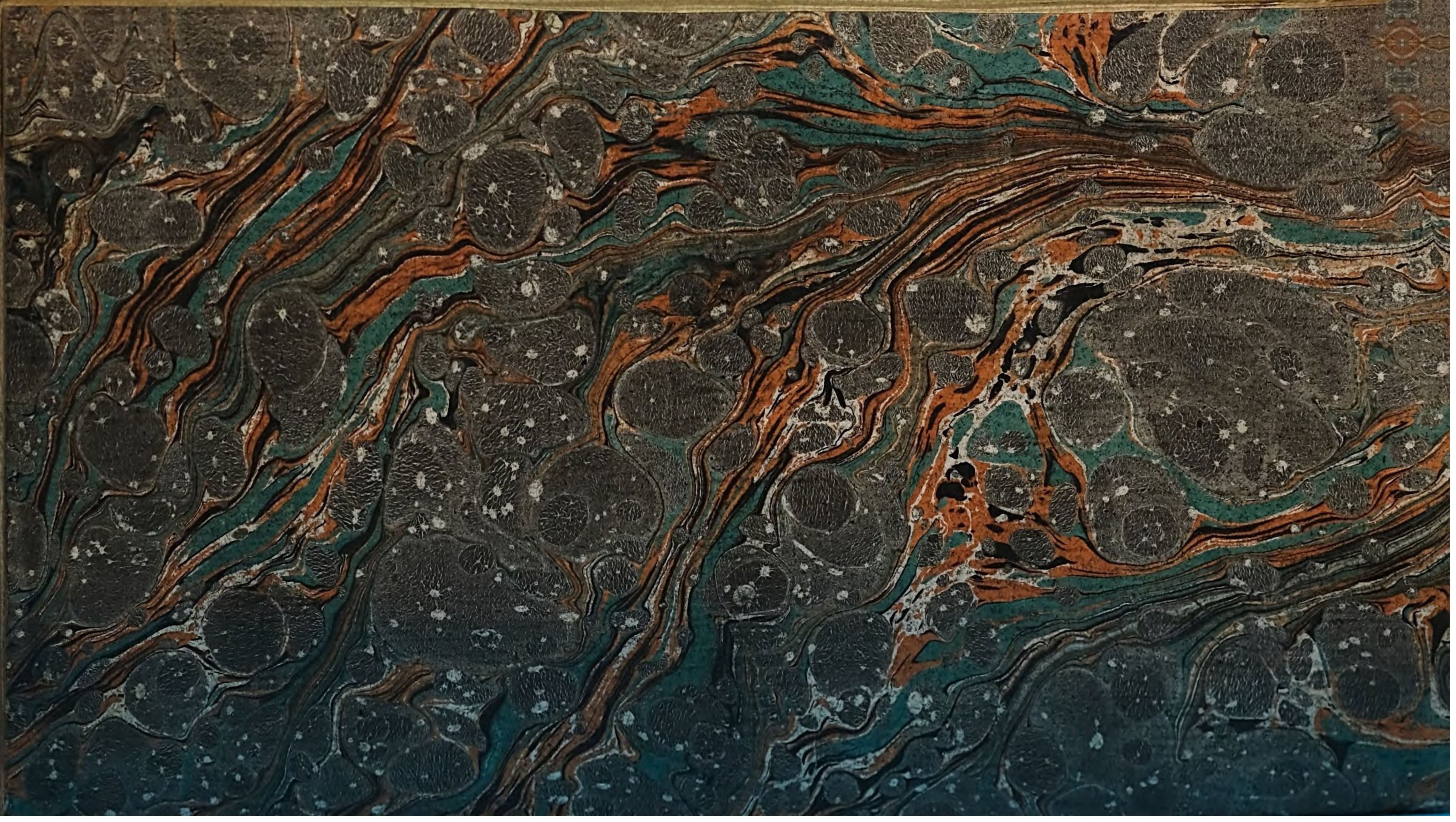

Ф. XI. 1147. d.

Hb n. o. Hb/4.

Vollständiger und faßlicher

Unterricht

in der

Naturlehre.

In einer Reihe von Briefen.

Mit Kupfern.

Neue ganz umgearbeitete Auflage.

BIBLIOTHECA CIVITATIS BABENBERGENSIS.

Von

Michael Hube,

Generaldirektor und Professor in Warschau.

Vierten Bandes

Erste Abtheilung.

Leipzig,

bey Georg Joachim Göschen. 1801.

STAATS-
BIBLIOTHEK
BAMBERG

Inhalt des vierten Bandes.

Erste Abtheilung.

I. Die Chronologie.

Stunden, Tage, Jahre und Monate. 1. Brief. Seite 3 bis 11

II. Sphärische Astronomie.

Pole und Axe des Himmels. Tagekreise. Kulminiren der Sterne. Ihre Morgenweite und Abendweite. Durchgangsfernrohr. Fadendreyecke. Azimutalquadrant. Uebereinstimmende Höhen der Sterne. Wie man die Polhöhe findet. Erster Scheitelkreis. 2. Brief. S. 11 — 22

Sterntag und Sternzeit. Stundenkreise. Zeitbogen und Stundenwinkel. Abweichung und Zeit des Durchgangs der Sonnenscheibe durch den Meridian. Parallelfäden und Stundenfäden. Mikrometer. Die gerade Aufsteigung. Parallaktische Maschine. Schiefe Aufsteigung.

Aufsteigungsunterschied. Tagbogen eines Sterns. Wie man die Höhe eines Sterns oder seine Morgenweite und Abendweite durch Rechnung finden kann. 3. Brief. S. 22—40

Dämmerung und ihre Dauer. Sehungsbogen der Sterne. Ekliptik. Ihre Schiefe. Koluren. Himmlische Zeichen. Zeit der kürzesten Dämmerung. Höhe der Atmosphäre. Neunzigster. 4. Brief. S. 40—56

Breite und Länge der Sterne. Breitenkreise. Jetzige Schiefe der Ekliptik. Mittlerer Lauf der Sonne. Mittlerer Mittag und wahrer Mittag. Sonnenzeit und Gleichung der Zeit. Probiruhren. Astronomische und bürgerliche Zeit; laufende und verfloßne Ursachen der Ungleichförmigkeit der Sonnenzeit. 5. Brief. S. 56—66

Vorrücken der Nachtgleichen. Platonisches Jahr. Tropisches Jahr. Sternjahr. Sternbilder. 6. Brief. S. 67—74

III. Theorische Astronomie.

Mondsbrüche. Planeten und ihre Aspekten. Syzygien. Ursache und Erklärung der Mondbrüche. Sternmonat. Periodischer Monat. Synodischer Monat. Mondenjahr. 7. Brief. S. 75—86

Wie man die Strahlenbrechung durch Beobachtung findet. Parallaxe der Sterne. Horizontalparallaxe und Höhenparallaxe. Horizontaler Durchmesser des Mondes. Wie man die Parallaxe durch Beobachtung findet. Aequatorische Parallaxe. 8. Brief. S. 86—95

Entfernung und Größe des Mondes und der Sonne. Erdferne. Erdnähe. Apsiden. Sonnenferne. Sonnennähe.

Ekzentrizität. Anomalistisches Jahr. Knoten der Mondbahn. Wie man sie beobachtet. Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik. 9. Brief. S. 95—104

Anomalistischer Monat. Drachenmonat. Mondflecken. Drehung und Schwanken des Mondes. Wahrscheinliche Beschaffenheit der Mondfläche. 10. Brief. S. 104—116

Sonnenflecken und Drehung der Sonne. Ihr Aequator. Beschaffenheit ihrer Oberfläche. 11. Brief. S. 117—128

Mondfinsternisse und Sonnenfinsternisse. Ihre Größen und Grenzen. 12 und 13. Brief. S. 128—147

Drehung der Erde und Bewegung um die Sonne. Folgen derselben. 14. Brief. S. 147—155

Parallaxe der Fixsterne. Abirrung des Lichts. Geschwindigkeit desselben und Finsternisse der Trabanten Jupiters. 15. Brief. S. 155—166

Planeten, obre und untre. Hauptplaneten und Nebenplaneten. Erklärung ihres scheinbaren Laufs. Obre und untre Zusammenkunft der untern. Ausweichung derselben. 16. Brief. S. 166—176

Gegenscheine der obern Planeten. Umlaufszeiten der Planeten. Synodische Jahre derselben. Ihre Entfernungen von der Sonne. Knoten der Planetenbahnen. Ihre Neigung. Heliozentrische und geozentrische Breite und Länge der Planeten. Verkürzte Entfernung. Argument der Breite. Winkel an der Erde. Winkel an der Sonne. Parallaxe der Erdbahn. 17. Brief. S. 176—189

Die Planeten bewegen sich in Ellipsen. Keplerische Theorie. Ekzentrischer Kreis. Der Führer. Wahre Anomalie. Ekzentrische und mittlere. Gleichung des Mittel-

punkts. Wie man eine Anomalie aus der andern findet. Epoche der Bewegung eines Planeten. Elemente seiner Bahn. Bewegung der Apsiden der Erde und anomalistisches Jahr. 18. Brief. S. 189—206

Das Sonnensystem. Herschel. Saturn; seine Ringe und ihre Knotenlinie; seine 7 Monde. Jupiter und seine 4 Monde. Jovilabium. 19. Brief. S. 207—219

Mars. Die Erde. Venus und Merkur. Erscheinungen ihres Lichts. Abendstern. Morgenstern. Durchgang der untern Planeten durch die Sonne. Tabellen. 20. Brief. S. 220—235

Durchgang der Venus durch die Sonne und Bestimmung der Sonnenparallaxe aus ihrer Beobachtung. Die Kometen. 21. Brief. S. 235—243

Bahnen der Kometen und ihre Berechnung. 22. Brief. S. 244—255

Das Weltgebäude. Seine unermeßliche Größe. Die Nebelflecken. Die Himmelskugeln. Ringkugeln. Planiglobien. Planetenmaschinen. 23. Brief. S. 255—266

IV. Erste Gründe der Mechanik.

Bewegung, absolute und relative, gleichförmige und ungleichförmige, beschleunigte und verzögerte. Ihre Richtung und Geschwindigkeit. Gleichförmig beschleunigte. Bey ihr verhalten sich die Räume, wie die Quadrate der Zeiten. 24. Brief. S. 266—277

Zusammensetzung der Bewegung überhaupt; ähnlicher Bewegungen insbesondere. Werkzeug um diese Zusammensetzung sinnlich zu machen. 25. Brief. S. 277—287

Trägheit der Körper. Kräfte, gleichförmige und ungleichförmige. Ihre Größe und Zusammensetzung. 26. Brief. S. 287—296

Elementarkräfte und Totalkräfte. Die fortgehende Bewegung. Dichtigkeit und Schwere der Körper. Ihr Gewicht und Druck. 27. Brief. S. 296—305

V. Die Statik.

Gleichgewicht schwerer Körper. Potenz. Hebel. Entfernung der Potenzen. Winkelhebel. Drehpunkt. Unterlage. Hebel der ersten und zweyten Art. 28. Brief. S. 305—313

Druck auf die Unterlage des Hebels. Einfache Maschinen. Bewegung der Muskeln. Kraft und Geschwindigkeit. Hebebaum. Brechstange. Kurbel. Wage. Schnellwage. Rolle. Rad an der Welle. Kloben und Flaschenzüge. 29. Brief. S. 313—321

Geneigte Ebne. Auflösung der Kräfte. Relatives Gewicht. Keil und Schraube. 30. Brief. S. 321—329

Schwerpunkt der Körper. Gleichartige Körper. Wie man den Schwerpunkt findet. 31. Brief. S. 330—340

Eigenschaften des Schwerpunkts und Erklärung verschiedner Erscheinungen. 32. Brief. S. 341—351

VI. Fortsetzung der Mechanik.

Fall schwerer Körper. Versuche des Galilei. Fall auf geneigten Ebnen. Welcher Höhe eine Geschwindigkeit zukommt. 33. Brief. S. 351—359

Geworfne schwere Körper. Gleichförmig verzögerte Bewegung. Wurfweite einer Bombe. Erhebungswinkel. 34. Brief. S. 359 — 369

Parabolische Theorie. Krummlinichte Bewegungen überhaupt. 35. Brief. S. 369 — 377

Kreisbewegung. Zentralkraft. Schwungkraft. Schwungmaschine. 36. Brief. S. 377 — 392.

Physikalische Briefe.

Vierter Band.

Erster Brief.

Die Erfindung und Verbesserung der Fernröhre hat unfehlbar am meisten dazu beygetragen, daß die Sternkunde in den beiden letztern Jahrhunderten größere Fortschritte gemacht hat, als in einigen Jahrtausenden vorher, so weit unsre Geschichte reicht. Diese Wissenschaft, welche sich mit den Bewegungen und den Eigenschaften der himmlischen Körper beschäftigt, ist in ihrem gegenwärtigen Zustande eine der vollkommensten, vortrefflichsten und angenehmsten. Denn sie erhebt unsern Geist über die Erde zu dem Genusse des erhabensten, des größten Schauspiels in der Natur; sie zeigt ihm die ewigen und einfachen Gesetze dieses himmlischen Schauspiels; sie entwickelt in ihm Begriffe, deren Größe die Grenzen der Menschheit zu übersteigen scheint, und erfüllt ihn mit Ehrfurcht und Anbetung gegen den allmächtigen Schöpfer so vieler Millionen von Welten.

Aber auch auf die Geschäfte des gemeinen Lebens erstreckt sich der Nutzen der Sternkunde oder der Astronomie. Sie wissen, daß man keine Landkarten, keine Seekarten haben könnte, wenn man nicht die Länge und die Breite der verschiedenen Oerter auf der Erde wüßte. Diese aber findet man bloß durch Hülfe der Sternkunde. Ohne sie hätten wir also weder Erdbeschreibung noch Schif-

fahrtskunde. Je vollkommner sie ist, je richtiger und häufiger man den Himmel beobachtet, um desto richtiger werden auch unsere Karten, um desto leichter ist man im Stande, sowohl zu Lande als auch zur See den Ort, wo man sich befindet, in jedem vorkommenden Falle durch seine Länge und Breite zu bestimmen.

Ueberdieses ist bey allen Völkern, selbst den unausgebildeten, die von der Erdbeschreibung und der Schifffahrt keine Kenntniß haben, die Sonne und der Mond gleichsam die allgemeine Uhr, nach deren Laufe sie die Zeit eintheilen. Ueberhaupt muß man die Chronologie, welche von der Bestimmung und Eintheilung der Zeit bey den verschiedenen Völkern der Erde handelt, und der ganzen Geschichte zur Grundlage dient, als eine Tochter der Astronomie ansehen. Dieser letztern haben wir auch die Bequemlichkeit der Kalender und der Uhren zu danken. Ich hoffe, daß es Ihnen nicht unangenehm seyn wird, wenn ich mich bey dieser Sache etwas verweile, um die gemeinen Begriffe der Tage, Monate und Jahre zu entwickeln, weil Sie dadurch im Stande seyn werden, den großen Einfluß um desto deutlicher einzusehen, den die Bewegungen der Sonne und des Mondes selbst auf die gemeinsten Geschäfte des Lebens haben, ungeachtet diese Himmelskörper so sehr weit von uns entfernt sind.

Der Tag, oder die Zeit, da die Sonne über unserm Horizonte ist, unterscheidet sich durch sein Licht von der Nacht auf eine allen Thieren, und selbst den Pflanzen, ungemein merkliche Art. Allein wir brauchen das Wort Tag auch noch in einem andern Verstande, und verstehen die Zeit darunter, welche von einem Mittage bis zum andern und

nächsten verfließt. Diese theilen wir in 24 gleiche Theile, welche wir Stunden nennen. Jede Stunde hält 60 Minuten, jede Minute 60 Sekunden u. s. w. Ein Zeitraum also von 24 Stunden ist ein Tag, er mag anfangen, wenn man will. Solche Tage verstehen wir, wenn wir die Monatstage zählen. Wir fangen diese Tage allezeit mit der Mitternacht an, und haben diesen Gebrauch von den Römern angenommen. Die Juden fangen dagegen noch jetzt den Tag mit dem Untergange der Sonne an, und daher dauert ihr Sabbat noch heutzutage von Freytags Abends, bis Sonnabends zum Untergange der Sonne. Die Italiener haben eine ähnliche Gewohnheit. Wenn die Betglocke nach dem Untergange der Sonne das Zeichen giebt, so fangen sie die Stunden des neuen Tages zu zählen an, und zählen sie nicht, so wie wir, nur bis 12, sondern in einem fort bis 24. Jedoch hat man in den italienischen Staaten des Hauses Oestreich diese Art zu zählen in neuern Zeiten abgeschafft, und dafür die bey uns und in dem übrigen Europa gewöhnliche Art die Tage und Stunden zu rechnen eingeführt. Einige Völker fingen den Tag vom Aufgange der Sonne, andre vom Mittage an. Auch in den Stunden war eine große Verschiedenheit. Viele Völker kannten diese Eintheilung des Tages in 24 gleiche Theile gar nicht; bey andern waren die Stunden des eigentlichen und natürlichen Tages bald größer, bald kleiner, als die Stunden der Nacht. Die Astronomen fangen heutzutage den Tag mit dem Mittage, und 12 Stunden später, als im gemeinen Leben, an; auch zählen sie die Stunden von einem Mittage zum andern, bis 24, in einem fort.

So bestimmt die Sonne durch ihre gemeinschaftliche scheinbare Bewegung von Osten nach Westen den Tag, durch die besondre aber das Jahr. Wir sehen beständig auf den Frühling den Sommer, auf diesen den Herbst, und zuletzt den Winter folgen. Was war natürlicher, als dem Zeitraume, welcher alle vier Jahrszeiten in sich begreift, und immer wieder von vorne anfängt, nachdem er sein Ende erreicht hat, einen besondern Namen zu geben? Und wie leicht scheint es nicht, die Dauer dieses Zeitraums, wenigstens beynahe, in Tagen zu bestimmen? Denn da die Sonne sich das ganze Frühjahr hindurch bis in den Sommer hinein nach und nach immer erhebt, so darf man nur zu Anfange des einen Frühjahrs ihre mittägliche Höhe genau beobachten, zu Anfange des nächstfolgenden Frühlings den Tag bemerken, wo sie zu Mittage wieder eben so hoch steht, und die Tage zählen, die zwischen beiden Beobachtungen verflossen sind. So fand Cassini 1715 den 21 März die mittägliche Sonnenhöhe zu Paris von 41 Graden 33 Minuten; den 20 März aber 1716 von 41 Graden, 27 Minuten, 10 Sekunden; und den 21 März 1716 von 41 Graden 51 Minuten. Es folgt hieraus, daß das Jahr mehr, als 365, und weniger, als 366 Tage hält. Der Unterschied beider Mittagshöhen von 1716 beträgt $23\frac{5}{6}$ Minuten in 24 Stunden, und der Unterschied zwischen der Höhe vom 21 März 1715, und der vom 20 März 1716 macht $5\frac{5}{6}$ Minuten. Wenn also die Höhe der Sonne in 24 Stunden um $23\frac{5}{6}$ Minuten wächst, so muß sie, nach der Regel Detri, in 5 Stunden 52 Minuten 27 Sekunden um $5\frac{1}{6}$ Minuten zunehmen. Die Sonne erreicht also ihren vorigen Ort am Himmel, von welchem offenbar ihre Mittags-

höhe abhängt, in 365 Tagen, 5 Stunden, 52 Minuten 27 Sekunden, und so groß wäre daher das Jahr. Wenn man ein Mittel aus vielen dergleichen Beobachtungen nimmt, so findet man, daß es 365 Tage 5 Stunden 48 Minuten $48\frac{2}{125}$ Sekunden hält.

Demungeachtet dauerte es sehr lange, ehe man die wahre Größe des Jahres auch nur ungefähr kannte, und selbst die Römer wußten sehr lange nicht, wie viele Tage auf ein Jahr gehen. Sie hatten unter dem Romulus ein Jahr von 304 Tagen, welche in 10 Monate vertheilt waren. Es fing mit dem März an, und daher haben noch jetzt die letztern Monate unseres Jahrs, der September, Oktober, November und December, die Namen von der Ordnung, in welcher sie auf den ersten Monat des Jahrs, den März folgten. Numa fügte 51 Tage und 2 neue Monate, den Januar und Februar, zu dem Jahre hinzu. Aber dieses unvollkommne Jahr von 355 Tagen gerieth zuletzt, wegen der unterlaßnen Einschaltungen, in eine solche Unordnung, daß Julius Cäsar, 45 Jahre vor Christi Geburt, sich genöthigt sah, einen ganz neuen Kalender einzuführen, der noch jetzt nach seinem Namen der Julianische genannt wird. In diesem waren immer drey auf einander folgende Jahre gemeine Jahre von 365 Tagen, das vierte aber war allezeit ein Schaltjahr von 366 Tagen. Denn man hatte dabey angenommen, daß das Jahr eigentlich $365\frac{1}{4}$ Tage, oder 365 Tage und 6 Stunden halte. Der Anfang des Julianischen Jahres war gleich nach der Wintersonnenwende. Da es aber über 11 Minuten zu groß angesetzt war, so verursachte dieses in 400 Jahren einen Unterschied von etwa 3 Tagen, um welche sich sein Anfang

verspätet hatte. Zur Zeit des Konzilium zu Nicäa, 325 Jahre nach Christi Geburt, fiel die Frühlingsnachtgleiche, von welcher, nach den Schlüssen dieses Konziliums, die Feier der christlichen Ostern abhängt, auf den 21 März des Julianischen Kalenders; aber im sechzehnten Jahrhunderte war sie schon vom 21 bis auf den 10 März vorgerückt. Daher ließ Pabst Gregor XIII den Julianischen Kalender verbessern, und einen neuen Kalender 1582 bey den Katholiken einführen, den man den Gregorianischen nennt. Man ließ damals 10 Tage weg, und zählte gleich nach dem vierten den 15 Oktober, um die Nachtgleiche wieder, so wie zur Zeit des Konziliums zu Nicäa, auf den 21 März zu bringen. Daher kommt es, daß die der Griechischen Kirche zugethanen Völker, weil sie sich noch immer des Julianischen Kalenders bedienen, ihr Jahr um 11 Tage später anfangen, als wir.

Der Mond hat auf die Eintheilung der Zeit fast einen eben so großen Einfluß, als die Sonne. Denn er erscheint uns ungefähr so groß, als diese, er erleuchtet unsere Nächte, und verändert dabey seine Gestalt auf eine sehr merkwürdige Weise. Anfangs erscheint er, als ein helles Horn, indem er bald nach der Sonne untergeht; nachher nimmt er immer mehr zu, wird zuletzt voll, und scheint die ganze Nacht über; hierauf nimmt er wieder ab, läßt sich bloß gegen den Morgen sehen, und verschwindet endlich ganz. Der Zeitraum, welcher die ganze Reihe dieser Veränderungen in der Gestalt des Mondes in sich begreift, heißt ein Monat. Er hält ziemlich genau $29\frac{1}{2}$ Tage. Daher theilten die Bewohner wärmerer Gegenden ihre Zeit vorzüglich nach Monaten ein, auf welche sie fast immer abwechselnd einmal 29, und sodann 30 Tage,

rechneten. Denn in diesen Gegenden ist der Himmel mehrentheils heiter, die Nächte aber sind im Sommer dunkler und länger, als bey uns, und die Tage so heiß, daß man mehr bey Nacht, als bey Tage, reiset, jagt, und andre Geschäfte verrichtet. Deßhalb wurde auch Luna oder Diana vor Alters als die Göttin der Jagd verehrt. Bey dieser Eintheilung der Zeit hatten die Bewohner der wärmern Gegenden zugleich den Vortheil, daß ihnen selbst der Mond am Himmel den Anfang und Fortgang jedes Monats anzeigte. Weil man vier Hauptveränderungen in der Gestalt des Mondes bemerkt, den Neumond, den Vollmond, und die Viertel, und diese immer um sieben Tage und einige Stunden von einander entfernt sind, so unterschieden einige Völker diesen Zeitraum von sieben Tagen, und nannten ihn eine Woche.

Jene Bequemlichkeit, die Monate immer mit dem Neulichte anzufangen, und also ihren Fortgang selbst aus der Gestalt des Mondes zu erkennen, war so groß, daß viele Völker auf die besondre Bewegung der Sonne gar nicht achteten, sondern eine Reihe von 12 wahren Monaten ein Jahr nannten. So entstand das Mondjahr von 354 Tagen. Ja es gab, nach dem Zeugnisse des Plinius, in den ältesten Zeiten Völker, welche nur zwey, drey oder vier Monate auf ein Jahr rechneten. Das Mondjahr von 354 Tagen ist heutzutage bey den Muhammedanern im Gebrauche, und der Anfang desselben rückt nach und nach durch alle Jahrszeiten fort. Denn da es um mehr als eilf Tage kürzer ist, als das Sonnenjahr, so dauert dieses noch eilf bis zwölf Tage fort, nachdem sich jenes schon geendigt hat. Wenn also auch gleich beide Jahre einmal zugleich den ersten Januar an-

fangen, so endigt sich dennoch nachher das Mondjahr Anfangs im December, hernach im November, ferner im Oktober u. s. w. Die alten Griechen hatten auch ein Mondjahr, welches sie aber mit dem Sonnenjahre zu vereinigen suchten, und deßhalb zu gewissen Zeiten mit einem ganzen Monate, den sie einschalteten, vergrößerten. Die Juden haben diese Einrichtung von den Griechen, deren Unterthanen sie ehemals waren, angenommen, und bedienen sich ihrer noch heutzutage.

Unser Jahr, welches bis auf einige kleine Verschiedenheiten, sowohl seinem Anfange als seiner Einrichtung nach völlig dasselbe ist, das der Dictator Cäsar in Rom einführte, hängt gar nicht vom Monde, sondern bloß von der Sonne ab. Es wird in 12 Theile getheilt, die man zwar Monate nennt, die aber keine wahren Monate sind, da sie insgesammt, den Februar ausgenommen, 30 oder 31 Tage halten, also um einen Tag ungefähr länger sind, als die wahren Monate. Wir gewinnen dadurch zwey wichtige Vortheile, daß nämlich alle Jahre einander so gleich, als möglich, und höchstens nur um einen Tag verschieden sind, und dann, daß derselbe Monat immer auf dieselbe Jahrszeit fällt. Freylich fangen unsere Monate bald vom vollen Lichte, bald vom ersten, bald vom letzten Viertel an; ja es giebt sogar zuweilen Monate, welche das neue oder volle Licht zweymal haben. Allein die Bequemlichkeit, den Fortgang der Zeit aus der Gestalt des Mondes zu beurtheilen, würde auch bey uns, und in allen kalten Ländern, nur sehr geringe seyn. Denn im Sommer sind unsere Nächte so hell, daß wir uns um den Mond nicht viel bekümmern. Ueberdieses steht er alsdann mehrentheils so niedrig am Horizonte,

daß wir ihn nicht einmal sehen, wenn wir nicht eine sehr freye Aussicht haben. Im Winter aber ist der Himmel bey uns oft viele Tage nach einander beständig in Wolken gehüllt, die uns den Anblick des Mondes gänzlich rauben.

Zweyter Brief.

Um die wahren Ursachen der Erscheinungen der himmlischen Körper, die, wie Sie gesehen haben, selbst auf die Geschäfte des gemeinen Lebens einen so großen Einfluß haben, gründlich einzusehen, muß man sich vorher die Beschaffenheit jener Erscheinungen umständlich und genau bekannt machen. Oder mit andern Worten: die physische Astronomie, welche die Ursachen der Bewegungen und Erscheinungen der Gestirne erklärt, setzt allezeit die mathematische Astronomie voraus, welche von der Größe und Lage der Gestirne und ihren Bewegungen handelt. Wir müssen also zuerst diese, und die Resultate der oft sehr mühsamen und schweren Beobachtungen und Untersuchungen der Astronomen etwas genauer kennen lernen.

Wenn Sie des Nachts den heitern Himmel betrachten, so erblicken Sie an ihm eine unzählbare Menge sehr heller und zum Theil funkelnder Sterne, die ihre Entfernung von einander nie merklich verändern. Man nennt sie Fixsterne, weil sie an das Gewölbe des Himmels wie angeheftet zu seyn scheinen, und sie bewegen sich alle zugleich bis auf

einen, in verschiednen Kreisen von Osten nach Westen. Der eine Fixstern aber von beträchtlicher Größe, welcher ganz unbeweglich zu seyn scheint, zeigt sich in einer ansehnlichen Höhe über unserm Horizonte gegen Norden, und heißt der Polarstern. Zwar findet man, wenn man ihn zu verschiednen Zeiten und anhaltend mit guten Werkzeugen beobachtet, daß auch er sich bewegt, und einen kleinen Kreis um einen gewissen Punkt des Himmels beschreibt, welcher der Nordpol genannt wird. Allein dennoch ist seine Bewegung nur geringe, und überdieß giebt es kleine Sterne, die dem Pole noch näher sind, und fast nicht die geringste merkliche Bewegung haben. In der südlichen Hälfte des Himmels findet man einen ähnlichen festen Punkt, den Südpol; und obgleich kein Stern von beträchtlicher Größe ihm so nahe liegt, als dem Nordpole, so sind dennoch in der Gegend desselben ebenfalls kleine Sterne, die sich gar nicht merklich bewegen. Also ist die gerade Linie, welche durch die beiden Pole des Himmels geht, in Ansehung des ganzen Systems der Fixsterne, unbeweglich. Sie heißt die Axe des Himmels. Da nun die Fixsterne ihre Entfernungen unter sich, vermöge der Erfahrung, nicht ändern, und folglich auch von den kleinen Sternen der Pole immer gleich weit entfernt bleiben, so muß das ganze System derselben sich eben so drehen, wie sich feste Punkte, die man auf der Oberfläche einer Kugel bezeichnet hat, bewegen, wenn die ganze Kugel um eine feste Achse gedreht wird. Jeder Fixstern nämlich muß einen Kreis beschreiben, der auf die Achse des Himmels senkrecht ist, und seinen Mittelpunkt in dieser Achse hat. *) Je näher der

*) Einleitung 149.

Stern dem einen oder dem andern Pole ist, um desto kleiner wird sein Kreis. Daher fallen die Kreise der dem Nordpole nahen Sterne ganz über unsern Horizont, und diese Sterne gehn bey uns gar nicht unter. [1.] Die Kreise aber der entfernstern Sterne werden von unserer Horizontalebne durchschnitten, und fallen zum Theil unter dieselbe. Diese Sterne gehen also alle bey uns auf und unter; alle aber bewegen sich überhaupt von Osten nach Westen, oder, wenn man das Gesicht gegen Norden kehrt, von der Rechten nach der Linken. Alles dieses stimmt auch mit der Erfahrung völlig überein.

Wenn man sich die Mühe nimmt, die Lage jener festen Punkte, welche man die Pole des Himmels nennt, aufs genaueste zu bestimmen, so findet man überall auf der Erde, daß sie in der Mittagsebne eines jeden Orts liegen. Also schneiden sich alle Mittagsebnen der verschiednen Oerter der Erde in der Achse des Himmels, und da sie sämmtlich durch den Mittelpunkt der Erde gehen, so geht auch die Axe des Himmels durch denselben. Sie ist folglich zugleich auch die Axe der Erdkugel, und die beiden Punkte, in welchen sie die Erdfläche durchschneidet, sind die Pole der Erde. Die Kreise, welche die Fixsterne zu beschreiben scheinen, liegen folglich in den Ebnen der Parallelkreise der Erde, und sind Parallelkreise der Himmelskugel, unter welchen der himmlische Aequator, der in der Ebne der Linie liegt, der größte ist. *) Man nennet sie auch Tagekreise, weil jeder Stern einen solchen Kreis in einem Tage zu durchlaufen scheint. Von denen, welche der Horizont durch-

*) Man sehe den dritten Brief des ersten Bandes.

schneidet, heißt besonders der über den Horizont fallende Theil der Tagbogen eines Sterns.

Wenn man die Entfernungen gewisser Fixsterne von einander, oder vielmehr die Winkel, unter welchen wir diese Entfernungen sehen, mißt, so findet man sie an allen Orten der Erde ganz vollkommen von gleicher Größe und die Sterne in gleichen Lagen gegen einander, wenn gleich die Oerter der Beobachtung einige hundert Meilen aus einander liegen. Daraus folgt, daß ein Abstand von einigen hundert Meilen, in Ansehung der Fixsterne, für nichts zu achten ist, [3] daß wir also diese Sterne eben so sehen, als wenn unser Auge sich im Mittelpunkte der großen Kugel befände, um deren Axe sie sich sämmtlich so drehen, als wenn sie an ihre Oberfläche angeheftet wären, und daß, in Ansehung ihrer, der scheinbare Horizont mit dem wahren völlig zusammenfällt.

Die wahre Horizontalebne von Warschau durchschneidet den Umfang der Himmelskugel in einem größten Kreise, weil sie durch den Mittelpunkt jener Kugel geht, und eben so ist auch der himmlische Aequator ein größter Kreis der Himmelskugel. Auf jene Ebne ist die Vertikallinie von Warschau, so wie auf die Ebne des Aequators, die Achse des Himmels senkrecht. Da nun die Mittagsebne von Warschau durch beide Linien geht, so ist sie auch auf beiden Ebnen senkrecht (Einleit. 139). Also muß die gerade Linie, in welcher sich die Horizontalebne von Warschau und die Ebne des Aequators durchschneiden, auf die Mittagsebne, folglich auch auf die Mittagslinie von Warschau, senkrecht seyn (Einleit. 143). Sie geht durch den Mittelpunkt der Erde, und da sie in der Horizontalebne

liegt, gerade von Osten nach Westen. *) Es durchschneidet also der himmlische Aequator den Horizont eines jeden Orts genau in Osten und Westen, und jeder Stern, der sich im Aequator befindet, geht, so wie die Sonne zur Zeit der Nachtgleichen, da sie sich auch im Aequator zeigt, ganz genau in dem Ostpunkte auf und in dem Westpunkte unter. 2. Ein jeder anderer Stern aber, der außer dem Aequator liegt, geht entweder zwischen Osten und Norden, oder zwischen Osten und Süden auf, und eben so zwischen Westen und Süden oder Norden unter. Er hat, indem er aufgeht eine gewisse Entfernung vom Ostpunkte, eine gewisse Morgenweite, und, indem er untergeht, eine gewisse Abendweite. Beide Weiten aber sind entweder nordlich oder südlich, und werden in Bogen des Horizonts gemessen.

Die Mittagsebne eines jeden Orts durchschneidet, weil sie durch die Axe der Himmelskugel geht, alle Tagekreise in zweyen Punkten, und es kommt daher jeder Stern, während eines jeden seiner Umläufe, zweymal in jene Ebne. Geht der Stern bey uns nicht unter, so sehen wir ihn das eine Mal in seiner größten, das andre Mal in seiner kleinsten Höhe, wenn er die Mittagsebne erreicht. Geht er aber bey uns auf und unter, so steht er das eine Mal am höchsten über unserm Horizonte, das andre Mal hat er die größte Tiefe unter demselben, wenn er durch unsre Mittagsebne geht, (Einleit. 141), ungeachtet wir ihn wegen der Undurchsichtigkeit der Erdkugel nicht sehen können, wenn er unter dem Horizonte ist. Wir sehen ihn also alsdann bloß einmal in unserer Mittagsebne,

*) Man sehe den dritten Brief des ersten Bandes.

wenn er am höchsten steht, oder kulminirt. Von seinem Aufgange an erhebt er sich nach und nach immer höher über den Horizont, bis er in unserm Meridiane kulminirt; nachher senkt er sich wieder allmählich immer mehr, bis er zuletzt untergeht. So verhält sich auch die Sonne; sie kulminirt zu Mittage, und ist um Mitternacht am tiefsten unter unserm Horizonte. Da die Sonnenscheibe eine beträchtliche Größe hat, so ist eigentlich der Zeitpunkt des wahren Mittags derjenige, da ihr Mittelpunkt kulminirt. Man muß daher die Zeitpunkte, da der vorhergehende und der nachfolgende Sonnenrand kulminirt, besonders bestimmen, und das Mittel zwischen beiden, als den Zeitpunkt des wahren Mittags ansehen. Man pflegt das Kulminiren der Sterne durch eigne Fernröhre, die man Durchgangsfernröhre (Instrumens de passage) nennt, zu beobachten. Sie sind so befestigt, daß sie sich bloß in der Mittagsebne herauf und herunter bewegen lassen, und ein Stern kulminirt, wenn er in ihrer Axe erscheint. Man hat zu dieser Absicht auch große mit einem Fernrohre versehene genau eingetheilte messingne Quadranten, die an einer Wand in der Mittagsebne unbeweglich befestigt sind. Auch kann man durch das Fadendreyeck oder durch zwey feine Fäden, die man über einer auf dem Boden gezognen Mittagslinie in einer lothrechten Ebne, in einiger Entfernung von einander ausspannt, das Kulminiren der Sterne beobachten.

Die Bewegung der Fixsterne ist äußerst gleichförmig, und sie durchlaufen immer in gleichen Zeiten vollkommen gleiche Bogen. Ihre Höhe über dem Horizonte wächst an der Morgenseite der Mittagsebne eines jeden Orts nach und nach völlig

eben

eben so, als sie an der Abendseite allmählich abnimmt, so, daß sie, zu beiden Seiten jener Ebne, in gleichen Entfernungen von ihr, immer gleich hoch stehen. Diese übereinstimmenden Höhen erreichen sie, wegen ihrer gleichförmigen Bewegung, in gleichen Zeiten, wenn man von dem Zeitpunkte an, da sie kulminiren, vorwärts und rückwärts rechnet. Daher kann man, auch ohne eine genaue Mittagslinie, vermittelst einer guten Uhr, den Zeitpunkt, da ein Stern kulminirt hat, finden, wenn man zuerst an der Morgenseite den Zeitpunkt, da er eine gewisse Höhe erreicht, und nachher wieder den Zeitpunkt, da er sich an der Abendseite in derselben Höhe zeigt, aufs genaueste bemerkt. Denn das Mittel zwischen beiden Zeitpunkten ist der Augenblick, in welchem der Stern kulminirt hat. Selbst bey der Sonne kann man nach dieser Methode verfahren, nur ist hier, wegen der eignen Bewegung der Sonne, eine kleine Verbesserung nöthig. [4]

Man kann aber auch durch die übereinstimmenden Höhen eines Fixsterns die Lage der Mittagslinie vermittelst eines sogenannten Azimutalquadranten bestimmen, der aus einem horizontalen gehörig eingetheilten Kreise besteht, mit welchem ein lothrechter, um den Mittelpunkt jenes Kreises beweglicher Quadrant verbunden ist. Man beobachtet nämlich an der Morgenseite und Abendseite zwey übereinstimmende Höhen eines Sterns, und bemerkt zugleich auf dem horizontalen Kreise die Punkte, welche alsdann in der Ebne des Quadranten liegen. Durch die Mitte des zwischen beiden Punkten enthaltnen Bogens und den Mittelpunkt des Kreises zieht man, vermittelst eines sehr feinen Fadens, eine gerade Linie, und befe-

stigt diesen Faden, welcher die Mittagslinie anzeigt, unabhängig von dem Azimutalquadranten. Dergleichen Beobachtungen wiederholt man mehreremal, und berichtigt dadurch die Mittagslinie immer mehr.

Die Polhöhe eines Orts läßt sich am leichtesten dadurch finden, daß man die größte und kleinste Höhe eines Fixsterns, der daselbst nicht untergeht, genau beobachtet. Denn da der Pol in der Mittagsebne eines jeden Orts liegt, und jeder Stern in dieser Ebne seine größte und kleinste Höhe erreicht, so liegt er genau in der Mitte zwischen beiden Höhen. [5] So fand man zu Petersburg die größte Höhe des Polarsterns von 62 Graden 5 Minuten 35 Sekunden und die kleinste von 57 Graden 48 Minuten. Zieht man nun wegen der Strahlenbrechung von jener 31, und von dieser 37 Sekunden ab, so bleiben 62 Grad 5 Minuten 4 Sekunden und 57 Grad 47 Minuten 23 Sekunden. Der Unterschied beträgt 4 Grad 17 Minuten 41 Sekunden; davon die Hälfte zu der kleinsten Höhe addirt, 59 Grad 56 Minuten 13 Sekunden als die Polhöhe von Petersburg giebt, die aber noch einiger kleiner Verbesserungen bedarf.

Die Beobachtung der Polhöhe ist für die Erdbeschreibung von der äußersten Wichtigkeit, weil sie allemal der geographischen Breite des Orts der Beobachtung, oder der Neigung der Vertikallinie des Orts gegen die Ebne des Aequators, gleich ist. Denn es sey C (Fig. 1) der Mittelpunkt der Erde, NS die Axe derselben und des Himmels, DE der Durchschnitt der Ebne des Aequators mit der Mittagsebne eines Orts, ZC die Vertikal-

linie und AB der Durchschnitt der wahren Horizontalebne desselben; so sind DCN, ZCB rechte Winkel und einander gleich. Nimmt man also von beiden den gemeinschaftlichen Winkel ZCN, so bleibt DCZ = NCB. Es ist aber DCZ die Neigung der Vertikallinie ZC gegen die Ebne des Aequators, also die Breite des Orts, und NCB die Neigung der Axe des Himmels gegen den Horizont, also die Polhöhe. Die Breite ist folglich der Polhöhe gleich.

Die Höhe des Aequators an demselben Orte ist der Winkel DCA, der = ZCN ist. Sie macht also mit der Polhöhe zusammen allemal 90 Grade, so daß man diese nur von 90° abziehen darf, wenn man jene haben will. Ist die Polhöhe z. B. von 50 Graden, so beträgt die Höhe des Aequators 40 Grade, oder der himmlische Aequator durchschneidet an dem Orte den Meridian in einer Höhe von 40 Graden über dem Horizonte.

Anmerkungen.

1. Alle Sterne, deren Entfernung vom Nordpole nicht größer ist, als unsere Polhöhe, gehen bey uns nicht unter. Es sey N der Nordpol, und AB unser Horizont, AZBSA aber unser Mittagskreis, (Fig. 1.) so steht ein jeder Stern, wenn er durch diesen Kreis geht, von einer Seite am niedrigsten, von der andern am höchsten. Ist er also, in seinem niedrigsten Stande in B, oder zwischen N und B, mit einem Worte: ist seine Entfernung vom Pole nicht größer, als unsere Polhöhe NB, oder NCB, so geht er nicht unter. Ist sie aber größer, so fällt sein Ort unter B, also unter den Horizont, wenn er am niedrigsten steht. Er

ist also alsdann bey uns unsichtbar. Die Seite ZDAS ist die Mittagsseite, und die andre, in welcher der Nordpol liegt, die Nordseite. Da der Aequator bey uns nach Süden zu, in D, über den Horizont steigt, nach Norden zu aber, in E, unter denselben fällt, so erheben sich auch alle Sterne gegen Süden zu am höchsten, und stehen gegen Norden am tiefsten. Ein Stern z. B. der, wenn er in Norden steht, sich zwischen B und E befindet, und also unter unsern Horizont fällt, erscheint an der Südseite zwischen A und D, und also über dem Horizonte.

2. Es sey AEB (Fig. 111) der Horizont von Warschau, und AB der Durchschnitt seiner Ebne mit der Ebne des Aequators ADB; so steht die Mittagsebne von Warschau CDE senkrecht auf AB. Also sind ECB, DCB rechte Winkel, und CE ist die Mittagslinie von Warschau, E aber der Südpunkt des Horizonts, wenn ADB über AEB liegt. Von dem Südpunkte aber sind der Ostpunkt und Westpunkt im Horizonte um 90° entfernt. Also sind A und B diese Punkte, in welchen jeder Stern, der im Aequator steht, über unsern Horizont treten oder sich unter ihm verlieren muß, wenn er den Aequator durchläuft. Ich nenne hier nämlich, dem gemeinen Sprachgebrauche gemäß, die Kreislinie AEB den Horizont, in welcher unsre Horizontalebne die Himmelskugel zu durchschneiden scheint.

3. Wenn in R und L (Fig. 3.) zwey Sterne sind, so hängt ihre scheinbare Entfernung, oder der Winkel RAL, nicht bloß vom Bogen RL, sondern auch von den Linien AR und AL ab. Ist z. B. das Auge in T, so wird RTL die

scheinbare Entfernung der Sterne, und die Winkel RAL, RTL sind um desto mehr verschieden, je größer AT in Ansehung der Linie AR ist. Da man nun aber überall auf der Erde jede zwey Fixsterne vollkommen unter einerley Winkel sieht, so muß jede Entfernung der Oerter auf der Erde, wie AT, in Ansehung der Entfernung der Fixsterne AR, als nichts anzusehen seyn. Denn bloß in dem Falle ist der Winkel RAL nicht größer, als RTL, wenn A und T zusammenfallen, oder einander, in Ansehung der Linie AR, unendlich nahe sind.

4. Eben wegen der besondern Bewegung, welche macht, daß die Sonne den Tag über nicht völlig in einerley Parallelkreise bleibt, sondern ein halbes Jahr lang sich allmählich höher hinauf und ein halbes Jahr lang herunter windet, läßt sich auch durch den Schatten eines lothrechten Stifts die Mittagslinie nicht ganz genau finden, es sey denn, daß man sie auf diese Art zu der Zeit der Sonnenwenden zu bestimmen sucht, wo die Sonne viele Stunden nach einander sich von den Wendekreisen nicht im geringsten merklich entfernt.

5. Es sey N (Fig. 112.) der Pol, Z der Scheitelpunkt, DE der Horizont, ZDEZ der Mittagskreis und AB der Durchschnitt des Tagekreises eines dem Pole nahen Sterns, so wird $EA = EN + AN$ und $EB = EN - BN$, also, da $AN = BN$ ist, $EA - EB = 2BN$, und $\frac{1}{2}(EA - EB) = BN$. Es ist aber die Polhöhe $EN = EB + BN$, oder der kleinsten Höhe des Sterns gleich, wenn man zu ihr den halben Unterschied zwischen der größten und kleinsten Höhe addirt. Uebrigens nennt man den Punkt

O, der unserm Scheitelpunkte Z gerade entgegengesetzt ist, und den Scheitelpunkt unsrer Gegenfüßler vorstellt, das Nadir; und den Vertikalkreis, der durch den Ostpunkt und Westpunkt geht, den ersten Scheitelkreis. Uebrigens stellt man sich zuweilen durch einen Stern einen mit dem Horizonte parallelen Kreis vor, und diesen nennt man das Almukantarat desselben. Ein solcher Kreis ist, so wie jede der Horizontalebne parallele Linie, oder Ebne, horizontal oder wagrecht; so wie jede auf eine wagrechte Ebne senkrechte Linie oder Ebne vertikal und lothrecht ist.

Dritter Brief.

Wenn Sie an irgend einem Tage die Zeit des Durchganges eines Fixsterns durch die Mittagsebne oder durch den himmlischen Meridian beobachten, so werden Sie finden, daß derselbe Stern nach 23 Stunden 56 Minuten 4 Sekunden wieder im Meridiane erscheint oder kulminirt, und daß überhaupt ein jeder Fixstern in dieser Zeit seinen scheinbaren Umlauf um die Erde ganz vollendet. Man nennt daher jenen Zeitraum einen Sterntag und theilt ihn in 24 Sternstunden, richtet auch zuweilen die Uhren so ein, daß sie Sternzeit zeigen. Man hat, wie ich schon sonst gesagt habe, die Drehung der Fixsterne vollkommen gleichförmig gefunden, so daß bey Sternen, die in einerley Tagkreise stehen, ihre Entfernungen von einander sich allemal wie

die Zeiten verhalten, welche zwischen ihren Durchgängen durch den Meridian verfließen. Allemal geht der ganze Aequator, so wie jeder ganze Tagkreis in einem ganzen, der halbe in einem halben, sein Viertel in einem Viertel, sein Achtel in $\frac{1}{8}$ Sterntage durch die Mittagsebne. Da nun der Aequator, so wie jede andre Kreislinie, in 360 Grade getheilt wird, so sehen Sie leicht, daß in jeder Sternstunde 15 Grade, in jeder Sternminute 15 Minuten, und in jeder Sternsekunde 15 Sekunden desselben durch den Meridian gehn; folglich daß ein Grad eines jeden Tagkreises 4 Minuten, und eine Minute 4 Sekunden Sternzeit braucht, um ganz durch den Meridian hindurch zu kommen. Daher ist es leicht nach diesen Grundsätzen Bogen des Aequators in Sternzeit, oder umgekehrt Sternzeit in Bogen des Aequators zu verwandeln. Wegen dieser Verwandelung nennt man alle Mittagskreise der Himmelskugel, alle durch ihre Pole gehende größte Kreise, Stundenkreise; den Winkel ANS (Fig. 114.), den ein durch einen Stern S gehender Stundenkreis mit dem Meridiane des Orts der Beobachtung macht, den Stundenwinkel; und den zwischen dem Meridiane und jenem Stundenkreise enthaltnen Bogen des Aequators AS den Zeitbogen, weil er, wenn man ihn in Zeit verwandelt, anzeigt, wie viele Sternzeit der Stern S noch braucht, um aus seinem Orte bis in den Meridian zu kommen. Er ist das Maaß des Stundenwinkels. I.

Diese Verwandlung der Sternzeit in Bogen des Aequators setzt uns unter andern in den Stand die Größe des Gesichtsfeldes eines Fernrohrs auf eine leichte Art durch die Erfahrung zu finden. Denn wenn man beobachtet, daß ein Stern des

Aequators z. B. eine Minute Sternzeit braucht, um das ganze Feld des ganz unbewegten Fernrohrs zu durchlaufen, so sieht man daraus, daß das Gesichtsfeld des Rohrs von 15 Minuten ist, weil 15 Minuten des Aequators in einer Minute Sternzeit durch das Feld desselben gehn. Auf eben diese Art kann man auch die Mikrometer prüfen, indem man Achtung giebt, wie viele Zeit ein Stern im Aequator nöthig hat um von einem Faden bis an den andern zu gelangen, oder wie viele Schraubengänge auf eine Linie gehen, die er in einer gewissen Zeit zurückgelegt hat.

Wenn aber der Stern, den man zur Prüfung braucht, nicht im Aequator, sondern außer ihm, liegt, so muß man auf seine Abweichung, oder auf den Bogen des durch ihn gehenden Stundenkreises, der zwischen ihm und dem Aequator liegt, Rücksicht nehmen. Man nennt einen solchen Stundenkreis auch, wenn man ihn zur Bestimmung der Entfernung eines Sterns vom Aequator braucht, den Abweichungskreis desselben, und die Abweichung selbst ist entweder nordlich oder südlich, nachdem der Stern über oder unter dem Aequator liegt. Man findet sie, wenn man an einem Orte, dessen Polhöhe, also auch Aequatorshöhe, bekannt ist, die Mittagshöhe des Sterns genau beobachtet. Denn der Unterschied dieser Höhe und der Höhe des Aequators ist die Abweichung des Sterns.

Je weiter ein Stern vom Aequator entfernt, je größer also seine Abweichung ist, um desto langsamer bewegt er sich bey seiner täglichen Drehung um die Axe des Himmels, und zwar, wenn von kleinen Winkeln die Rede ist, ziemlich genau nach Verhältniß des Kosinus seiner Abweichung. 2. Wenn

z. B. ein Stern 60 Grad Abweichung hat, also der Kosinus seiner Abweichung dem halben Sinus totus gleich ist, und er braucht eine Minute Sternzeit, um von einem Faden des Mikrometers bis zum andern zu gehen, so würden, wenn der Stern im Aequator stände, 15 Minuten des Aequators durch das Mikrometer gegangen seyn. Da er aber eine Abweichung von 60 Graden hat, und der Kosinus von 60 Graden $= \frac{1}{2}$ ist, so muß man 15 Minuten mit $\frac{1}{2}$ multipliziren. Man erhält daher $7\frac{1}{2}$ Minuten als den Bogen des Tagkreises des Sterns, der wirklich durchs Mikrometer gegangen ist. Umgekehrt muß man den Bogen des Tagkreises eines Sterns mit dem Kosinus der Abweichung desselben dividiren, und nachher in Zeit verwandeln, wenn man die Dauer seines Durchgangs wissen will. Der scheinbare Durchmesser der Sonne z. B. war den 1 Dezember 1791 von $32' 34{,}1''$ oder von $1954{,}1''$. Ihre Abweichung betrug damals 21 Grad 51 Minuten 56 Sekunden. Der Kosinus dieses Bogens ist 0,928, und giebt, wenn man $1954{,}1''$ mit ihm dividirt, 2105,7 Sekunden. Diesen Bogen theilt man mit 15, um ihn in Sternzeit zu verwandeln. So erhält man 2 Minuten 40,4 Sekunden als die Dauer des Durchganges der ganzen Sonnenscheibe durch den Meridian.

Man muß die Verwandlung der Bogen der Parallelkreise in Bogen des Aequators nie unterlassen, wenn man die erstern mit größten Kreisen der Himmelskugel vergleicht, und aus der beobachteten Zeit die Größe der Bogen bestimmen will. Denn da unser Auge sich im Mittelpunkte jener Kugel befindet, so erscheinen uns alle Grade ihrer größten Kreise unter gleichen Winkeln, dahingegen

die scheinbare Größe der Grade der Parallelkreise, nach Verhältniß des Kosinus ihrer Abweichung, abnimmt. Wenn z. B. in einem Fernrohre drey feine Fäden ausgespannt sind (Fig. 115), davon zwey AB und DE einander rechtwinklicht durchkreuzen, der dritte aber FG jene unter einem Winkel von 45 Graden durchschneidet, so stellt man das Fernrohr gewöhnlich so, daß ein Stern, der in E erscheint, längs dem Faden ED, den man auch deßhalb den Parallelfaden, so wie AB den Stundenfaden, nennt, vermöge seiner täglichen Bewegung, durch das Feld des unbewegten Fernrohrs, wegstreicht. Erscheint nun zugleich in H ein anderer Stern, der durch die mit DE parallele Linie HI fortgeht, und beobachtet man die Zeit genau, in welcher er aus H nach I kommt, so ist zwar CI = IH; allein da AB ein Stück von einem größten Kreise und IH, so wie DE, ein Stück von einem Tagkreise vorstellt, so verhalten sich die Grade von IC zu denen von IH, wie der Sinus totus zum Kosinus der Abweichung des untern oder des obern Sterns. Kennt man nun eine von beiden, so läßt sich die beobachtete Zeit leicht in Grade oder Minuten und Sekunden verwandeln, folglich IH und CI finden. Diese letztere Linie aber ist der Unterschied der Abweichung beider Sterne. Um das Mikrometer zu den Beobachtungen des Unterschieds der Abweichung der Sterne noch brauchbarer zu machen, spannt man oft einen mit DE parallelen Faden über DE aus, welcher beweglich ist, und durch eine Schraube, deren Werth der Umdrehungen man aus der Erfahrung kennt, dem Faden DE mehr oder weniger genähert werden kann. So zeigt selbst die Schraube den Unterschied der Abweichung

zweyer Sterne, die längs den beiden Fäden fortstreichen.

Die Abweichung ist auf der Himmelskugel eben das, was man auf der Erdkugel die Breite nennt; die Länge der Oerter aber stimmt mit der geraden Aufsteigung der Gestirne überein. Man nimmt nämlich in dem himmlischen Aequator den Frühlingspunkt, in welchem sich die Sonne bey der Frühlingsnachtgleiche zeigt, als den Hauptpunkt an, und theilt ihn, von da an, in 360 gleiche Grade, die von Westen gegen Osten zu ununterbrochen in eins fortgehen. Da nun mit jedem Sterne zugleich ein gewisser Punkt des Aequators durch den Meridian geht, so heißt der Bogen des Aequators, der zwischen dem Frühlingspunkte und dem kulminirenden Punkte liegt, die gerade Aufsteigung (ascensio recta) jenes Sterns. Sterne, die zugleich kulminiren, haben daher einerley gerade Aufsteigung, und von den übrigen ist der Bogen des Aequators, der zwischen den Zeitpunkten ihrer Kulminirung durch den Meridian geht, der Unterschied ihrer geraden Aufsteigungen.

Wenn man daher ein Fernrohr mit einem Fadenmikrometer in die gehörige Lage bringt, so, daß die Fixsterne durch ihre tägliche Bewegung längs der Parallelfäden fortgeführt werden, so darf man nur bey unverrückter Lage des Rohrs die Zeiten genau bemerken, in welchen zwey Sterne nach einander durch denselben Stundenfaden gehn. Denn indem man den Unterschied dieser Zeiten in Grade des Aequators verwandelt, so erhält man sogleich den Bogen des Aequators, der zu jenem Zeitunterschiede gehört, also den Unterschied der geraden Aufsteigungen der Sterne. Auf diese Art

dienen dergleichen Mikrometer zur Bestimmung der Unterschiede in der Abweichung und geraden Aufsteigung der Sterne, und ebendeßhalb bestehen sie oft aus mehreren Fäden, oder einem Fadennetze, um sie zu diesem Gebrauche desto bequemer zu machen. Sie dienen auch zur Bestimmung der Lage der Flecken der Sonne und des Mondes, und zu verschiednen andern Absichten; allein man muß auch die äußerste Genauigkeit anwenden, wenn man mit ihnen beobachtet, da ein Fehler von einer einzigen Sekunde in der Zeit gleich einen Fehler von 15 Sekunden im Bogen des Aequators verursacht. Man hat auch parallaktische Maschinen, oder Fernröhre, die so befestigt sind daß sie mit der Axe des Himmels immer einen gleich großen Winkel machen, wenn man sie dreht, und mit denen man daher die Fixsterne in ihren Tagkreisen immerfort verfolgen kann.

Ueberhaupt findet man den Unterschied in der geraden Aufsteigung verschiedner Sterne vermittelst einer guten Uhr, welche Sternzeit zeigt, ohne viele Schwierigkeit. Man darf nur die Zeiten, in welchen die Sterne kulminiren, genau beobachten, und ihren Unterschied in Bogen des Aequators verwandeln. Das Azimut eines Sterns, oder der Bogen des Horizonts, der zwischen der Mittagsebne und einer andern lothrechten durch den Stern gesetzten Ebne liegt, läßt sich vermittelst eines Azimutalquadranten unmittelbar beobachten. Es ist entweder östlich oder westlich, und wird durch den Winkel gemessen, den beide Ebnen mit einander machen. In der Mittagsebne selbst ist das Azimut der kulminirenden Sterne = o; je näher sie aber ihrem Aufgange oder ihrem Untergange sind, um desto größer ist ihr Azimut.

Die Aufsteigung, von welcher ich bisher geredet habe, heißt die gerade, weil man auch eine schiefe Aufsteigung hat. Wenn nämlich DE (Fig. 114) der Horizont, AF der Aequator, N der Pol, und NSGP der Abweichungskreis des Sterns S ist, der im Horizonte erscheint, so geht mit dem Sterne zugleich ein gewisser Punkt des Aequators B durch den Horizont. Der Bogen nun des Aequators, der zwischen dem Frühlingspunkte und zwischen B liegt, heißt die schiefe Aufsteigung oder Absteigung des Sterns S, nachdem derselbe aufgeht oder untergeht. Der Bogen aber des Aequators BG, welcher der Unterschied der geraden und schiefen Aufsteigung ist, muß vorzüglich bemerkt werden, weil man durch ihn die Länge der Tage und Nächte in den verschiedenen Gegenden der Erde berechnet. Denn da der Aequator den Horizont allemal genau in Osten und Westen durchschneidet, so liegt auch B jederzeit von dem Mittagskreise NAPFN um 90 Grade entfernt. Addirt man also zu dem Aufsteigungsunterschiede BG 90 Grade, so erhält man den Bogen des Aequators ABG, der sich vom Meridiane bis zu dem Abweichungskreise erstreckt, der durch den aufgehenden Stern geht. Diesen nennt man in vorzüglichem Verstande den halben Tagbogen des Sterns S, weil er seine halbe Dauer über dem Horizonte mißt, mit dem wirklichen halben Tagebogen des Sterns gleich viele Grade, Minuten und Sekunden enthält, und in ebenderselben Zeit durch den Meridian geht, da der Stern, von seinem Aufgange an zu rechnen, bis zu ihm gelangt. Sie begreifen also leicht, wie man, wenn man sich in S, anstatt eines kleinen Sterns, die Sonne vorstellt, die Länge der

Tage und folglich auch der Nächte für jeden Ort und jede Zeit aus dem Aufsteigungsunterschiede der Sonne finden und berechnen kann. 3.

Anmerkungen.

1. Wenn überhaupt zwey größte Kreise einer Kugel (Fig. 111) ADB, AEB einander in der Linie AB durchschneiden, und die Ebne CDE geht durch den Mittelpunkt der Kugel C, indem sie zugleich beide größte Kreise senkrecht durchschneidet, so ist die Linie AB senkrecht auf die ganze Ebne CDE (Einl. 140), und daher auch auf ihre Durchschnittslinien mit den Kreisebnen, CD und CE. Ist nun BG die Berührungslinie in B des einen, und BF die des andern Kreises, so versteht man den Winkel FBG, wenn man von dem Winkel redet, unter welchem sich beide Kreislinien in B durchschneiden. Da aber AB der gemeinschaftliche Durchmesser beider Kreise ist, so sind beide Berührungslinien senkrecht auf ihn, (Einleit. 85) BF in der einen, und BG in der andern Ebne. Also ist BF mit CD und BG mit CE parallel (Einl. 134) und der Winkel FBG dem Winkel DCE gleich, dessen Maaß der Bogen DE ist (Einl. 73). Also ist dieser Bogen DE auch das Maaß des Winkels FBG.

Nun liegt der Stundenwinkel ANG (Fig. 114) zwischen zwey größten Kreisen der Himmelskugel, und die Ebne des Aequators, welche auch den Mittelpunkt der Kugel durchkreuzt, schneidet alle diese durch die Pole gehenden größten Kreise rechtwinklicht. Also ist der zwischen beiden Kreisen eingeschloßne Bogen des Aequators AG das Maaß des Winkels ANG.

2. Es sey AB (Fig. 111) die Axe des Himmels, um welche sich die ganze Kugel in einer gewissen Zeit so gedreht hat, daß die Mittagsebne AEB in die Lage ADB, der Punkt E des Aequators nach D, und der Stern I, dessen Abweichung EI ist, nach G gekommen ist; so sind die Linien EC, IO wie auch DC, GO parallel, also die Winkel GOI und DCE einander gleich, da die Ebne OGI, in welcher der Stern sich bewegt, mit der Ebne des Aequators CDE parallel ist (Einleit. 134). Aber wir sehen den Bogen GI nicht aus dem Mittelpunkte O des Parallelkreises, sondern aus dem Mittelpunkte der Himmelskugel C unter dem Winkel GCI = m. Man theile GI in 2 Hälften GH = HI, und ziehe HC und HO, so sind die Dreyecke GCH, GOH rechtwinklicht (Einl. 74). Nennt man also den Winkel GOI = DCE, n, und nimmt man den Halbmesser der Kugel zum Sinus totus oder zur Einheit an, so ist GH : GC = sin. $\frac{1}{2}$ m : 1 = $\frac{1}{2}$ GI : 1. Folglich ist $\frac{1}{2}$ GI = sin. $\frac{1}{2}$ m. und eben so $\frac{1}{2}$ GI = sin. $\frac{1}{2}$ n. GO. Es ist aber GO oder OI offenbar der Kosinus der Abweichung IE = d. Denn wenn man IT senkrecht auf CE zieht, so ist, da CI als der Sinus totus angenommen wird, IT der Sinus und CT = OI der Kosinus des Winkels ICE, oder des Bogens IE = d. Also ist GO = cos. d, und sin. $\frac{1}{2}$ m = sin. $\frac{1}{2}$ n. cos. d. Sind nun die Winkel m und n nur sehr klein, so verhalten sie sich, wie ihre Sinus, und man kann also cos. d = $\frac{m}{n}$ oder n. cos. d = m setzen. Wenn man also den Bogen des Aequators n auf einem Bogen des Parallelkreises m zurückbringen will, so muß man

ihn mit dem Kosinus der Abweichung multipliziren.

3. Zuerst muß man bemerken, wenn eine Kugel (Fig. 111) senkrecht durch irgend eine ihrer Axen AB mit zwey parallelen Ebnen OGI, CDE durchschnitten wird, deren eine durch den Mittelpunkt der Kugel C geht, daß von allen durch die Pole jener Axe gehenden größten Kreisen die zwischen beiden Ebnen liegenden Bogen, als IE und GD, einander gleich sind. Denn jede auf den Umfang des Parallelkreises IG aus C gezogne gerade Linie macht mit der Axe AB immer einen gleichen Winkel, weil alle diese Linien in der Oberfläche eines geraden Kegels liegen, dessen Spitze C und dessen Grundfläche der Parallelkreis ist. Also ist in dem einen Kreise der Winkel GCA dem Winkel ICA im andern Kreise gleich. Folglich ist auch $GCD = ICE$, und da in gleichen Kreisen zu gleichen Winkeln auch gleiche Bogen gehören, so sind auch die Bogen IE und GD einander gleich. Der Bogen DE aber in der durch C gehenden schneidenden Ebne ist größer, als jeder andere ihm parallele Bogen GI, weil der Halbmesser DC größer ist, als jede Sehne GO. Daher steht der Kreis ADB in D am weitesten von der Ebne AEB ab.

Nunmehr sey N (Fig. 115) der Nordpol, C der Mittelpunkt, NCK die Axe, DFE der Aequator, ISM irgend ein Parallelkreis der Himmelskugel, und es schneide unsre Mittagsebne ZABZ den Parallelkreis in IM, den Aequator in DE, und unsern Horizont AFB in AB. S sey irgend ein Stern in seinem Parallelkreise, und es gehe durch ihn aus N der Abweichungskreis NSH auf den Aequator, wie auch der lothrechte Kreis ZSG

aus

aus unserm Scheitelpunkte Z auf den Horizont. Wir wollen zuerst das Dreyeck CQT untersuchen.

Es ist dasselbe bey Q rechtwinklicht, weil die Axe CQ auf jedem Parallelkreise senkrecht aufsteht. Ferner ist der Winkel QCT der Polhöhe NCB gleich, deren Sinus wir a, den Kosinus aber b, nennen wollen. Endlich ist QC dem Sinus der Abweichung des Sterns S gleich, wenn man den Halbmesser der Himmelskugel zur Einheit annimmt. Denn wäre von C nach I eine gerade, und von I auf DC eine senkrechte Linie gezogen, so würde die letztere offenbar der Sinus von DI seyn, wenn CD den Sinus totus vorstellt. Jene Linie aber ist der QC parallel und gleich, weil sie, so wie NC, auf DE senkrecht, und mit QC zwischen zweyen parallelen Linien IM, DE enthalten ist. Also ist QC = sin. DI. Es ist aber SH die Abweichung des Sterns S; und da NSH, NID zwey gleiche größte Kreise sind, welche durch die Pole der Kreise DE und IM gehn, so sind, wie ich eben vorher erwiesen habe, die Bogen SH und DI einander gleich. Nennen wir daher den Sinus der Abweichung des Sterns S, s, den Kosinus derselben c; so ist QC = s. Man hat aber auch $1 : a = CT : QT$ also $QT = a.CT$, und $CT^2 - s^2 = QT^2 = a^2.CT^2$, also $CT^2 (1 - a^2) = s^2 = CT^2.b^2$.

Also ist $CT = \frac{s}{b}$ und $QT = \frac{as}{b}$.

Nunmehr wollen wir aus dem Mittelpunkte des Parallelkreises Q den Halbmesser QS, SR aber senkrecht auf IM ziehen, und das Dreyeck SQR vornehmen. Hier ist QS = QI, QI aber offenbar der Sinus des Bogen NI. Da nun dieser mit der Abweichung des Sterns ID 90 Grade ausmacht, so

ist der Sinus von NI dem Kosinus der Abweichung gleich. Also wird QS = c. Ferner sind IQ, DC in dem Mittagskreise, und SQ, HC in dem Abweichungskreise, auf NC senkrecht. Also sind auch IQ und DC, so wie SQ und HC parallel unter sich, und die Winkel SQR und HCD einander gleich. Nun ist der Bogen HD nicht nur das Maß des Winkels HCD, sondern auch des Stundenwinkels des Sterns DNH. (1 Anmerk.) Nennen wir also den Sinus des Stundenwinkels DNH u, seinen Kosinus z; so ist sin. HCD = sin. SQR = u. Es ist aber Qs : SR = 1 : u, also QS.u oder cu = SR.

Jetzt wollen wir in der Ebne des lothrechten Kreises ZSG auf ihren Durchschnitt mit der Horizontalebne CG aus S die senkrechte Linie SL ziehen. Da beide Ebnen sich senkrecht durchschneiden, so ist SL auf die Horizontalebne senkrecht (Einleit. 140), also der Mittagsebne parallel. Sie ist zugleich der Sinus des Bogen SG, so wie CL der Kosinus desselben. Nun ist SG die Höhe des Sterns S über dem Horizonte. Nennen wir also den Sinus dieser Höhe x; seinen Kosinus y; so wird SL = x und CL = y. Setzen wir ferner durch SL eine mit der Mittagsebne parallele Ebne, so muß ihr Durchschnitt mit der Horizontalebne LP dem Durchschnitte der Mittagsebne CB, und ihr Durchschnitt mit der Ebne des Parallelkreises SP dem Durchschnitte IM parallel seyn. Der Punkt P liegt im Durchschnitte der Ebne des Parallelkreises mit der Ebne des Horizonts OT, und dieser Durchschnitt ist auf die Mittagsebne senkrecht, weil so wohl die Ebne des Horizonts als auch die des Parallelkreises auf die Mittagsebne senkrecht sind (Einleit. 140). Also

ist OT auch auf IM senkrecht, also mit SR parallel. Zieht man nun noch zwischen den beiden Parallelen IM, SP, auch QV mit SR parallel, so wird $SR = QV = TP$.

Es ist aber $SV = \sqrt{(SQ^2 - QV^2)} = \sqrt{(c^2 - c^2u^2)} = \sqrt{c^2z^2}$; also $SV = cz$ und $SP = cz + \frac{as}{b}$. Nun ist aber auch $SP : SL = 1 : b$ weil der Winkel $SPL = QTC$ ist, also mit der Polhöhe QCT 90 Grade ausmacht. Folglich wird $1 : b = cz = \frac{as}{b} : x$ und $x = cbz + as$.

Aus dieser Gleichung, durch welche man die Höhe eines Sterns aus seiner Abweichung, oder aus c und s, und aus der Polhöhe, oder aus b und a, für einen jeden Stundenwinkel berechnen kann, sieht man deutlich:

1) daß ein jeder Stern zu beiden Seiten der Mittagsebne, in gleicher Entfernung von ihr, gleiche Höhen hat. Denn wenn die Stundenwinkel, also auch ihre Kosinus z, zu beiden Seiten der Mittagsebne einander gleich sind, so sind auch die Höhen der Sterne, und ihre Sinus x einander gleich. Daher nennt man dergleichen Höhen übereinstimmende.

2) daß jeder Stern immer höher steigt, wenn er sich dem Meridiane nähert und im Meridiane selbst am höchsten ist. Denn die Abweichung eines Sterns ist entweder nordlich oder südlich. Im ersten Falle hat man $x = cbz + as$; im zweyten $x = cbz - as$, weil hier die Abweichung und ihr Sinus negativ ist. In beiden Fällen ist x am größten,

wenn $z = 1$, also der Stern im Meridiane und sein Stundenwinkel $= o$ ist. Je größer aber der Stundenwinkel nach und nach wird, von o bis zu 90 Graden, um desto mehr nimmt sein Kosinus z unter 1 ab, je kleiner wird also x, und bey 90 Graden ist $x = \pm as$ das heißt: der Stern, dessen Abweichung nordlich ist, befindet sich alsdann noch über dem Horizonte, der aber, welcher eine südliche Abweichung hat, ist bereits unter ihm.

3) daß jeder Stern am niedrigsten steht, wenn er das zweyte Mal durch die Mittagsebne geht. Denn ist der Stundenwinkel zwischen 90 und 180 Graden, und größer als 180 Grade kann er nie werden, so ist z beständig negativ, und man hat also $x = \pm as - cbz$. Da nun alsdann z um desto größer wird, je mehr der Stundenwinkel zunimmt, so wird x in beiden Fällen um desto kleiner, es mag as positiv oder negativ seyn, und ist am kleinsten wenn $z = 1$, also der Stundenwinkel von 180 Grad ist.

Hat ein Stern gar keine Abweichung, sondern steht er selbst im Aequator, so ist $s = o$ und $c = 1$, also $x = bz$, daher in diesem Falle $z = o$ wird, wenn $x = o$ ist; das heißt: der Stern geht 90 Grade vom Meridian auf und unter.

Wenn der Stern sich selbst im Horizonte in O befindet, so ist $x = o$ und $cbz = -as = cb\sqrt{(1-u^2)}$, also $c^2b^2 - c^2b^2u^2 = a^2s^2$ und $\frac{c^2b^2 - a^2s^2}{c^2b^2} = u^2$. Nun ist auch $c^2b^2 = c^2 - a^2c^2$ und $a^2s^2 = a^2 - a^2c^2$.

Also wird auch $u = \frac{\sqrt{(c^2 - a^2)}}{cb}$ und u bes-

deutet hier den Sinus des Bogens DW oder des halben Tagebogens des Sterns, den ich A nennen will. Es geht nämlich dieser Theil des Aequators durch den Meridian, während daß der Stern von seinem Aufgange an bis zu dem Meridian gelangt.

Aus dieser Gleichung läßt sich die Verweilung eines Sterns über dem Horizonte, also auch die Länge der Tage, für jede Polhöhe berechnen, wenn die Abweichung des Sterns oder der Sonne gegeben ist. Der cos. A ist $= 1 - u^2$ also $= -\frac{as}{cb}$. Und da DW aus dem Bogen DF von 90 Graden, und aus FW dem Aufsteigungsunterschiede des Sterns O besteht, so ist cos. A auch $=$ sin. FW. Man erhält aber $\frac{as}{cb} =$ sin. FW wenn man die Tangente der Abweichung mit der Tangente der Polhöhe multiplizirt (Einleit. 181).

Wenn c kleiner ist als a, so wird sin. A oder u unmöglich, weil alsdann der Stern bey uns nicht untergeht. Denn c ist dem Sinus der Entfernung des Sterns vom Pole gleich.

Wenn s der Sinus der Abweichung der Sonne ist, so sieht man: 1) daß bey gleicher Abweichung und Polhöhe, zu beiden Seiten des Aequators, die Tagebogen, also auch die Tage und Nächte gleich lang sind. 2) Daß, bey einer gleichen Abweichung im Sommer, da A über 90° beträgt, der cos. A, also auch A, mit der Polhöhe zunimmt; daß aber dagegen im Winter, wo A unter 90° ist, der halbe Tagebogen A, also auch der Tag, um desto kleiner wird, je mehr die Polhöhe zunimmt, weil alsdann der Kosinus eines größern Bogens allemal

kleiner ist, als der eines kleinern. 3) Daß unter der Linie, wo $a = o$ und $b = 1$ ist, der cos. A immer $= o$, also A ein Bogen von 90° ist, so, daß hier die Sonne immer genau in Osten aufgeht und in Westen untergeht, also Tag und Nacht immer gleich sind. 4) Unter dem Polarkreise macht die Polhöhe mit der größten Abweichung der Sonne, die zur Zeit der Sonnenwenden Statt findet, 90 Grade. Also ist hier zu diesen Zeiten $s = b$ und $c = a$. Ist nun die Abweichung der Sonne nordlich also s positiv, so wird cos. $A = -1$; ist sie südlich, so wird cos. $A = +1$. Im ersten Falle ist also der halbe Tagbogen von 180 Graden, im zweyten ist er $= o$. Die Sonne geht also am längsten Tage unter dem Polarkreise gar nicht unter, und am kürzesten gar nicht auf. Noch mehr muß dieses weiter gegen die Pole zu Statt finden, da die Tage im Sommer weiterhin immer länger, und im Winter immer kürzer werden.

Man sieht leicht, daß AG das Azimut des Sterns S ist, dessen Sinus ich t nennen will. Zieht man nun GY und LX parallel mit OT also senkrecht auf AB, so ist $LX = PT$ und $CG : GY = CL : LX$ also $LX = CL \cdot GY : CG = ty$, weil GY der Sinus von AG, also $= t$ und CL der Kosinus von SG, also $= y$, CG aber als der Halbmesser der Kugel, $= 1$ ist. Also ist $ty = LX = PT = SR = cu$, und daher $t = \frac{cu}{y}$.

Wenn der Stern im Horizonte in O steht, ist $x = o$ und $y = 1$, also $t = cu = \sqrt{\frac{(c^2 - a^2)}{b}}$.

Sein Azimut ist alsdann AO, und FO seine Morgenweite oder Abendweite. Da nun diese, wenn

man sie von AO abzieht, den Bogen AF von 90° zurückläßt, so ist der Sinus von FO dem Kosinus von AO gleich, also $= \sqrt{(1 - tt)} = \frac{\sqrt{(b^2 + a^2 - c^2)}}{b^2} = \sqrt{\frac{(1 - c^2)}{b^2}} = \frac{s}{b}$.

Man erhält daher den Sinus der Morgenweite oder Abendweite eines Sterns, wenn man den Sinus seiner Abweichung mit dem Kosinus der Polhöhe theilt.

Man kann durch die Verbindung der gefundenen Gleichungen sehr viele Aufgaben auflösen, und überhaupt von 5 Dingen: der Abweichung, der Höhe, dem Azimut, und dem Stundenwinkel eines Sterns, wie auch der Polhöhe, zwey finden, wenn die übrigen drey gegeben sind. Ich habe mich daher nicht enthalten können, die allgemeinen Gleichungen für diejenigen, welche gründlich unterrichtet seyn wollen, hier einzurücken. In besondre Anwendungen aber derselben kann ich mich hier nicht einlassen. Das einzige füge ich noch hinzu, daß man nach diesen Gleichungen, auch wenn man sie auf die Sonne anwendet, immer nach Sternzeit rechnen kann. Denn die Sonne macht durch ihre eigne und besondre Bewegung weiter keine Veränderung, als daß sie gleichsam die Sternzeit in Sonnenzeit verwandelt. Indem man also z. B. die Länge eines Tages für einen gewissen Ort und für eine gewisse Zeit nach Sternzeit berechnet, so ist die Zeit, welche man erhält, zwar richtig, aber nicht Sternzeit, sondern Sonnenzeit, weil die Sonne ins Mittel eben so gut 15 Grade, in einer Stunde Sonnenzeit, durchläuft, als ein Fixstern, in einer Stunde Sternzeit.

Uebrigens nennt man auch zuweilen den Winkel, den der durch einen Stern gehende Stundenkreis mit dem durch ihn gehenden Scheitelkreise macht, den parallaktischen Winkel des Sterns; so wie der Winkel, den der Stundenkreis mit dem auf die Ekliptik senkrechten Breitenkreise macht, wenn beide durch einen Stern gehen, der Stellungswinkel (angle de position) des Sterns genannt wird. Man muß aber den erstern sehr wohl von dem eigentlich sogenannten parallaktischen Winkel oder der Parallaxe der Sterne unterscheiden (8 Brief).

Vierter Brief.

Man kann die Sterne nicht gleich nach dem Untergange der Sonne, oder bis zu ihrem Aufgange sehen, den Mond und die Venus ausgenommen, die oft, wenn sie stark erleuchtet sind, selbst bey Tage sichtbar sind, sondern die Sonne muß eine gewisse Tiefe unter dem Horizonte haben, wenn sie dem Auge bey heiterm Himmel merklich seyn sollen. Diese Tiefe nennt man den Sehungsbogen der Gestirne, und man findet ihn, wenn man nach einer guten Uhr die Zeit genau beobachtet, welche von dem Untergange der Sonne bis zu dem Augenblicke verfließt, da gewisse Sterne sichtbar werden. Denn hieraus läßt sich, wenn man die Abweichung der Sonne und die Polhöhe weiß, die Tiefe berechnen, in welcher sie sich alsdann unter dem Horizonte befindet. [1.] Freylich haben auf den Sehungsbogen die Schärfe des Gesichts, die Reinigkeit der Luft, und andre Umstände oft einen merklichen

Einfluß; indessen lehrt dennoch die Erfahrung, daß man ihn ins Mittel bey den Planeten, außer der Venus und dem Monde, auf 10 bis 12, und bey den Fixsternen auf 12 bis 18 Grade setzen kann. Selbst die kleinsten Fixsterne sind bey heiterm Himmel deutlich zu erkennen, wenn die Sonne 18 Grade tief unter dem Horizonte ist, und man sieht daher diese Tiefe als das Ende, oder, wenn von dem Morgen die Rede ist, als den Anfang der Dämmerung an. Denn Sie sehen leicht, daß bloß diese, welche allemal den Aufgang der Sonne ankündigt, oder ihren Untergang begleitet, die Ursache ist, weßhalb wir kleinere Sterne gleich vor dem Aufgange der Sonne, oder gleich nach ihrem Untergange, nicht sehen können. Man berechnet daher die Dauer der Dämmerung, indem man den Bogen des Horizonts sucht, der zwischen dem Meridiane und zwischen dem Abweichungskreise liegt, der durch die Sonne geht, wenn sie unter dem Horizonte eine negative Höhe von 18 Graden hat, von ihm den halben Tagebogen der Sonne abzieht, und den Ueberrest in Zeit verwandelt. [2.] Bey uns dauert die Dämmerung zur Zeit der Wintersonnenwende $2\frac{1}{4}$ Stunden, den ersten März und den 11 Oktober 1 Stunde 58 Minuten; in der letzten Hälfte aber des May, im Junius und bis gegen das Ende des Julius, die ganze Nacht. Es lassen sich auch die Tage der kürzesten Dämmerung für jede Polhöhe berechnen. In den heißern Ländern ist die Dämmerung kürzer, als bey uns, und sie hält unter der Linie, zur Zeit der Nachtgleichen, nur 1 Stunde und 12 Minuten an. [3.] In den Polargegenden hingegen, die eine halbjährige Nacht haben, dauert die Dämmerung an 2 Monate nach dem Verschwinden und vor dem Wieder-

erscheinen der Sonne, weil diese jedesmal an 54 Tage Zeit braucht, um sich nach den Nachtgleichen auf 18° vom Aequator zu entfernen, und der Horizont der Gegend unter den Polen in die Ebne des Aequators fällt.

Die Dämmerung entsteht daher, daß die obre Atmosphäre, wenn sie von der unter dem Horizonte befindlichen Sonne erleuchtet wird, das Licht auf die Erde zurückwirft. Je tiefer sich die Sonne befindet, um desto höher liegen die erleuchteten Theile. Daher nimmt die Abenddämmerung nach und nach ab, bis sie zuletzt in Westen ganz verschwindet, wenn die Sonne auf 18 Grade tief unter den Horizont hinabgesunken ist. Nimmt man an, daß selbst an der äußersten Grenze der Atmosphäre noch Theilchen sind, welche das Licht merklich zurückwerfen, so läßt sich hieraus zeigen, daß die Atmosphäre an $9\frac{5}{9}$ Meilen hoch ist. Denn wenn Z irgend ein Ort auf der Erde (Fig. 112), ZG dessen durch die Atmosphäre gehende Horizontalebne, und F eines der allerhöchsten Lufttheilchen ist, welches den Strahl SF der 18 Grade unter dem Horizonte befindlichen Sonne nach Z zurückwirft; so ist der Winkel GFS von 18 Graden; und da SFC = CFZ, SFZ aber = 180° — 18° = 162° ist, wenn alle Strahlen gerade fortgehn, und C den Mittelpunkt der Erde vorstellt, so wird in dem rechtwinklichten Dreyecke CFZ, der Winkel F von 81 und C von 9 Graden. Da sich also CF : CZ = 1 : sin. 81° verhält, und auf den Halbmesser der Erde CZ 860 Meilen gehen, so findet man CF von 870, also die Höhe der Atmosphäre von 10 Meilen. Aber der Strahl FZ geht nicht gerade durch die Atmosphäre, sondern er krümmt sich, und der Winkel F ist um einen halben Grad,

oder um die horizontale Strahlenbrechung größer, als 81°. Daher CF : CZ = 1 : sin. 81½° = 1 : 0,989 und CF nur 869⅝ also die ganze Atmosphäre 9⅝ Meilen hoch. 4.

Der Sehungsbogen der Gestirne dient zugleich dazu, daß man bey denen, welchen sich die Sonne immer mehr nähert, das Ende, und bey den andern, von welchen sich die Sonne immer mehr entfernt, den Anfang ihrer Sichtbarkeit bestimmen kann. Dieses gilt nicht nur von den Planeten, sondern auch von den Fixsternen, und Sie sehen leicht, daß selbst ein heller Fixstern nicht gesehen werden kann, wenn er weniger, als 12 Grade, von der Sonne entfernt ist. In den ältesten Zeiten war man auf das Verschwinden der Fixsterne in den Sonnenstrahlen, und auf ihr Hervortreten aus denselben sehr aufmerksam, und bestimmte darnach, aus Mangel richtiger Kalender, verschiedne Geschäfte und unter andern die Feldarbeiten. 5. Denn man sieht in den verschiednen Jahreszeiten nach und nach in Osten kurz vor dem Aufgange der Sonne, wie auch in Westen kurz nach ihrem Untergange, ganz andre Fixsterne, und dieses beweist, daß die Sonne, in Ansehung dieser Sterne, eine eigne und besondre Bewegung hat. Sie bleibt, in Ansehung ihrer, beständig nach Osten zurück, da sie immer später in dem Meridiane wieder ankommt, als der Fixstern, mit welchem sie vorher durchgegangen ist, und die tägliche Bewegung von Osten nach Westen geht. Wenn sie z. B. heute mit einem Fixsterne kulminirt, so kommt dieser schon nach 23 Stunden 56 Minuten 4 Sekunden wieder in den Meridian, die Sonne aber erstlich nach 24 Stunden. Die Sonne hat sich also schon um 4 Minuten verspätet. Den folgenden Tag kulminirt derselbe Fix-

stern schon an 8 Minuten, nach einem Monate etwa um 30. 4 Minuten, oder um 2 Stunden, und nach 12 Monaten um 24 Stunden früher, als die Sonne. Er geht also zwar nach einem Jahre wieder zugleich mit der Sonne durch den Meridian, in der That aber hat er in dieser Zeit, oder in 365 Tagen 366 Mal kulminirt. Die Zeit seines Umlaufs ist um $\frac{1}{366}$ kürzer, als die Zeit des Umlaufs der Sonne, und deßhalb macht der 366ste Theil von 24 Stunden, 3 Minuten und 56 Sekunden aus.

Die Sonne durchläuft also zwischen den Fixsternen das Jahr über, von Westen nach Osten zu, einen gewissen Kreis, und diese ihre jährliche Bewegung müssen Sie von der täglichen sehr wohl unterscheiden. Sie macht unter andern, daß wir im Winter des Abends in einer gewissen Gegend des Himmels ganz andre Sterne sehen, als im Sommer; daß gewisse Sterne zu gewissen Zeiten des Jahres mit der Sonne zugleich am Himmel stehen und also unsichtbar sind, und ein halbes Jahr nachher des Nachts kulminiren, weil sich die Sonne von ihnen indessen weit entfernt hat; daß einige Fixsterne unter ihren Strahlen verschwinden, andre dagegen wieder in der Morgendämmerung sichtbar werden; und daß diese Reihe von Veränderungen alle Jahre wieder von vorne anfängt.

Die Sonne hat in unserm Sommer beständig eine nordliche, und in unserm Winter eine südliche Abweichung, die man leicht durch die Beobachtung ihrer Mittagshöhe finden kann, wenn man die Polhöhe, also auch die Aequatorhöhe, an dem Orte der Beobachtung kennt. Die größte Mittagshöhe, z. B. welche der Mittelpunkt der Sonne im Sommer zur Zeit der Sonnenwende 1738 in Paris

erreichte, war von 64 Graden 38 Minuten 10 Sekunden. Nun ist in Paris die Höhe des Aequators 41 Grad 9 Minuten 50 Sekunden groß. Der Unterschied beider Höhen, welcher 23 Grade 28 Minuten 20 Sekunden beträgt, giebt also die größte nordliche Abweichung der Sonne, und man findet im Winter, zur Zeit der Sonnenwende, ihre größte südliche Abweichung eben so groß. Zu den Zeiten der Nachtgleichen aber hat sie gar keine Abweichung, sondern sie befindet sich im Aequator selbst, und die beiden Punkte, wo sie sich alsdann befindet, der Frühlingspunkt und der Herbstpunkt, stehen einander, vermöge der Erfahrung gerade gegen über, so, daß zwischen beiden die Hälfte des Aequators von 180 Graden liegt. Es scheint also, daß die jährliche Bahn der Sonne, oder die Ekliptik, denn so nennt man diese Linie, ein größter Kreis an der Himmelskugel ist, welcher den Aequator in zwey gleiche Hälften theilt, und zugleich von ihm in zwey gleiche Hälften getheilt wird, deren die eine über ihn gegen Norden, und die andre unter ihn, gegen Süden, fällt. Unter dieser Voraussetzung muß die ganze Sonnenbahn in einer Ebne liegen, welche die Ebne des Aequators unter einem Winkel durchschneidet, der der größten Abweichung der Sonne gleich ist, und die Schiefe der Ekliptik genannt wird. 6. Verzeichnet man nun einen solchen Kreis unter dem gehörigen Winkel auf einer Kugel, die mit einem Aequator und seinen Polen versehen ist, und theilt man ihn hierauf in 365 gleiche Theile nach der Zahl der Tage eines gemeinen Jahres, so kann man die Abweichung der Sonne für jeden Tag des Jahrs durch die Verzeichnung bestimmen. Richtiger und genauer erhalt man sie, wenn man den

Sinus ihrer grösten Abweichung mit dem Sinus des Bogens multiplizirt, der zwischen dem Frühlingspunkte oder Herbstpunkte und dem Orte der Sonne in der Ekliptik liegt. Denn dieses Produkt giebt den Sinus der Abweichung, welche alsdann die Sonne hat. [7] Beobachtet man nun oft und zu verschiednen Zeiten des Jahres die Abweichung der Sonne, so findet man zwischen den berechneten und beobachteten Abweichungen immer die genaueste Uebereinstimmung. Und so überzeugt man sich, daß die Ekliptik wirklich ein größter Kreis der Himmelskugel ist.

Die Ekliptik wird, so wie der Aequator, von dem Frühlingspunkte an, wo beide Kreise sich durchschneiden, in 360 Grade getheilt, und diese Grade gehen nach der Richtung der jährlichen Bewegung der Sonne von Westen nach Osten. Bey dem neunzigsten Grade hat die Ekliptik ihre größte nordliche Abweichung, und dieser Punkt heißt der Sommerpunkt. Bey 180 Graden schneidet die Ekliptik den Aequator wieder im Herbstpunkte. Bey 270 Graden hat sie ihre größte südliche Abweichung im Winterpunkte. Man nennt auch den Frühlingspunkt und Herbstpunkt zusammen die Punkte der Nachtgleichen, und die andern beiden Punkte zusammen die Punkte der Sonnenwenden. Die beiden Abweichungskreise, welche durch diese vier Punkte gehen, heißen die Koluren, und Sie sehen leicht, daß der Kolur der Nachtgleichen auf der Himmelskugel das vorstellt, was der erste Mittagskreis auf der Erdkugel ist. Unfehlbar hat man Anfangs die Ekliptik, nach der Zahl der Tage des Jahres, in 365 Theile getheilt; weil aber diese Theilung sehr schwer ist, so hat man lieber die sehr viel bequemere Zahl

360, welche von der erstern nur wenig verschieden ist, gewählt, und daher ist die Gewohnheit entstanden, daß wir heutzutage jeden Kreis in 360 Grade theilen.

Da das Jahr 12 Monate enthält, so hat man die Ekliptik auch in 12 größere gleiche Theile getheilt, deren jeder 30 Grade in sich begreift. Diese Theile heißen die himmlischen Zeichen, und haben, ungeachtet sie bloß eingebildete Theile sind, ihre besondere Namen. Sie folgen einander von Westen nach Osten in nachstehender Ordnung: der Widder ♈, der Stier ♉, die Zwillinge ♊, der Krebs ♋, der Löwe ♌, die Jungfrau ♍, die Wage ♎, der Skorpion ♏, der Schütze ♐, der Steinbock ♑, der Wassermann ♒, und die Fische ♓. Der erste Punkt des Widders ist der Frühlingspunkt; der erste der Wage, der Herbstpunkt; der erste des Krebses und des Steinbocks sind die Punkte der Sonnenwenden. Vom Steinbocke bis zum Ende der Zwillinge erhebt sich die Sonne immer höher nach Norden. Daher heißen diese 6 Zeichen die aufsteigenden, und die übrigen 6 aus einer entgegengesetzten Ursache die absteigenden Zeichen. Vom Widder an fallen die ersten 6 Zeichen über den Aequator, und von der Wage an die 6 übrigen Zeichen unter ihn. Sie müssen aber diese Zeichen mit den Sternbildern, welche gleiche Namen führen, ja nicht verwechseln, wovon Sie die Ursache in der Folge einsehen werden. Die Astronomen haben bloß die Eintheilung nach Zeichen in der Ekliptik beybehalten, und bezeichnen z. B. einen Bogen derselben von 88 Graden 12 Minuten auf folgende Art: 2 Zeichen 22 Grade 12 Minuten. Steht die Sonne so, so steht sie 22 Grade 12 Minuten im dritten

Zeichen oder den Zwillingen. Zwölf volle Zeichen, so wie 24 volle Stunden, bezeichnen sie mit o. So ist o St. 6′ bey ihnen, der Zeit nach, 6 Minuten nach 12 Uhr Mittags, und o Zeichen 12 Gr. ist der 12te Grad des Widders.

Anmerkungen.

1. Dieses kann auch durch die in der 3 Anmerk. des vorhergehenden Briefes gegebnen Formeln geschehen. Hier ist $x = cbz + as$. Beobachtet man nun z. E. am Tage der Nachtgleiche (wo die Abweichung der Sonne, also auch $s = o$ und $c = 1$ ist) unter der Linie (wo die Polhöhe $= o$ und $b = 1$ ist) die Zeit der Dämmerung, und findet sie von 1 Stunde 12 Minuten oder von $1\frac{1}{5}$ Stunde, so ist erstlich $x = z$, und ferner machen $1\frac{1}{5}$ Stunde in Theilen des Aequators 18 Grade aus. Also wird der Stundenwinkel, der zu der Höhe gehört, welche alsdann die Sonne hat, da sie 90 Grade vom Meridiane untergeht, $90 + 18$ oder 108 Grade, und der Kosinus z dieses Winkels ist $= -\sin. 18°$. Also ist $x = -\sin. 18°$, oder die Sonne steht 18 Grade unter dem Horizonte, wenn die Dämmerung aufhört, oder $1\frac{1}{5}$ Stunde nach ihrem Untergange.

2. Wenn DW (Fig. 115) der halbe Tagebogen der Sonne ist, sie selbst aber in M 18 Grade unter dem Horizonte steht, und NME ihr Abweichungskreis in M ist, so darf man nur den Bogen WE, als den Unterschied zwischen den Bogen DE und DW, in Sternzeit verwandeln, um die Dauer der Dämmerung zu haben. In Berlin z. B. ist die Polhöhe 52 Grad $31\frac{1}{2}$ Minute, also ihr Kosinus $b = 0{,}6083$. Am Tage der Nachtgleichen

chen ist daselbst $s = 0$, $c = 1$ und $x = bz = 0{,}6083\,z$. Steht also die Sonne 18 Grade unter dem Horizonte, so ist alsdann $x = -\sin. 18° = -0{,}309$ und daher $-0{,}508 = z$. Da nun die Sonne alsdann 90 Grade vom Meridian untergeht, so ist $\sin. WE = 0{,}508$, also $WE = 30° 31'$. Dieser Bogen giebt, wenn man ihn durch die Theilung mit 15 in Sternzeit verwandelt, 2 Stunden 2 Minuten, als die Dauer der Dämmerung zu Berlin am Tage der Nachtgleichen.

3. Der Kosinus von DE oder z (Fig. 115) ist $\frac{x - as}{cb}$ und der Kosinus von $DW = -\frac{as}{cb}$ (Anmerk. 3 Br. 3). Ferner ist das Differenzial des ersten Kosinus dem Differenziale des Bogens DE multiplizirt mit dem Sinus von DE, und das Differenzial des letztern Kosinus dem Produkte $dDW . \sin. DW$ gleich (Einleit. 243). Man muß also $\frac{x - as}{cb}$ und $\frac{-as}{cb}$ so differenziren, daß man bloß s und c als veränderlich ansieht, das erste Differenzial mit dem Sinus von DE, das andre mit dem Sinus von DW dividiren, und beide Quozienten, oder die Differenziale dDE und dDW, einander gleich setzen, wenn man die Abweichung der Sonne für die kürzeste Dämmerung erhalten will. Denn so lange die Dämmerung zunimmt, wird das Differenzial des Bogens DE immer größer, wenn das von DW immer gleich stark wächst, und das erstre wird nach und nach wieder immer kleiner, so lange die Zeit der Dämmerung wieder abnimmt. Endlich werden, wenn diese Zeit am kleinsten ist, beide Differenziale einander gleich. Richtet man

also die Gleichung so ein, wie ich gesagt habe, so erhält man $(a - s\,x)\ \sqrt{}\ (1 - s^2 - a^2) = -a\ \sqrt{}\ (1 - s^2 - a^2 - x^2 - 2\,a\,s\,x)$ und hieraus $x = \frac{2\,a\,s}{a^2 + s^2}$. Nennt man daher den Bogen von 18 Graden, dessen Sinus x ist, indessen r, so wird $-\sin.\ r = \frac{2\,a\,s}{a^2 + s^2}$ und $\cos.\ r = \frac{a^2 - s^2}{a^2 + s^2}$ und $1 - \cos.\ r = \frac{2\,s^2}{a^2 + s^2}$. Nun muß man sich erinnern, daß $\sin.\ r = 2 \sin.\ \frac{1}{2}\,r.\ \cos.\ \frac{1}{2}\,r$ und $1 - \cos.\ r = 2\,(\sin.\ \frac{1}{2}\,r)^2$ ist (Einleit. 187). Also wird $-\sin.\ \frac{1}{2}\,r.\ \cos.\ \frac{1}{2}\,r = \frac{a\,s}{a^2 + s^2}$ und $(\sin.\ \frac{1}{2}\,r)^2 = \frac{s^2}{a^2 + s^2}$. Dividirt man nun diese Gleichung mit der vorhergehenden, so bekommt man $\tang.\ \frac{1}{2}\,r = -\frac{s}{a}$; und hierauf gründet sich die sehr leichte und einfache Regel, daß man nur die Tangente von $\frac{1}{2}\,r$ oder von 9 Graden mit dem Sinus der Polhöhe multipliziren darf, um den Sinus der Abweichung der Sonne am Tage der kürzesten Dämmerung zu finden. Diese Abweichung aber ist bey uns südlich, weil s negativ ist.

In Warschau z. B. ist die Polhöhe 52° 14′, also ihr Sinus oder $a = 0{,}79$. Multiplizirt man nun diese Zahl mit 0,15838 als der Tangente von 9 Graden, so erhält man 0,12512 als den Sinus der Abweichung s. Die südliche Abweichung der Sonne beträgt also 7° 11′ an den Tagen der kürzesten Dämmerung, und da die Sonne in Warschau den 1 März und den 11 Oktober jene Abweichung hat, so fällt die kürzeste Dämmerung auf

diese Tage. Unter der Linie, wo a = o ist, muß am Tage der kürzesten Dämmerung auch s = o seyn; weil a. tang. $\frac{1}{2}$ r = s ist. Also fallen dort die Tage der kürzesten Dämmerung auf die Nachtgleichen, und die Dämmerung dauert alsdann 1 Stunde 12 Minuten (1 Anmerk.).

Eine ähnliche Frage ist die: wenn die Sonnenscheibe unter einer gewissen Polhöhe am geschwindesten sich durch den Horizont bewegt? Diese Zeit fällt allenthalben auf der Erde auf die Nachtgleichen. In Warschau z. B. braucht die Sonnenscheibe am längsten Tage 4′ 36″ und am kürzesten 4′ 45″, an den Tagen der Nachtgleichen aber nur 3′ 31″ Zeit, um durch den Horizont zu gehen.

4. Da hier von der Höhe der Atmosphäre die Rede ist, so ergreife ich diese Gelegenheit, um zu demjenigen, was ich von den Höhenmessungen mit dem Barometer bereits im ersten Bande gesagt habe, das nöthige hinzuzufügen. Die Dichte der Atmosphäre nimmt mit ihrer Höhe beständig ab, und daher fällt ein Barometer um desto tiefer, je höher man hinaufsteigt. Gesetzt die Dichte der Luft verhalte sich unten in A (Fig. 116) zur Dichte des Queckſilbers im Barometer, wie 1 : m, und oben in D, wie 1 : n; so verhält sich die Dichte der Luft in A zu der in D, wie n : m. Ist nun die Höhe des Barometers in A = f, und in D = y, so verhalten sich die Gewichte, durch welche die Luft in A und D zusammengedrückt wird, wie f : y. Also ist, nach dem Gesetze des Mariotte, *)

$n : m = f : y$ und $\frac{1}{n} = \frac{y}{m\,f}$. Gesetzt, es sey

Dd ein unendlich kleiner Theil der Höhe AD = x

*) Man sehe den 47 Brief des ersten Bandes.

der Luftsäule, so hat die Luft überall in diesem Theilchen $dx = Dd$ die Dichte $\frac{1}{n}$. Fällt nun zugleich das Barometer, indem man es aus D, wo es die Höhe y hat, in d bringt um die Höhe dy, so verhalten sich die Höhen dy und dx der beiden im Gleichgewichte stehenden Säulen umgekehrt, wie ihre eigenthümlichen Schweren, oder, welches einerley ist, umgekehrt wie die Dichten des Queckſilbers und der Luft. *) Also ist $dy : dx = \frac{1}{n} : 1$ und

$$dy = \frac{1}{n}\,dx = \frac{y}{fm}\,dx, \text{ also } \frac{fm\,dy}{y} = dx.$$

Dieses Differenzial gehört zu dem Logarithmen von y (Einleit. 242), man muß aber hier eine beständige Größe hinzufügen, weil $y = f$ wird, wenn $x = o$ ist (Einleit. 241). Es ist also das Differenzial von $lf - ly$, wenn man fm zum Modul dieser Logarithmen annimmt. So wird $x = lf - ly$: und $lf = ly$ also auch $f = y$, wenn $x = o$ ist. Da nun der Logarithme jeder Zahl in einem Systeme, zu dem Logarithmen derselben Zahl in einem andern Systeme, ein beständiges Verhältniß hat (Einleit. 196), so wollen wir setzen, dieses beständige Verhältniß sey zwischen unsern und den Briggischen gemeinen Logarithmen, wie $1 : b$, so wird $x = b.l\frac{f}{y}$ in Briggischen Logarithmen seyn. Wollte man natürliche Logarithmen brauchen, so müßte man sie mit am multipliziren (Einleit. 242). Nun ist f oder die Höhe des Barometers, unten am Ufer des Meeres, ins Mittel von 28 Pariser Zollen, oder von $\frac{7}{18}$ Par.

*) Man sehe den 40. und 47. Brief des ersten Bandes.

Klaftern, und m pflegt ungefähr 11200 zu seyn. Also ist fm ins Mittel = $4355\frac{5}{9}$ in Klaftern. Diese Zahl muß man mit 2,302585 multipliziren, wenn man Briggische oder gemeine Logarithmen brauchen will, um diese dadurch in natürliche zu verwandeln. Folglich ist: fm . 2, 3... oder b, = 10018, fast völlig 10000. Da nun die Dichte der Luft durch die Wärme ungemein verändert wird, so muß es einen gewissen Grad der Wärme geben, bey welchem b genau = 10000 ist, und man die große Bequemlichkeit hat, daß man die Höhe $x = 10000\ l\ \frac{f}{y}$ sogleich in Pariser Klaftern erhält, wenn man gemeine Logarithmen braucht.

Herr Deluc setzt diese Wärme, welche man auch die Normaltemperatur nennt, auf $16\frac{3}{4}$ Französische Grade; allein genauere und schärfere Untersuchungen haben gezeigt, daß sie $11\frac{1}{2}$ Grade nach dem Französischen Thermometer ausmacht. Bey diesem Grade der Wärme erhält man die Höhe z. B. eines Berges, an dessen Fuß in A und auf dessen Spitze in D man die Höhe des Barometers beobachtet hat, sogleich in Pariser Klaftern durch die Formel $x = 10000\ l\ \frac{f}{y}$ oder = 10000 (lf — ly) (Einleit. 193). Nur muß man die Höhe des Barometers, da eine Queckfilbersäule von 28 Zollen durch die Wärme vom Eispunkte bis zum Südpunkte ungefähr um $5\frac{1}{2}$ Linie verlängert wird, sowohl oben, als unten, auf die Normaltemperatur reduziren und so verbessern.

Da aber die Wärme der Luft mehrentheils oben in der Höhe von der untern beträchtlich verschieden ist, so nimmt man ein Mittel zwischen der erstern

und letztern und sieht dieses als die mittlere Wärme der ganzen Luftsäule an, ungeachtet diese Voraussetzung wahrscheinlich in vielen Fällen unrichtig ist. Daher hat man auch bis jetzt noch keine sichere Regel, nach welcher man die gefundne Höhe verbessern könnte, wenn die Wärme der Luft von der Normaltemperatur merklich abweicht. Am meisten stimmt noch die folgende mit der Erfahrung überein, daß man, wenn der Französische Grad der mittleren Wärme g heißt, die gefundne Höhe mit $1 + \frac{g - 11{,}5}{192}$ multipliziren soll, oder daß überhaupt $x = 10000 (1 + \frac{g - 11{,}5}{192}) (lf - ly)$ ist, indem f die Höhe des Barometers unten am Fuße, und y die Höhe oben auf der Spitze eines Berges bedeutet. Es ist also bey den Höhenmessungen mit dem Barometer allerdings noch immer einige Ungewißheit übrig, der auch die neueren Vorschläge, die Luft unten und oben abzuwägen, und zugleich das Barometer zu beobachten, nicht haben abhelfen können. Man muß noch mehrere Reihen sehr genauer Beobachtungen machen, ehe man im Stande seyn wird, hierin etwas gewisses zu bestimmen. Ueberhaupt aber erfordern dergleichen Beobachtungen die besten Barometer und die äußerste Genauigkeit, wenn sie nützlich seyn sollen.

5. In Beziehung auf die Sonne unterschieden die Alten den Aufgang oder Untergang eines Fixsterns mit Aufgang der Sonne (ortus cosmicus); Aufgang oder Untergang bey Untergang der Sonne (ortus acronyctus); und das Hervortreten aus den Sonnenstrahlen (ortus heliacus) oder das Verschwinden

unter denselben (occasus heliacus). Zum Verstande der alten Schriftsteller ist es nothwendig diesen Unterschied zu wissen.

6. Denn der Aequator und die Ekliptik sind zwey größte Kreise der Himmelskugel, welche von dem Abweichungskreise oder Kolure der Sonnenwenden rechtwinklicht durchschnitten werden. Daher ist der zwischen beide Kreise fallende Bogen des Kolurs das Maß der Schiefe der Ekliptik (3 Brief 1 Anmerk.).

7. Wenn AFB (Fig. 115) die Ekliptik vorstellt, so ist für jeden Ort O, der Theil FO des Bogens AO, der vorher das Azimut vorstellte, der Bogen der Ekliptik, der zwischen dem Frühlingspunkte oder Herbstpunkte F und dem Orte O der Sonne liegt. Der Sinus von FO ist $= \frac{s}{b} = p$ (3 Brief 3 Anmerk.), und s bedeutet hier den Sinus der Abweichung des Orts O, b aber den Kosinus von NB, oder den Sinus von ZN, der größten Abweichung der Ekliptik, also sin. 23° 28′ = 0,3982. Denn da ZC auf die Ekliptik, und NC auf den Aequator, senkrecht ist, so machen beide Axen zusammen einen Winkel unter sich, welcher der Schiefe der Ekliptik gleich ist. Also ist s = 0,3982 p. Ist z. B. p = sin. 30° = os, so wird FO = 11° 29′; ist p. = sin. 60° = 0,866, so wird FO = 20° 10′ und ist p = sin. 90° = 1, so wird FO 23° 28′. So kann man Grad für Grad, Minute für Minute, Sekunde für Sekunde, die Abweichungen der Punkte der Ekliptik berechnen, und hat das nur nöthig bey einem einzigen Quadranten zu thun. Denn zu beiden Seiten der Koluren, und in gleichen Entfernun-

gen von ihnen, sind auch immer die Abweichungen sich gleich.

Uebrigens gehen die Pole der Ekliptik täglich zwey Mal durch unsere Mittagsebne. In diesen beiden Augenblicken befindet sich der Frühlingspunkt und der Herbstpunkt in unserm Horizonte, und ist 90 Grade von unserm Meridiane entfernt. Zu jeder andern Zeit sind immer andre und andre Punkte der Ekliptik im Horizonte, und man nennt jedes Mal denjenigen Punkt der Ekliptik der Neunzigsten, der von jenen zweyen Punkten im Horizonte um 90 Grade absteht. Er ist immer der mittelste und höchste Punkt der über dem Horizonte sichtbaren Hälfte der Ekliptik. Denn die Ekliptik und der Horizont schneiden sich immer, als zwey größte Kreise der Himmelskugel, in zwey gleiche Hälften.

Fünfter Brief.

Die Sonne durchläuft mit ihrer jährlichen Bewegung in einem Monate ein himmlisches Zeichen. Sie tritt um das letzte Drittel eines jeden unserer Monate, zwischen dem 18 und 23, in ein andres Zeichen: im März in den Widder, im April in den Stier, im May in die Zwillinge, im Junius in den Krebs, im Julius in den Löwen, im August in die Jungfrau u. s. w. Diese letztre stellt die Göttin der Ernte vor, und man bildet sie mit einer Korngarbe in der Hand ab. Es schein also, daß ein altes Volk, welches ein dem unsrigen ähn-

liches kaltes Klima bewohnte, die jetzt allgemein angenommenen himmlischen Zeichen zuerst erfunden hat, obgleich uns die Geschichte von diesem Volke keine Nachricht giebt. Denn in Griechenland und in allen wärmeren Ländern erntet man viel früher, als mit Ende des Augusts. Ueberdieses passen auch die Zwillinge, als ein Zeichen der Fruchtbarkeit, auf unser Klima, weil hier der May der fruchtbarste Monat ist. Selbst die übrigen Zeichen scheinen deutliche Beziehungen auf gewisse Eigenheiten zu haben, wodurch sich bey uns noch jetzt ein Monat vor dem andern auszeichnet.

Wenn die Sonne ihre Abweichung nicht änderte, so würde sie täglich einen Parallelkreis beschreiben. Da sie aber beständig fort ihre Abweichung ändert, so beschreibt sie am Himmel eine Art von Schraubenlinie, in welcher sie sich bald über den Aequator herauf, bald unter ihn herunter, windet. Indessen sind die einzelnen Windungen dieser Schraubenlinie von Kreisen nur wenig verschieden. Daher scheint die Sonne zur Zeit der Nachtgleichen den Aequator, und zur Zeit der Sonnenwenden die Wendekreise zu durchlaufen, und ihre Abweichung ist im ersten Falle $= o$, im andern aber der Schiefe der Ekliptik gleich, die man also durch Beobachtungen der Mittagshöhe der Sonne an den längsten und kürzesten Tagen finden kann.

Die Ekliptik ist ein so wichtiger Kreis für den Astronomen, daß er ihn auf der Himmelskugel dem Aequator vorgezogen, und zur Bestimmung der Länge und Breite ihrer verschiednen Punkte gebraucht hat. Daher kommt es, daß auf der Himmelskugel die besondern Namen der geraden Aufsteigung und

Abweichung erfunden werden mußten, um die Punkte derselben auch auf den Aequator beziehen zu können. Die Axe der Ekliptik beschreibt mit ihren Polen, bey der täglichen Umdrehung der Himmelskugel, zwey kleine Kreise um die Pole derselben, welche die Polarkreise des Himmels vorstellen. Jeder größte Kreis, welcher durch die Pole der Ekliptik geht, heißt ein Breitenkreis, weil der Bogen eines jeden, der zwischen einen Stern und die Ekliptik fällt, die Breite des Sterns genannt wird. Die Sonne selbst hat keine Breite, weil sie immer in der Ekliptik ist, und ihre Länge wird, wie gewöhnlich, durch die himmlischen Zeichen bestimmt. Wenn sie z. B. von 7 Zeichen 12 Graden und 15 Minuten ist, so befindet sich die Sonne 222 Grade 15 Minuten vom Frühlingspunkte, nach Osten zu, entfernt. Auf eine ähnliche Art drückt man die Länge auch eines andern Gestirnes durch den Bogen der Ekliptik aus, der zwischen den Frühlingspunkt und das Gestirn fällt. Man kann daher die Lage eines jeden Punkts der Himmelskugel entweder durch die gerade Aufsteigung und Abweichung, oder auch durch die Länge und Breite ganz vollkommen bestimmen, nachdem man ihn entweder auf den Aequator oder die Ekliptik beziehen will. Gewöhnlich geschieht das letztre beym Monde und den Planeten, das erstre aber bey den Fixsternen. I

Die Schiefe der Ekliptik nimmt jetzt etwas ab, und zwar nach den neuesten Beobachtungen, welche die einzigen zuverlässigen sind, etwa um 33 Sekunden in hundert Jahren. Euler war der erste, welcher bewies, daß sie, wenigstens nach der jetzigen Lage der Dinge, abnehmen müsse, und nachher haben die Herren de la Lande, de la Grange und de la

Place sich mit dieser Untersuchung beschäftigt. Indessen kann jene Abnahme nie höher, als auf etwa anderthalb Grade, steigen. Jetzt ist die Schiefe der Ekliptik ins Mittel beynahe von 23 Graden 28 Minuten. Denn sie nimmt außerdem, wegen der Einwirkung des Mondes, noch periodisch 9 Jahre lang etwas zu, und 9 Jahre ab, jedoch so wenig, daß die ganze daher rührende Veränderung nur 18 Sekunden beträgt.

Die Sonne geht des Winters in ihrer Bahn geschwinder fort, als des Sommers, und überhaupt ist ihr jährlicher Lauf etwas ungleichförmig. Die Astronomen haben also ganze Reihen von Jahren zusammengenommen, sie ganz gleichförmig eingetheilt, und so den mittleren Lauf der Sonne für jedes Jahr und jeden Tag berechnet, aus welchem sie nachher durch verschiedne Verbesserungen, die nach gewissen Regeln angebracht werden müssen, den wahren Ort und die Länge der Sonne für einen jeden Meridian herleiten. Jener mittlere Lauf kommt also gleichsam einer eingebildeten Sonne zu, welche beständig im Aequator aufs gleichförmigste fortgeht, und jeden ganzen Umlauf vollkommen in eben derselben Zeit vollendet, in welcher die wirkliche Sonne den ihrigen endigt. Der Zeitpunkt nun, da diese mittlere Sonne durch unsern Meridian geht, heißt der mittlere Mittag. Die Zeit, welche zwischen zweyen unmittelbar auf einander folgenden mittleren Mittagen verfließt, bleibt sich immer vollkommen gleich. Theilt man sie in 24 gleiche Stunden, und die Stunden wieder in Minuten und Sekunden, so heißt diese Zeit: mittlere Sonnenzeit, und dergleichen Zeit zeigen gewöhnlich Pendeluhren. Der Zeitpunkt hingegen, da der Mittelpunkt der wirklichen Sonne

durch unsern Meridian geht, heißt der wahre Mittag, und wenn man auch hier den Zeitraum zwischen zweyen unmittelbar auf einander folgenden Mittagen in Stunden u. s. w. eintheilt, so erhält man wahre Sonnenzeit, welche gute Sonnenuhren zeigen.

Der Unterschied zwischen dem mittleren und dem wahren Mittage heißt die Gleichung der Zeit. Man findet sie, wenn man nach den astronomischen Tafeln für einen gewissen Meridian den mittleren Ort der Sonne, oder die Entfernung der erdichteten Sonne vom Frühlingspunkte auf irgend einen Mittag berechnet, und den Unterschied zwischen ihr und der geraden Aufsteigung, welche die wirkliche Sonne in diesem Zeitpunkte hat, in Zeit verwandelt. Denn diese verwandelte Zeit ist die Gleichung für den angenommenen Mittag. Freylich findet man sie auf diese Art nicht ganz genau, da man, um die gerade Aufsteigung der Sonne an einem gewissen Mittage zu finden, vorher ihre wahre Länge auf diesen Zeitpunkt berechnen, folglich, wenn man sie genau haben will, den wahren Mittag in den mittleren, nach welchem die astronomischen Tafeln berechnet sind, verwandeln, also die Gleichung der Zeit schon kennen muß. Allein der Fehler, den man dadurch begeht, daß man den wahren Mittag anstatt des mittleren setzt, ist nur geringe, da der Unterschied beider Mittage mehrentheils klein ist, und nur zwey Mal im Jahre bis auf eine Viertelstunde ungefähr steigt. *) Uebers dieses kann man jenen Fehler nachher, wenn man die Gleichung der Zeit erstlich beyläufig kennt, so

*) Nämlich im Anfange des Februars auf $14\frac{2}{3}$ und im Anfange des Novembers bis auf $16\frac{1}{4}$ Minuten höchstens.

viel es nur immer nöthig ist, verbessern. Die gemeinen Uhren werden nach dem wahren Mittage gestellt, aber die Pendeluhren oder Probiruhren, nach welchen man die gemeinen Uhren richtet, wenn die Sonne nicht scheint, oder keine gute Sonnenuhr bey der Hand ist, müssen mittlere Sonnenzeit zeigen. Eine solche Probiruhr zeigte z. B. in Berlin den 4 August 1791 am wahren Mittage 12 Uhr 5 Minuten 41 Sekunden und in dem Augenblicke, da sie dieses zeigte, richtete man die gemeinen Uhren auf 12. Man muß aber für jedes Jahr besonders die Zeitgleichung auf jeden Tag berechnen, wenn man wissen will, wie viel eine Probiruhr, zur Zeit des wahren Mittags, zeigt. Denn da die Zeitgleichung sich beständig ändert, wiewol in 24 Stunden nur höchstens um 30 Sekunden, und unser Jahr nur nach ganzen Tagen gerechnet wird, also nie dem wahren Jahre völlig gleich ist, so ändert sich die Gleichung der Zeit alle Jahre für die einzelnen Mittage etwas. Indessen hat man auch allgemeine Tafeln für diese Gleichung, die aber nur beynahe richtig sind. Mitten im April und Junius, wie auch mit Ende des Augusts und den 24 Dezember, fällt der wahre Mittag mit dem mittleren fast ganz zusammen, sonst sind beide beständig von einander verschieden.

Die Astronomen pflegen ihre Beobachtungen mehrentheils in wahrer Sonnenzeit anzugeben, die sie durch ihre Pendeluhren bestimmen, die aber sehr gleichförmig und richtig gehen müssen, wenngleich sie weder eigentliche mittlere Sonnenzeit noch Sternzeit zeigen. Sie bemerken nämlich an dem wahren Mittage vor der Beobachtung, da die Sonne durch den Meridian geht, die Zeit der Uhr genau. Gesetzt sie hätte alsdann 11 gezeigt,

so würde zu der Zeit der Beobachtung selbst eine Stunde addirt werden müssen, weil die Uhr im Zeitpunkte des wahren Mittags eigentlich hätte 12 zeigen sollen, wenn ihre Zeit wahre Zeit gewesen wäre. Eben so sorgfältig bemerkt man, wie viel die Uhr am wahren Mittage nach der Beobachtung zeigt. Ist es auf ihr wieder 11 Uhr, so waren ihre Stunden zwischen den zwey Mittagen wahre Sonnenstunden, die weiter keine Verbesserung brauchen. Zeigt sie aber alsdann 10 oder 12, so waren im ersten Falle 23, und im letzter 25 ihrer Stunden, 24 wahren Sonnenstunden gleich. In beiden Fällen muß also die nach der Uhr gefundne Zeit dadurch in wahre Zeit verwandelt werden, daß man nach der Regeldetri berechnet, wenn 23 oder 25 Stunden Uhrzeit 24 Stunden wahrer Sonnenzeit gleich sind, wie viele Stunden der letztern die gefundne Uhrzeit der Beobachtung ausmacht.

Ueberdieses fangen die Astronomen ihren Tag immer in dem wahren Mittage und 12 Stunden später an, als den bürgerlichen Tag. Dadurch, und daß sie die Stunden in eines fort bis 24 zählen, unterscheidet sich die astronomische Zeit von der bürgerlichen, indem übrigens diese, so gut, wie jene, wahre, oder auch mittlere Zeit seyn kann. Auch pflegen die Astronomen alles in verflossner (tempus completum) und nicht in laufender Zeit (tempus currens) zu bestimmen. Wenn sie z. B. eine Begebenheit auf 1720 Jahre nach Christi Geburt, 41 Tage, 22 Stunden, 16 Minuten 5 Sekunden setzen, so fällt dieser Zeitpunkt, nach bürgerlich laufender Zeit, auf 1721 den 12 Februar 10 Uhr 16 Minuten, 5 Sekunden Vormittags.

Man kann die Sonnenzeit eben so in Bogen verwandeln, wie die Sternzeit. Denn die Sonne durchläuft, durch ihre tägliche Bewegung, in 24 Stunden Sonnenzeit, eben so gut 360 Grade, also in einer Stunde 15 Grade am Himmel, als ein Fixstern in einer Stunde Sternzeit durch 15 Grade geht; oder mit andern Worten: von dem Stundenwinkel der Sonne gehen eben so gut auf jeden Grad 4 Minuten mittlere Sonnenzeit, als von dem Stundenwinkel der Fixsterne 4 Minuten Sternzeit auf jeden Grad gehen. Auch der Unterschied der Sternzeit und der mittleren Sonnenzeit läßt sich leicht bestimmen, da Sie wissen, daß jeder Fixstern seinen ganzen Umlauf in 23 Stunden 56 Minuten 4 Sekunden mittlerer Sonnenzeit vollendet. Wollen Sie diesen Zeitunterschied genauer bestimmen, so müssen Sie sich erinnern, daß das Sonnenjahr 365 Tage 5 Stunden 48 Minuten 48,010 Sekunden lang ist. Denn wenn die erdichtete Sonne in dieser Zeit von Westen nach Osten 360 Grade durchläuft, so muß sie, nach der Regeldetri, in 24 Sonnenstunden mittlerer Zeit durch 59 Minuten 8,6 Sekunden gehen. Es gehen also, in jeden solchen 24 Stunden, nicht nur 360 Grade des Aequators, sondern noch dazu 59 Minuten 8,6 Sekunden von Osten nach Westen durch unsern Meridian, da die erdichtete Sonne beständig um 59 Minuten 8,6 Sekunden von dem Fixsterne nach Osten zurückbleibt, mit welchem sie vor 24 Stunden kulminirte. Dieser Bogen aber von 59 Minuten 8,6 Sekunden macht 3 Minuten 56,57 Sekunden Sternzeit. Also machen 24 Stunden mittlere Sonnenzeit 24 Stunden 3 Minuten 56,57 Sekunden Sternzeit; und 4 Minuten Sternzeit, in welchen ein Grad

des Aequators durch den Meridian geht, machen 3 Minuten $59\frac{1}{3}$ Sekunden mittlere Sonnenzeit.

Die Ungleichförmigkeit der wahren Sonnenzeit hat zwey besondre Ursachen. Denn erstlich bewegt sich die Sonne, selbst in der Ekliptik, ungleichförmig; mitten im Winter täglich durch 61, und mitten im Sommer nur durch 57 Minuten. Zweytens bewegt sie sich nicht im Aequator, sondern in der Ekliptik, und daher würde ihre gerade Aufsteigung immer ungleichförmig wachsen, wenngleich ihre Bewegung vollkommen gleichförmig wäre. Es läßt sich zeigen, daß die Tangente ihrer geraden Aufsteigung allemal sich zur Tangente ihrer Länge, wie der Kosinus von 23° 28′ zu 1 verhält, also immer kleiner ist, als diese. [2] Stellen Sie sich nun einen ganzen Kreis vor (Fig. 117), der von zweyen Durchmessern AB, DE, in seinem Mittelpunkte C rechtwinklicht durchschnitten wird, und Sie sehen leicht, daß Anfangs die Tangenten AF, AG, mit ihren Bogen Af, Ag wachsen. Werden aber die Winkel, wie ACH, ACI größer als 90 Grade, oder als der Winkel ACD, so gehören zu größern Bogen kleinere Tangenten, bis endlich die Tangente von 180° = 0 ist. Wachsen die Winkel noch mehr, so nehmen die unter CB fallenden Tangenten wieder mit den Winkeln zu, bis zu 270 Graden, oder bis zum Bogen ADBE. Weiterhin werden die Tangenten wieder kleiner, wenn die Winkel sich vergrößern, und von 360 Graden ist die Tangente = 0. Hieraus folgt also augenscheinlich, daß die gerade Aufsteigung der Sonne zwischen 0 und 90 Graden allezeit kleiner, zwischen 90 und 180 Graden größer, zwischen 180 und 270 Graden wieder kleiner und endlich zwischen 270 und 360 größer

größer ist, als die Länge der Sonne. Es wächst also auch die gerade Aufsteigung der Sonne ungleichförmig, wenngleich ihre Länge immer gleichförmig zunimmt. Da sie indessen bald etwas stärker, bald etwas schwächer wächst, als diese, so muß es gewisse Zeitpunkte geben, wo beider Zunahme gleich ist. Diese Zeitpunkte würden auf den Anfang des März, Junius, Septembers und Dezembers fallen, wenn sich die Sonne gleichförmig in der Ekliptik bewegte. Da aber das nicht geschieht, so fallen die Tage ungefähr auf den 11 Februar, den 14 May, den 26 Julius und den 1 November, an welchen die gerade Aufsteigung der wirklichen Sonne in 24 Stunden um 59′ 8″ zunimmt, so wie die mittlere Länge der erdichteten Sonne, daß also alsdann der wahre Sonnentag dem mittlern gleich ist.

Anmerkungen.

1. Es läßt sich leicht einsehen, daß man aus der geraden Aufsteigung und Abweichung eines Sterns seine Länge und Breite, und umgekehrt jene aus diesen finden kann. Es bedeute wiederum (Fig. 115) AFB die Ekliptik, Z ihren Pol, und F den Frühlingspunkt, so wird SG die Breite und FBAG oder 270° + AG die Länge des Sterns S. Daher ist x = sin. lat. y = cos. lat. und t = cos. longit. Ferner ist SH die Abweichung und FEDH oder 270° + DH die gerade Aufsteigung desselben Sterns, also s = sin. declin. c = cos. decl. — z = sin. asc. rect. und u = cos. ascens. rect. Wir erhalten also zwey Gleichungen zwischen diesen Größen (3 Brief 3 Anmerk.): x = cbz + as und ty = uc, oder: sin. lat. = — cos. decl. × sin. asc. rect. × sin. 23° 28′

+ sin. decl. × cos. 23° 28′ und cos. long. × cos. latit. = cos. asc. rect. × cos. decl. durch welche man die Länge und Breite eines Sterns aus seiner geraden Aufsteigung und Abweichung, oder umgekehrt diese aus jenem, finden kann.

2. Wenn O ein Punkt der Ekliptik ist, so wird O W die Abweichung, F O die Länge und F W die gerade Aufsteigung dieses Punkts. Es ist aber b. sin. F O = s oder sin. 23° 28′; sin. F O = sin. O W (Anmerk. 7. Brief 4). Der cos. O W oder c ist also = $\sqrt{}$ (1 — b^2 (sin. F O)^2). Es ist aber auch t = u c, da hier y = 1 ist (3 Brief 3 Anmerk.); oder cos. F O = c. cos. F W, also

$$\text{cos. F W} = \frac{\text{cos. F O}}{c} \text{ und } (\text{cos. F W})^2 \text{ oder}$$

$$1 - (\text{sin. F W})^2 = \frac{(\text{cos. F O})^2}{c^2}. \text{ Daher wird}$$

$$(\text{sin. F W})^2 = 1 - \frac{(\text{cos. F O})^2}{c^2} = \frac{a.^2 (\text{sin. F O})^2}{c^2}$$

indem man a^2 anstatt $1 - b^2$ setzt. Also ist sin.

$$\text{F W} = \frac{\text{a. sin. F O}}{c} \text{ und } \frac{\text{sin. F W}}{\text{cos. F W}} \text{ oder tang.}$$

$$\text{F W} = \frac{\text{a. sin. F O}}{\text{cos. F O}} = \text{a. tang. F O} = \text{tang.}$$

F O. cos. 23° 28′. Nach dieser leichten Formel kann man die gerade Aufsteigung aller Punkte der Ekliptik aus ihrer Länge finden, oder die Ekliptik auf den Aequator reduziren. Thut man aber das, so findet man daß bey ♉ 15°, ♌ 13°, ♏ 15° und ♒ 13° die gerade Aufsteigung eben so stark zunimmt, als die Länge.

Sechster Brief.

Die Länge der Fixsterne ist hauptsächlich deßhalb merkwürdig, weil sie sich beständig verändert und allmählich immer größer wird. Man sieht dieses am deutlichsten an den Sternen, welche der Ekliptik nahe sind. Diese haben die Griechen vor etwa 2200 Jahren unter gewisse Bilder vertheilt, denen sie dieselben Namen gaben, welche die Theile der Ekliptik, bey welchen die Sterne standen, schon damals führten. Also stand das Sternbild des Widders damals da, wo das Zeichen des Widders war; das Sternbild des Stiers im Zeichen des Stiers u. s. w. Wir haben noch dieselben Sternbilder der Griechen, aber sie befinden sich, in Ansehung des Frühlingspunkts, an ganz andern Stellen der Ekliptik, und sind seit jenen 2200 Jahren über 30 Grade weiter fortgerückt. Das Sternbild des Widders ist jetzt im Zeichen des Stiers; das der Fische im Zeichen des Widders u. s. w. Eben deßhalb habe ich gesagt, daß man die himmlischen Zeichen mit den Sternbildern, die gleiche Namen führen, nicht verwechseln müsse.

Alle Fixsterne, und nicht bloß die der Ekliptik, scheinen beständig fort gleich stark ihre Länge zu verändern. Es hat das Ansehen, als rückten sie allmählich in Kreisen, die der Ekliptik parallel sind, immer gleich stark fort, als drehten sie sich um die Pole derselben. Kopernik war der erste, welcher diese sonderbare Erscheinung auf die leichteste und glücklichste Art dadurch erklärte, daß er annahm, der Frühlingspunkt, von welchem wir die

Länge rechnen, gehe allmählich rückwärts gegen die Ordnung der Zeichen, und der Durchschnitt der Ebne der Ekliptik mit der des Aequators sey also veränderlich. Denn so muß nothwendig die Länge aller Fixsterne nach und nach wachsen. Stellt nämlich die gerade Linie AOL ein Stück der Ekliptik, EOF ein Stück des Aequators und O den Frühlingspunkt vor (Fig. 118), so ist, wenn Sie SG aus dem Orte irgend eines Fixsterns S senkrecht auf AL, und SH senkrecht auf EF ziehen, SG die Breite, SH die Abweichung, OG aber die Länge und OH die gerade Aufsteigung des Sterns S. Geht nun der Punkt O allmählich rückwärts nach C, und die Linie EF nach BD, so sind BD und EF, wenigstens beynahe, parallel, da die Schiefe der Ekliptik sich nur sehr wenig ändert. Also ist jetzt CG die Länge des Sterns S, seine Breite SG aber noch immer ebendieselbe. Hingegen hat die Abweichung desselben sich in SI, und die gerade Aufsteigung in CI verändert. In der That ändern alle Fixsterne auf diese Art nach und nach die Länge, die gerade Aufsteigung, die Abweichung; bloß ihre Breite bleibt unverändert. Der Rückgang der Punkte der Nachtgleichen aus O in C beträgt nach den besten Beobachtungen $50\frac{1}{4}$ Sekunden in 1 Jahre, also 1 Grad 23 Minuten 45 Sekunden in 100 Jahren; so, daß die Sterne erstlich in 25791 Jahren wieder an ihre vorige Stellen kommen, welchen Zeitraum man auch das grosse oder das platonische Jahr zu nennen pflegt.

Da wir den Frühlingspunkt als einen festen Punkt der Himmelskugel ansehen, so scheinen die Sterne sich insgesammt nach und nach, wiewohl sehr langsam um die Pole der Ekliptik in Kreisen

die mit der Ekliptik parallel sind, vorwärts zu bewegen. Selbst der Polarstern beschreibt einen solchen Kreis, und verändert deßhalb seine Entfernung vom Nordpole. Er ist jetzt von ihm 1 Grad 45 Minuten 39 Sekunden entfernt, und nähert sich dem Pole immer mehr. Da er indessen von dem Pole der Ekliptik 23 Grade 55½ Minute, der Nordpol aber 23 Grad 28 Minuten, als das Maß der Schiefe der Ekliptik, entfernt ist, und der Unterschied beider Winkel 27½ Minuten beträgt, so kann der Polarstern dem Nordpole nie näher kommen, als auf 27½ Minuten. So bald er in etwa 240 Jahren diese Nähe erreicht haben wird, wird er sich wieder allmählich vom Pole entfernen, und zuletzt einem neuen Polarsterne Platz machen, so wie auch vor etwa 2000 Jahren ein andrer ihm naher Stern von beträchtlicher Größe dem Pole näher war, als er. Daher sind auch Himmelskugeln und Himmelskarten nur auf eine gewisse Zeit richtig und brauchbar, weil zuletzt die auf ihnen angenommenen Längen der Sterne von ihren wahren Längen zu merklich abweichen.

Stellen Sie sich vor, daß die Sonne in einem gewissen Augenblicke genau im Frühlingspunkte ist, und nun immerfort gegen Osten in der Ekliptik herumgeht, so wird genau ein Jahr verflossen seyn, wenn sie wieder im Frühlingspunkte ankommt, wo sie wieder keine Abweichung hat. Dieses Jahr heißt das tropische Jahr, und es hält, wie ich Ihnen schon sonst gesagt habe, 365 Tage 5 Stunden 48 Minuten 48,016 Sekunden. Allein in dieser Zeit ist der Frühlingspunkt, in Ansehung der Fixsterne, um 50¼ Sekunden von Osten nach Westen, also der Sonne entgegen, gegangen. Die Sonne vollendet also in einem tropischen Jahre

ihren Umlauf, in Ansehung der Fixsterne, nicht ganz, sondern wenn ein Fixstern mit ihr am Anfange des Jahres, in einerley Punkte der Ekliptik war, so ist er, am Ende desselben noch um $50\frac{1}{4}$ Sekunden von ihr entfernt. Die Sonne braucht also noch eine gewisse Zeit, um diese $50\frac{1}{4}$ Sekunden zu durchlaufen, welche man durch die Rechnung von 20 Minuten 23,6 Sekunden findet. Denn da sie in einem tropischen Jahre 360 Grade weniger $50\frac{1}{4}$ Sekunden zurücklegt, so läßt sich leicht finden, daß sie in 305 Tagen 6 Sekunden 9 Minuten 116 Sekunden ihre ganze Umwälzung vollendet, und in Ansehung der Fixsterne wieder in dieselbe Lage kommt, die sie vorhin hatte. Dieser Zeitraum heißt das Sternjahr, und das tropische würde ihm gleich seyn, wenn die Punkte der Nachtgleichen nicht rückwärts gingen. Also verursacht das Rückgehen der Nachtgleichenpunkte ein Vorrücken der Nachtgleichen selbst, oder eine Verkürzung des Jahres.

Ich habe Ihnen vorhin gesagt, daß die Griechen vor Alters die Sternbilder längs der Ekliptik, welche die Namen der himmlischen Zeichen führen, zuerst eingerichtet und mit diesen Namen belegt haben. Allein man hatte überall am Himmel ähnliche Sternbilder gewiß schon lange vorher und in den allerältesten Zeiten. Denn da die Sterne nicht gleichförmig am Himmel vertheilt sind, sondern in Gruppen stehen, so war es ganz natürlich, daß man diesen Gruppen besondre Namen gab. Nur waren diese Namen willkührlich, und daher dauerte es lange, ehe gewisse Benennungen allgemein wurden. Die genaue und umständliche Beschreibung der heutzutage angenommenen Sternbilder gehört nicht hierher. Ich muß mich begnü-

gen, einige allgemeine Bemerkungen über sie zu machen.

Baier hat schon im Jahre 1603 Karten von den Sternbildern stechen lassen, worin er die Sterne eines jeden Bildes mit Griechischen Buchstaben bezeichnet. Diese Art der Bezeichnung wurde nachher von andern, und besonders von Flamstead in seinen großen Himmelskarten angenommen und sie ist deßhalb heutzutage bey den Sternkundigen ganz allgemein im Gebrauche. Man theilt alle dem bloßen Auge sichtbare Fixsterne in Sterne von der ersten bis zu der sechsten Größe, und bey den teleskopischen Sternen unterscheidet man zuweilen noch die von der siebenten, achten und neunten Größe. Indessen beruht diese Eintheilung bloß auf der Stärke und Helligkeit ihres Lichts. Denn sonst erscheinen sie uns alle gleich groß, und selbst durch die besten Fernröhre nur als Punkte. Hieraus und aus andern Gründen hat man sich von ihrer unermeßlich weiten Entfernung von der Erde überzeugt. Ueber 5000 Fixsterne sind bereits von den Astronomen in Gruppen vertheilt, gezählt und benannt; es giebt aber noch eine zahllose Menge teleskopischer Sterne. Einige zeigen sich bey starken Vergrößerungen doppelt, bey mittelmäßigen aber, so wie dem bloßen Auge, einfach. Baier hat die größern Sterne eines jeden Sternbildes immer mit den ersten Buchstaben des Alphabets bezeichnet. Der hellste und glänzendste unter allen Fixsternen der ersten Größe heißt Sirius oder der große Hund. Man sieht ihn bey uns des Abends im Winter gegen Süden, und die Hundstage haben von ihm den Namen, weil die Sonne sich, zur Zeit derselben, in seiner Nähe befindet.

Auch viele andre Fixsterne haben, so wie der Sirius, ihre eigne Namen. Hierher gehört der Polarstern, als der letzte im Schwanze des kleinen Bären, und der Wagen oder septem Triones im großen Bäre. Die letztern sind sieben ungemein kenntliche Sterne, deren 6 die zweyte Größe haben. Von ihnen kommt der Name Septentrio, weil diese Sterne nicht gar weit vom Nordpole stehen. Ferner gehören hierher: Arktur, ein Stern erster Größe zwischen den Füßen des Bootes; die Lucida lyrae, oder Fidicula oder Wega, ein Stern erster Größe in der Leier; Algol ein röthlicher Stern zweyter Größe im Perseus; Capella cum hoedis, ein Stern erster Größe, nebst dreyen kleinen Sternen in der Nähe, auf der Schulter des Fuhrmanns; Altair, ein Stern erster Größe im Adler; Aldebaran oder Palilicium, das Auge des Stiers, ein röthlicher Stern erster Größe im Stiere, der mit vier andern Sternen dritter Größe ein lateinisches V macht, welches die Alten Hyades, so wie das Siebengestirn, auch im Stiere, Plejades nannten; die Krippe, ein neblichter Stern im Krebse, und die Esel, zwey kleine Sterne neben der Krippe; Regulus ein Stern erster Größe auf der Brust des Löwen; die Kornähre ein Stern erster, und Vindemiatrix ein Stern dritter Größe, beide in der Jungfrau; Antares ein Stern erster Größe im Skorpion; Bellatrix und Rigel zwey Sterne erster Größe, einer in der Schulter, der andre im Knie des Orion u. s. w.

Die Alten haben zwischen ihren Sternbildern viele kleine zerstreute Sterne (Sporades) übrig gelassen, aus denen man in neuern Zeiten neue Bilder gemacht hat. Einige derselben sind mehr

Denkmähler einer niedrigen Schmeicheley, als des wahren Verdienstes. Auch hat man nur diejenigen, welche von berühmten Sternkundigen herrühren, allgemein angenommen.

Die Milchstraße ist ein breiter, weißlichter, unregelmäßiger, auf mancherley Art getheilter, gleichsam durch Inseln unterbrochner, fast nach der Richtung eines größten Kreises durch den ganzen Himmel gehender Streif, der aus einer zahllosen Menge sehr kleiner, dem bloßen Auge ganz unkenntlicher Sterne zu bestehen scheint. In ihm findet man auf der südlichen Halbkugel des Himmels zwey ganz schwarze Flecke, die fast wie schwarze Wolken aussehen und von den Engländern Kohlensäcke genannt werden. Sie sehen um desto dunkler aus, da die Milchstraße an ihren Rändern vorzüglich hell ist. Auch giebt es neblichte Sterne, die wie helle Wölkchen am Himmel erscheinen, und man findet um den Südpol vorzüglich zwey große Haufen solcher Nebelsterne. Einige lösen sich, wenn man sie durch ein hinlänglich vergrößerndes Fernrohr betrachtet, ganz in einen Haufen kleiner Sterne auf, die oft ungemein gedrängt zusammenstehen. Andre zeigen sich als Sterne, die mit einer Art von milchweißem Nebel umgeben sind, noch andre aber als bloße Flecken, in welchen auch durch die stärksten Vergrößerungen sich keine Sterne deutlich unterscheiden lassen. Diese Nebelflecken sind theils glänzend, theils nur von mattem oder sehr schwachem Lichte, theils rund und planetenähnlich mit kurzen Strahlen, theils unregelmäßig. Außer den an der nordlichen Halbkugel bereits bekannt gewesenen Nebelsternen hat Herr Herschel, von 1782 bis 1785, deren 1000 ganz neue, und nachher noch 1000 andre entdeckt. Unter andern

ist in dem Schwerte des Orions ein berühmter von Huygens entdeckter unregelmäßiger Nebelflecken, der einen dreyfachen Stern umgiebt. Einen andern solchen Flecken im Gürtel der Andromeda kann man mit bloßen Augen unterscheiden.

Einige Fixsterne, welche man deßhalb wunderbare nennt, verschwinden zuweilen und erscheinen eine gewisse Zeit nach ihrem Verschwinden wieder, oder sie nehmen an Glanze periodisch ab und zu. Andre verschwinden gänzlich, so wie zuweilen dagegen ganz neue Sterne erscheinen. Viele Fixsterne zeigen eigne und besondre Bewegungen, die aber höchst wahrscheinlich größtentheils daher rühren, daß die Sonne mit allen Planeten sich nach einer gewissen Gegend hin bewegt, also sich einigen Fixsternen immer mehr nähert, und zugleich von andern entfernt. Wenigstens läßt sich, wenn man eine solche Bewegung der Sonne annimmt, die scheinbare Bewegung der meisten Fixsterne sehr natürlich erklären. Auch sind einige Fixsterne jetzt viel kleiner und andre dagegen größer, als sie vor Alters waren.

Die Benennungen, welche man den Sterngruppen gab, veranlaßten viele Fabeln und poetische Erdichtungen. Man sagte z. B. Orion wäre ein Held von riesenmäßiger Größe gewesen, weil in der That die Sterngruppe, welche man Orion nennt, eine der prächtigsten und größten am Himmel ist. Man gab vor, Orion sey vom Stiche eines Skorpions gestorben, weil Orion unterging, wenn das Sternbild des Skorpions über den Horizont heraufstieg. Ueberhaupt scheint die ganze Mythologie der Alten größtentheils nur eine in Fabeln gehüllte Astronomie und Physik zu seyn.

Siebenter Brief.

Lassen Sie uns nunmehr auch die Bewegung des Mondes betrachten, deren Kenntniß uns eben so wichtig ist, als die der Bewegung der Sonne. Wenn man einige Abende hinter einander auf ihn Achtung giebt, so sieht man sehr deutlich, daß er seinen Ort in Ansehung der Fixsterne beständig verändert, und eine besondre Bewegung von Westen nach Osten hat. Er befindet sich allezeit in einem von den Sternbildern, welche den Namen der himmlischen Zeichen führen, und durchläuft sie nach ihrer Ordnung in einem Monate. Demungeachtet läuft er nicht in der Ekliptik, sondern er hat einen halben Monat lang eine nordliche, und hernach eben so lange eine südliche Breite. Hiervon überzeugt man sich leicht, wenn man die Sterne, welche in der Ekliptik oder die, welche nahe an ihr liegen, nebst ihrer Breite, kennt. Indessen entfernt er sich dennoch nur wenig von der Ekliptik, und nie über 5 Grade 17 Minuten. Sein eigner Lauf ist viel schneller und ungleichförmiger, als der eigne Lauf der Sonne.

Wenn er voll ist, so steht er allemal der Sonne gerade gegen über, so, daß seine Länge von der Länge der Sonne um 180 Grade verschieden ist. Alsdann geht er in der Nacht ungefähr um 12 Uhr durch den Meridian. Die folgende Nacht kulminirt er später, und er verspätet sich hernach allmählich immer mehr und mehr, bis er endlich, wenn er wieder voll ist, abermals um Mitternacht im Meridiane erscheint, und sich also alsdann um

24 Stunden verspätet hat. Nun aber verfließen von einem Vollmonde bis zum nächstfolgenden ins Mittel 29 Tage 12 Stunden 44 Minuten 3 Sekunden oder 29,530589 Tage. Daher läßt sich nach der Regeldetri leicht finden, wenn der Mond in 29,530589 Tagen sich um 24 Stunden verspätet, daß er ins Mittel in jedem Tage, oder in jeden 24 Stunden, sich um 48 Minuten 45,7 Sekunden verspäten, folglich jeden Tag 48 Minuten 45,7 Sekunden später, als den Tag vorher, durch den Meridian gehen, und daher auch von Tage zu Tage immer später aufgehen müsse.

Da der Mond nicht in der Ekliptik selbst fortgeht, sich aber dennoch, nebst den Planeten, allezeit nahe an der Ekliptik befindet, so haben schon die Alten sich zu beiden Seiten dieses größten Kreises, in einer Entfernung von etwa 9 Graden von ihm, zwey ihm parallele Kreise vorgestellt, und den zwischen ihnen eingeschloßnen Streifen der Himmelskugel den Thierkreis (Zodiacus) von den himmlischen Zeichen genannt, die fast alle Thiere vorstellen. Er wird durch diese Zeichen, wie die Ekliptik selbst, in 12 gleiche Theile getheilt, und der Mond befindet sich beständig in ihm. Weil dieser, wenn er voll ist, um 6 Zeichen von der Sonne absteht, so befindet er sich alsdann um desto tiefer unter dem Aequator, je höher die Sonne, in der andern Hälfte der Ekliptik, über ihm steht, und umgekehrt. Daher erhebt er sich in den langen Winternächten, wo uns seine Erleuchtung am nothwendigsten ist, so wie die Sonne im Sommer, sehr hoch über den Horizont; dahingegen er in den Sommernächten, wenn er voll ist, nur niedrig am Himmel steht. Er geht alsdann auf, wenn die Sonne untergeht, und kulminirt um

Mitternacht. Daher zeigen die Sonnenuhren, wenn sie von ihm erleuchtet werden, alsdann die Stunden der Nacht ganz richtig. Nachher nähert er sich der Sonne immer mehr, nimmt zugleich an Lichte ab, und geht von Tage zu Tage später nach Sonnenuntergange auf. Wenn seine Scheibe nur halb erleuchtet, oder wenn er im letzten Viertel ist, geht er um Mitternacht auf, erleuchtet nur die zweyte Hälfte der Nacht, und ist um drey Zeichen von der Sonne entfernt. Sein Licht vermindert sich hierauf noch immer mehr, sein Aufgang fällt immer später, und zuletzt zeigt er sich bloß als ein helles Horn kurz vor dem Aufgange der Sonne über dem Horizonte, indem er in dasselbe Zeichen tritt, in welchem sich die Sonne befindet. Nachdem er auf diese Art einen halben Monat lang immer an Lichte abgenommen hat, verschwindet er hierauf gänzlich, unfehlbar bloß deßhalb, weil er mit der Sonne einerley Länge hat. Er ist alsdann im Neulichte, und kommt, indem er im Thierkreise immer weiter fortgeht, nach 2 bis 3 Tagen von der andern Seite der Sonne, in Westen, als ein helles Horn wieder zum Vorschein, indem er zugleich bald nach der Sonne untergeht. Nunmehr nennt man ihn, bis er wieder voll wird, den zunehmenden Mond, weil sein Licht wirklich von Tage zu Tage größer wird. Die erhabne Seite seines Horns ist alsdann nach Westen gekehrt, anstatt daß sie, als er abnahm, eine entgegengesetzte Lage hatte. Denn allemal kehrt der Mond die erleuchtete Seite seiner Scheibe der Sonne zu. Er entfernt sich nunmehr immer weiter von der Sonne, geht bey Tage auf, und immer später nach der Sonne unter. Endlich ist er halb erleuchtet, oder im ersten Viertel, und drey

Zeichen von der Sonne entfernt. Er geht alsdann um Mitternacht unter, und erleuchtet die erste Hälfte der Nacht. Endlich kommt er der Sonne gegenüber, ist 6 Zeichen von ihr entfernt, und wieder voll. Er geht alsdann auf, wenn sie untergeht, und unter, wenn sie aufgeht, scheint also die ganze Nacht. Dieselbe Reihe von Mondsbrüchen (Phases)', welche man auch einen Mondswechsel (Lunatio) nennt, fängt nunmehr wieder von neuem an, die ich Ihnen bisher beschrieben habe, dauert einen Monat lang, und wird in jedem Monate wiederholt.

Die verschiedenen Lagen des Mondes und der Sonne, wie auch gewisser beweglicher Sterne, die man im Thierkreise findet und Planeten nennt, gegen einander, heißen Aspekten. Wenn zwey Gestirne im Thierkreise, wovon wenigstens das eine beweglich ist, einander decken, oder sich sehr nahe kommen und einerley Länge haben, so sagt man, sie seyn in der Zusammenkunft (Coniunctio); stehen sie aber einander gerade gegenüber, so daß ihre Längen um 6 Zeichen, oder 180 Grade, verschieden sind, so sagt man, sie seyn im Gegenscheine (oppositio). So ist der Mond mit der Sonne in der Zusammenkunft, wenn er neu; und im Gegenscheine, wenn er voll ist. Beide Aspekten heißen bey dem Monde mit einem gemeinschaftlichen Namen die Syzygien; beide sind überhaupt, auch in Ansehung der Planeten, dem Astronomen wichtig, weil ihre Beobachtung zur vollkommneren Kenntniß des Laufs jener Gestirne viel beyträgt. [1] Wenn die Längen der beweglichen Gestirne des Thierkreises sich um den dritten, vierten oder sechsten Theil des ganzen Umkreises von 360 Graden unterscheiden, so stehen die Gestirne im ge-

dritten, im gevierten, im gesechsten Scheine. So ist der Mond, zur Zeit des ersten und letzten Viertels, im gevierten Scheine mit der Sonne. Die Sterndeuterey oder Astrologie, welche aus den Gestirnen die künftigen Schicksale der Menschen zu enträthseln sucht, ist vorzüglich auf die Aspekten der Planeten sehr aufmerksam. Diese betrügerische Kunst fand in den Zeiten der Unwissenheit allenthalben Beyfall, und steht noch jetzt bey unwissenden Völkern in großem Ansehen.

Da der Mond seine helle Seite beständig der Sonne zukehrt, und die Größe seines Lichts bloß von seiner Lage gegen die Sonne abhängt, indem es von beiden Seiten um desto mehr abnimmt, je näher der Mond an der Sonne steht, so ist jenes Licht höchst wahrscheinlich ein bloß von der Sonne erborgtes Licht, und der Mond selbst ein dunkler Körper, von dessen erleuchteter Oberfläche wir bald einen größern bald einen kleinern Theil sehen. In der That läßt sich der dunkle Theil des Mondes, einige Tage vor und nach dem Neumonde, wenn sein erleuchteter Theil sichelförmig ist, oft mit dem bloßen Auge, und noch deutlicher durch ein gutes Fernrohr, unterscheiden. Daß wir ihn zu andern Zeiten nicht sehen, rührt theils daher, daß der helle Theil des Mondes alsdann zu groß, und sein Eindruck ins Auge zu stark ist, als daß wir uns des schwachen Eindrucks des dunkeln Theils bewußt seyn könnten; theils daher, daß der dunkle Theil des Mondes um die Zeiten des Neulichts von der Erde am stärksten erleuchtet wird. Denn das schwache Licht des dunkeln Theils des sichelförmigen Mondes kommt höchst wahrscheinlich von der Erde, welche den Mond eben so gut, wie dieser die Erde, ja noch stärker erleuchten muß, da sie größer ist,

und um die Zeiten des Neulichts, da der Mond nahe bey der Sonne steht, fast ihre ganze erleuchtete Hälfte dem Monde zukehrt. Ueberdieses ist der Mond ein kugelförmiger Körper, weil er, wenn er so platt wäre, wie er uns zu seyn scheint, auf der uns zugekehrten Seite immer entweder ganz, oder gar nicht, erleuchtet seyn müßte.

Wenn Sie hierbey noch erwägen, daß der Mond um die Erde läuft und unter allen himmlischen Körpern uns der nächste ist, welches selbst daraus erhellet, daß man auf keinem die einzelnen Flecken mit dem bloßen Auge so deutlich unterscheiden kann, als auf ihm, so werden Sie im Stande seyn, jeden Mondsbruch aufs vollständigste nach allen Umständen zu erklären und sich eben dadurch zu überzeugen, daß die von uns angenommenen Sätze nicht bloß wahrscheinlich, sondern gewiß sind. Stellt nämlich die dunkle Kugel ADBEA (Fig. 2), deren Mittelpunkt C ist, den Mond vor, so kann man die aus dem Mittelpunkte der Sonne herkommenden Strahlen ST, SC als parallel ansehen, und die auf SC senkrechte Ebne AB sondert die erleuchtete Hälfte des Mondes ADB von der dunkeln AEB ab.*) Eben so kann man, wenn unser Auge sich in T befindet, sagen, daß die auf TC senkrechte Ebne DE die uns sichtbare Hälfte des Mondes DAE von der unsichtbaren DBE trennt. Beide Voraussetzungen sind zwar nicht ganz vollkommen richtig, aber dennoch zu unserer gegenwärtigen Absicht hinlänglich genau. Der Winkel STC ist die scheinbare Entfernung des Mondes von der Sonne. Man nennt ihn auch wohl die Ausweichung (elongatio).

*) Man sehe den vierten Brief des III. Bandes.

(elongatio). [4] Er ist dem Winkel ACD gleich, weil er mit ihm, so wie mit TCF (wenn man BA in F verlängert) in dem rechtwinklichten Dreyecke FTC einen rechten Winkel macht, und DCT ebenfalls ein rechter Winkel ist. Ziehen Sie nun Ad senkrecht auf CD, so wird Dd, wenn Sie CD als den Sinus totus ansehen, der Quersinus von ACD oder STC (Einleit. 182). Da nun Ad mit TC parallel ist, und wir den Mond aus T als eine Scheibe sehen, deren Durchmesser DE ist, so erscheint uns der Theil Dd in dieser Scheibe erleuchtet. Die Erleuchtung richtet sich also allemal nach dem Quersinus des Ausweichungswinkels des Mondes. Ueber und unter der Ebne AEBDA müssen Sie sich allenthalben durch den Mond andre mit dieser Ebne parallele Durchschnitte, und in jedem solche Punkte, wie d, gedenken. Auf der Kugel des Mondes selbst liegen alle Punkte wie A, in einem größten Kreise. Da wir sie aber auf der Ebne DE in d sehen, so ist der Entwurf jenes größten Kreises auf derselben *) elliptisch. [2] Der Rand also des erleuchteten Theils vom Monde ist eine halbe Ellipse, die sich, wenn der Mond in seinen Vierteln ist, in eine gerade Linie verwandelt. Denn da der Quersinus von STC = 1 — cos. STC, der cos. STC aber, wenn STC = 90° oder = 270° wird, = 0; wenn STC = 180° wird, = — 1; und wenn STC = 0 oder = 360° wird, = + 1 ist, so wird jener Quersinus, bey der Zusammenkunft, wo STC = 0 ist, ebenfalls = 0, bey dem Gegenscheine, wo STC = 180° ist, = + 2, und in den Vierteln, wo STC = 90°

*) Man sehe den 4 Brief des III. Bandes.

oder = 270 Graden wird, = + 1. Es ist also bey der Zusammenkunft des Mondes mit der Sonne die Erleuchtung = 0, bey dem Gegenscheine geht sie über die ganze Mondscheibe, deren Durchmesser = 2 ist, bey den Vierteln aber über die halbe Scheibe. Wollen Sie den Mondsbruch für eine jede andre Ausweichung haben, so ziehen Sie um den Mittelpunkt C (Fig. 119) einen Kreis, den die beiden Durchmesser AB, FG rechtwinklicht durchschneiden. Machen Sie den Winkel DCB der Ausweichung gleich, welche der Mond hat, und ziehen Sie DE senkrecht auf AB; so ist BE der Quersinus von DCB, wenn CB = 1 ist, und eine durch FEG gehende halbe Ellipse bestimmt die Gestalt des bey dieser Lage erleuchteten Theils der Mondscheibe.

Wenn man den Mond unter den Fixsternen in seinem Laufe so lange verfolgt, bis er nach zurückgelegtem Kreise ganz genau wieder zu den vorigen Sternen zurückgekehrt ist, so findet man die Zeit eines solchen ganzen Umlaufs zwar bald länger bald kürzer, aber dennoch ist aus sehr vielen Umlaufszeiten das Mittel von 27 Tagen 7 Stunden 43 Minuten 11,5069 Sekunden. Dieser Sternmonat ist von dem periodischen Monate, in welchem der Mond die 12 himmlischen Zeichen völlig durchläuft vom Frühlingspunkte bis wieder zum Frühlingspunkte, wegen des Vorrückens dieses Punkts, etwas verschieden. Denn nach de la Lande macht der letztre nur 27 Tage 7 Stunden 43 Minuten 4,648 Sekunden aus. Die eigentlich sogenannten Monate von einem Neulichte bis zum andern, oder die synodischen Monate sind größer, als beide vorhergehende. Denn indem der Mond nach dem Neulichte immer nach Osten

zu fortläuft, thut die Sonne dasselbe, und ist beynahe um ein ganzes Zeichen weiter, wenn der Mond in seinem vorigen Orte wieder ankommt und den Sternmonat endigt. Daher muß er noch über 2 Tage weiter fortlaufen, ehe er die Sonne einholt, so, daß der synodische Monat 29 Tage 12 Stunden 44 Minuten 2,6304 Sekunden beträgt. [3] Zwölf dieser Monate machen ein Mondenjahr, welches also 354 Tage 8 Stunden 48 Minuten 31,5648 Sekunden hält, und von dem Sonnenjahre (von 365 Tage 5 Stunden 48 Minuten 48,016 Sekunden) um 10 Tage 21 Stunden 0 Minuten 16,4512 Sekunden verschieden ist.

Anmerkungen.

1. Wenn von zweyen beweglichen Gestirnen das eine den ganzen Thierkreis a in der Zeit T, das andre in der Zeit t gleichförmig durchläuft, so wird, wenn beide aus einem Punkte ausgehen, das schnellere, während des ersten Umlaufs, sich nach und nach immer weiter von dem langsamern entfernen, und dieses nur bey seinem zweyten Umlaufe einholen. Gesetzt das langsamere habe, indem es eingeholt wird, den Bogen x durchlaufen, so ist dieß in der Zeit $\frac{Tx}{a}$ geschehen, weil sich a : T wie x zu dieser Zeit verhält. Das schnellere hat indessen den Bogen a + x durchlaufen, und dazu die Zeit $\frac{at + tx}{a}$ nöthig gehabt. Da nun beide aus einem Punkte ausgelaufen, also jene Zeiten einander gleich sind, so wird $Tx = at + tx$ und der Bogen $x = \frac{at}{T - t}$. Aber

die Zeit, in welcher dieser Bogen durchlaufen wird, ist $\frac{Tx}{a}$. Folglich wird dieselbe Zeit auch $= \frac{Tt}{T-t}$. Durch diesen Ausdruck kann man finden, wie viele Zeit zwischen den Zusammenkünften der Sterne verfließt, wenn man weiß, wie schnell ein jeder von ihnen sich bewegt.

2. Wenn ANMB (Fig. 120) eine halbe Ellipse, AB ihre große Axe a, CM die halbe kleine $\frac{1}{2}$b, C ihr Mittelpunkt, und PN irgend eine Ordinate y, CP aber $= x$ ist, so ist $x^2 + \frac{a^2}{b^2} y^2 = \frac{1}{4}a^2$ oder $y^2 = \frac{1}{4}b^2 - \frac{b^2}{a^2} x^2$. Man zeigt dieß am kürzesten so. Es seyn F und f die Brennpunkte der Ellipse, so wird $CF = Cf = \frac{1}{2}\sqrt{(a^2 - b^2)}$ (Einleit. 214). *) Es ist aber $FN^2 = PN^2 + CP^2 = y^2 + (CF - x)^2 = y^2 + CF^2 - 2CF.x + x^2 = \frac{1}{4}b^2 - \frac{b^2}{a^2} x^2 + \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}b^2 - x\sqrt{(a^2 - b^2)} + x^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} x^2 - x\sqrt{(a^2 - b^2)} + \frac{1}{4}a^2$. Also ist $FN = \frac{1}{2}a - \frac{x\sqrt{(a^2 - b^2)}}{a}$. Eben so wird $fN = \frac{1}{2}a + \frac{x\sqrt{(a^2 - b^2)}}{a}$. Also ist $FN + fN = a$ und ANMB eine halbe Ellipse, weil man PN ziehen kann, wo man will (Einleit. 210).

*) Denn $AF.BF = b^2$; also $b^2 = (\frac{1}{2}a - CF)(\frac{1}{2}a + CF) = \frac{1}{4}a^2 - CF^2$ und $CF^2 = \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}b^2$.

Ist nun ADEB ein halber Kreis vom Durchmesser AB = a, und man zieht auf diesen allenthalben senkrechte Linien CE, PD, die man insgesammt in einem gewissen Verhältnisse verkleinert, so, daß CE : CM = PD : PN ist, so geht durch alle Punkte, wie N, M eine halbe Ellipse ANMB. Denn da CE = $\frac{1}{2}$a ist, so sey CM = $\frac{1}{2}$b, PD = u und PN = y, CP aber = x. Es ist alsdann CE : CM oder a : b = u : y, also u = $\frac{ay}{b}$. Es ist aber DC = $\frac{1}{2}$a und $\frac{1}{4}a^2 = x^2 + u^2$, also auch $\frac{1}{4}a^2 = x^2 + \frac{a^2y^2}{b^2}$, also ANMB eine Ellipse.

Bey dem Monde verhält sich PD : PN (Figur 120) überall wie CA : Cd (Fig. 2) = 1 : cos. e wenn man die Ausweichung STCe nennt. Daher ist $b = a.\ \cos.\ e$, und $\frac{1}{4}a^2 = x^2 + \frac{y^2}{(\cos. e)^2}$ oder = 1, wenn man $\frac{1}{2}$ a = 1 setzt.

3. Den synodischen Monat findet man durch den oben (Anmerk. 1) erwiesenen Ausdruck $\frac{Tt}{T-t}$, wenn man T dem tropischen Jahre der Sonne von 365 Tagen 5 Stunden 48 Min. 48,016 Sek. und t dem periodischen Monate gleich setzt.

4. Man kann die scheinbare Weite des Mondes oder eines andern Planeten von der Sonne, durch einen Breitenkreis, den man durch ihn zieht, auf die Ekliptik reduziren. So erhält man einen Winkel, der das Maß des Unterschieds in der Länge des Planeten und der Sonne ist. Diesen nennt man eigentlich die Ausweichung des Planeten oder des Mondes. Man kann sie aber auch

die reduzirte Ausweichung nennen um sie von der scheinbaren Entfernung zu unterscheiden, von der sie um desto mehr abweicht, je weiter der Planet von der Ekliptik entfernt ist.

Achter Brief.

Man muß, wie Sie wissen, die beobachteten Höhen der Sterne wegen der Strahlenbrechung etwas vermindern, und man bestimmt die Größe dieser Verminderung auf folgende Art durch die Erfahrung. An einem Orte, dessen Polhöhe bekannt ist, beobachtet man einen Fixstern, der dem Scheitelpunkte sehr nahe kommt, indem er kulminirt. Da die Strahlenbrechung in einer so großen Höhe unmerklich ist, so läßt sich aus der beobachteten Mittagshöhe unmittelbar die Abweichung des Sterns finden. Beobachtet man nun ferner an einer guten Uhr, welche Sternzeit zeigt, wieviel Zeit von dem Augenblicke an, da der Stern kulminirt hat, bis zu einem andern Augenblicke, in welchem man abermals die Höhe desselben gemessen hat, verflossen ist, so kann man, indem man jene Zeit in Theile des Aequators verwandelt, den Stundenwinkel für die letztre Höhe finden, und sie also genau berechnen.*) Vergleicht man nun diese berechnete mit der beobachteten Höhe, so zeigt beider Unterschied, wie groß die Strahlenbrechung ist, welche zu jener Höhe gehört. I

Aber bey dem Monde muß man nicht bloß auf die Strahlenbrechung sondern auch auf die Parallaxe sehen, Um sich von dieser einen deutlichen

*) Man sehe den dritten Brief 3. Anmerkung.

Begriff zu machen, dürfen Sie sich nur erinnern, daß die Astronomen den wahren Horizont eines jeden Orts mitten durch die Erdkugel setzen, und sich also den Beobachter im Mittelpunkte der Erde vorstellen. Es sey T dieser (Fig. 3), und A irgend ein andrer Punkt auf der Oberfläche der Erde. Aus jenem Punkte sieht man den himmlischen Körper L nach der Richtung TL, aus diesem nach der Richtung AL, und der Winkel ALT, den beide Richtungen einschließen, heißt der parallaktische Winkel, oder schlechtweg die Parallaxe des Himmelskörpers L. Sie sehen leicht daß unter übrigens gleichen Umständen die Parallaxe um desto kleiner wird, je weiter der Punkt L von der Erde entfernt ist. *) Die Fixsterne haben deßhalb nicht die geringste merkliche Parallaxe, welches unter andern auch daraus folgt, daß ihre Entfernungen von einander an allen Orten der Erde vollkommen gleich groß erscheinen. Ich habe von dieser Sache bereits an einem andern Orte geredet, um daraus die ungemein große Entfernung der Fixsterne von der Erde zu erweisen, von welcher Sie sich in der Folge noch viel deutlicher überzeugen werden. Die Fixsterne dienen daher dazu, die Parallaxe solcher Gestirne kenntlich zu machen, welche der Erde viel näher sind. Denn wenn wir z. B. den Himmelskörper L aus A bey einem Fixsterne erblicken, so müssen wir diesen aus A nach der Richtung AL sehen. Da er nun nicht die geringste merkliche Parallaxe hat, so erscheint er auch einem Auge in T nach derselben Richtung, in einer mit AL parallelen Linie. Das Auge in T aber sieht den Punkt L nach einer ganz andern Richtung,

*) Man sehe den 5 Brief des III. Bandes.

und also auch nicht bey jenem Fixsterne, sondern in einer beträchtlichen Entfernung von ihm.

Wenn ein Himmelskörper P sich in der scheinbaren Horizontallinie A P des Ortes A zeigt, so heißt die Parallaxe A P T, welche er alsdann hat, seine Horizontalparallaxe. Beschreiben Sie aus T den Bogen R L P Q, und setzen Sie, daß derselbe Körper, der vorher in P war, jetzt in L erscheint, so ist A L T seine Höhenparallaxe, und zwar diejenige, welche zu der Höhe P L oder L A P gehört. Man setzt nämlich hiebey voraus, daß der Himmelskörper vom Mittelpunkte der Erde T immer gleich weit entfernt bleibt, und versteht unter der Höhe die scheinbare, welche der Körper über dem scheinbaren Horizonte von A hat. Denn Sie sehen leicht, daß man bey Himmelskörpern, die eine merkliche Parallaxe haben, den scheinbaren Horizont A P mit dem wahren T Q nicht verwechseln könne. Ueber jenem hat ein Gestirn allezeit eine kleinere Höhe, als über diesem, und der Unterschied beider Höhen ist der Parallaxe gleich. Denn in L z. B. ist die scheinbare Höhe des Gestirns L A P, und die wahre L T Q. Da nun A P und T Q parallel sind, so ist L a P = L T Q. Es ist aber L a P, als der äußere Winkel des Dreyecks L A a, = L A a + A L T, oder die wahre Höhe L T Q (= L a P) ist der Summe der scheinbaren Höhe L A P und der zu dieser Höhe gehörigen Parallaxe A L T gleich. Im Horizonte selbst, ist die scheinbare Höhe = o, und die wahre = P T Q = A P T, also der Horizontalparallaxe gleich, und folglich wieder so viel, als diese beträgt, größer, als die scheinbare.

Sie sehen hieraus, warum die Astronomen der Parallaxe eine Wirkung zuschreiben, welche der

Wirkung der Strahlenbrechung gerade entgegengesetzt ist. Denn da sie alle Beobachtungen auf den Mittelpunkt der Erde zurückbringen, so müssen sie nothwendig zu jeder beobachteten scheinbaren Höhe des Mondes, oder eines andern uns etwas nahen Weltkörpers, die Parallaxe, die dieser Höhe zukommt, hinzufügen, um jene Höhe in die wahre zu verwandeln. Die Parallaxe erniedrigt also die Höhe aller Himmelskörper, so wie die Strahlenbrechung sie erhöht. Uebrigens aber ist sie der Strahlenbrechung darin ähnlich, daß sie bloß auf die Höhen und dasjenige, was bloß von den Höhen abhängt, wirkt, da sie immer ganz in die Ebne eines vertikalen Kreises RTQ fällt. Beide verändern daher auch die Abweichungen und geraden Aufsteigungen, die Längen und Breiten der Gestirne. Denn wenn S (Fig. 115) in seinem Scheitelkreise ZSG, es sey nun durch die Strahlenbrechung erhöht, oder durch die Parallaxe erniedrigt wird, so trifft offenbar der Bogen NSH nicht mehr auf H, sondern neben H, auf den größten Kreis DHE, und S ändert daher seine Abweichung und gerade Aufsteigung, wenn DHE der Aequator, oder seine Breite und Länge, wenn DHE die Ekliptik und N der Pol des einen oder des andern dieser größten Kreise ist. Es lassen sich auch diese kleinen Aenderungen in der Abweichung und Aufsteigung, wie auch in der Breite und Länge, aus der Veränderung der Höhe besonders berechnen. Steht aber der Stern S in dem durch N und Z gehenden Kreise selbst, in I z. B. so bleibt er in ihm, auch wenn seine Höhe sich ändert, weil NDKN ein Scheitelkreis ist. Daher wird durch seine Parallaxe weder seine gerade Aufsteigung, wenn er im Mittagskreise steht, noch auch seine

Länge, wenn er sich in einem Breitenkreise befindet, welcher vertikal ist und durch den Neunzigsten geht, verändert.

Wenn P die Horizontalparallaxe eines Himmelskörpers, p aber seine zu der scheinbaren Höhe a gehörige Parallaxe ist, so läßt sich leicht zeigen, daß auf der kugelrunden Erde überall $p = P. \cos. a$ sey. [2] Durch diese Gleichung kann man aus der Horizontalparallaxe eine jede andre, und umgekehrt jene aus dieser finden. Die Horizontalparallaxe ist also unter allen übrigen am größten, weil im Horizonte, $a = o$, und $\cos. a = 1$ wird, welches der größte Werth ist, den ein Kosinus jemals haben kann. Je größer a wird, um desto kleiner wird cos. a, also auch die Höhenparallaxe p; und im Scheitelpunkte R (Fig. 3) wird die Parallaxe endlich gar $= o$, weil der Kosinus von $90° = o$ ist.

Die Horizontalparallaxe eines Gestirns ist für den Astronomen von der größten Wichtigkeit, weil er durch sie die Entfernung des Gestirns von der Erde ganz genau und zuverlässig bestimmen kann. Denn in dem rechtwinklichten Dreyecke ATP ist APT die Horizontalparallaxe des Weltkörpers P, und zugleich der Sehwinkel, unter welchem der Halbmesser der Erdkugel AT in P erscheint. *) Es ist aber $TP : AT = 1 : \sin. APT$ oder $= 1 : \sin. P$; also $TP = AT : \sin. P$; daß man also die Entfernung des Punkts P vom Mittelpunkte der Erde T in Halbmessern der Erdkugel bestimmen kann, wenn man die Horizontalparallaxe jenes Punkts weiß. Da aber diese sich durch unmittelbare

*) Man sehe den fünften Brief des III. Bandes.

Beobachtungen nicht bestimmen läßt, so muß man sie aus der Höhenparallaxe durch die Gleichung $p = P. \cos. a$ berechnen.

Gleichwie aber die Parallaxe eines Himmelskörpers um desto mehr abnimmt, je höher dieser über den Horizont steigt; so vergrößert sich dagegen sein scheinbarer Durchmesser immer mehr, weil der Körper dem Auge des Beobachters sich wirklich immer mehr nähert. Denn da der Punkt A (Fig. 3) innerhalb des Kreises RPQ und außer dem Mittelpunkte desselben T liegt, so ist die gerade Linie AR am kürzesten, und jede andre AL, AP um desto länger, je weiter sie sich von AR entfernt. *) Ein Himmelskörper also, der immer von T gleich weit entfernt bleibt, kommt dem Auge in A um desto näher, je höher er über P hinaufsteigt, und in R ist er ihm am nächsten. Daher ist auch seine scheinbare Größe überall in L in dem Verhältnisse größer, als AP größer ist, als AL. **) Dieser Unterschied ist besonders bey dem Monde nicht zu vernachlässigen, dessen Durchmesser durch die Parallaxe merklich vergrößert wird. Da AP und TQ fast vollkommen gleich lang sind, so erscheint der Durchmesser des Mondes auch fast vollkommen so groß aus dem Mittelpunkte der Erde, als im Horizonte. Daher nennen die Astronomen horizontalen Durchmesser des Mondes den, welchen ein Auge aus dem Mittelpunkte der Erde sehen würde. Vergrößert man diesen im Verhältnisse von AL zu TP, so erhält man den scheinbaren Durchmesser für die Höhe LAP.

*) Einleitung III. Band 141 Anmerkung.

**) Fünfter Brief III. Band.

Wenn zwey Beobachter unter einerley Meridiane und sehr weit aus einander die Höhe eines gewissen Himmelskörpers und seine Entfernung von einem und ebendemselben Fixsterne zugleich beobachten, so läßt sich daraus die Horizontalparallaxe jenes Gestirns bestimmen. Denn wenn die beiden Beobachter aus A und B (Fig. 4) zu gleicher Zeit denselben Himmelskörper L sehen, und dessen Entfernung LAF, LBF von ebendemselben Fixsterne messen, so sind AF und BF parallel, weil die Fixsterne keine Parallaxe haben, und man findet daher den Winkel ALB, indem man die beiden gemeßnen Winkel entweder von einander abzieht, oder addirt, nachdem L beiden Beobachtern entweder auf einerley Seite, oder auf verschiedenen Seiten des Fixsterns liegt. Denn findet das erstre Statt, wie in unserer Figur, wo F beiden Beobachtern unter L, z. B. nach Süden zu, liegt, so fällt die mit AF parallele LG über LA, und es ist ALB = GLB — GLA = FBL — FAL, weil FBL = GLB und FAL = GLA ist. Fällt aber der Fixstern dem einen Beobachter an die Nordseite, dem andern an die Südseite des Körpers L, so fällt LG unter LA, und es ist ALB = GLB + GLA. Sind nun DAT, EBT die Scheitellinien beider Beobachter, so kennt man auch die Winkel DAL und EBL, als die Komplemente der Höhen des Körpers L, welche die Beobachter gemessen haben, und so ist man leicht im Stande die Parallaxe dieses Körpers zu bestimmen. So fand de la Caille, nach seiner eignen Erzählung, den 6 Oktober 1751 auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung, als er den Planeten Mars, den hier L vorstellt, beobachtete, und mit dem Sterne λ im Wassermanne verglich, LBF

von 26,7″ und EBL von 25° 2′, Wargentin aber zugleich in Stockholm, fast unter demselben Meridiane, FAL von 6,6″ und DAL von 68° 14′. Da nun dem einen Mars, in Ansehung des Fixsterns, nordlich, dem andern südlich stand, so war ALB = 26,7″ + 6,6″ = 33,3″. Nennt man nun die Horizontalparallaxe des Mars, die damals überall auf der Erde von gleicher Größe war P, so ist ALT die Höhenparallaxe für den einen, und BLT für den andern Beobachter. Da nun der Kosinus der Höhe dem Sinus des Komplements derselben gleich ist, so wird ALT = P. sin. 68° 14′ und BLT = P. sin. 25° 2′, also ALT + BLT oder ALB, oder 33,3″ = P (sin. 68° 14′ = sin. 25° 2′). Hieraus findet man sogleich P, oder die Horizontalparallaxe des Mars, von 24,63 Sekunden.

Die Erde ist aber keine vollkommne Kugel, sondern um die Pole etwas abgeplattet; indessen weicht sie nur sehr wenig von einer Kugel ab. Man kann daher, wo nicht eine sehr große Genauigkeit nöthig ist, bey der Berechnung der Parallaxen die Abplattung der Erde vernachlässigen. Wird aber die äußerste Genauigkeit erfordert, wie z. B. bey der Berechnung der geographischen Längen aus der Bedeckung der Fixsterne vom Monde, oder den Sonnenfinsternissen, so muß man allerdings auf die wahre Gestalt der Erdkugel Rücksicht nehmen, obgleich man unglücklicherweise über diese noch nicht ganz einig ist. Alsdann kann die Horizontalparallaxe des Mondes z. B. keinesweges auf der ganzen Erdkugel, als allenthalben gleich angenommen werden, sondern man legt diejenige zum Grunde, die unter der Linie Statt findet, und nennt sie deß-

halb die aequatorische Parallaxe. Auf der übrigen Erde nimmt die Horizontalparallaxe von der Linie gegen die Pole zu immer mehr ab, und ist unter den Polen selbst am kleinsten. Denn es sey (Fig. 121) DEID eine vollkommne, und in ihr eine an den Polen A und B abgeplattete Kugel, beide von gleichem Aequator und gleichem Mittelpunkte T, so ist die Horizontalparallaxe ELT der eigentlichen Kugel eben so groß, als die aequatorische Parallaxe der abgeplatteten; aber die wirkliche Horizontalparallaxe dieser letztern unter den Polen ALT ist offenbar, im Verhältnisse der Abplattung, kleiner, als ELT. Indessen wird der scheinbare horizontale Durchmesser des Mondes durch die Abplattung nicht verändert, da die Entfernungen EL und AL fast aufs vollkommenste gleich sind. Die scheinbare Höhe des Mondes aber wird durch die sphäroidische Gestalt der Erde auf vielerley Art verändert und vergrößert, und diese Veränderung hat auf die Berechnung der Höhenparallaxen einen merklichen Einfluß. Denn die Lothlinien gehen auf der abgeplatteten Erde nur unter den Polen und unter der Linie nach dem Mittelpunkte der Erde, sonst aber überall bey diesem Punkte vorbey. Wenn also die Lothlinie GF des Orts F die Axe der Erde in C durchschneidet, und in M der Mond ist, so wird FMC die scheinbare Parallaxe desselben, von welcher man daher den Winkel TMC, der an verschiedenen Orten der Erde sehr verschieden ist, abziehen muß, um die wahre, sich auf den Mittelpunkt der Erde T beziehende Parallaxe FMT zu erhalten. Sogar wenn der Mond sich in unserm Scheitelpunkte befindet, hat er alsdann noch eine gewisse Parallaxe. Denn er steht alsdann nach der Richtung CG,

anstatt daß er, aus dem Mittelpunkte der Erde T gesehen, sich nach der Richtung TG zeigt.

Anmerkungen.

1. Da die horizontale Strahlenbrechung ungefähr 32 Minuten oder so viel, als der scheinbare Durchmesser der Sonne, beträgt, so zeigt sie uns die Sonne um so viel eher, und des Abends so viel länger, als die Sonnenscheibe Zeit braucht um durch den Horizont zu gehen (4 Brief 3 Anmerkung). Daher kommt die Verlängerung der Tage, von welcher ich oben geredet habe (14 Brief III Band).

2. In dem Dreyecke ATP hat man 1 : sin. P = TP : AT (Fig 3) und in dem Dreyecke ATL, sin. TAL : sin. L = TL : AT. Da nun TP = TL ist, so wird 1 : sin. P = sin. TAL : sin. L = sin. RAL : sin. L. Nun sind P und L sehr kleine Winkel, die sich verhalten, wie ihre Sinus. P ist die Horizontalparallaxe und L die zur Höhe a, welche mit RAL 90° ausmacht, gehörige Parallaxe p. Es ist also 1 : P = sin. RAL : p = cos. a : p und p = P. cos. a.

Neunter Brief.

Die Horizontalparallaxe des Mondes wird zwar, wie ich in meinem vorhergehenden Schreiben bemerkt habe, mit Recht als der Winkel angesehen, unter welchem der Halbmesser der Erdkugel im Monde

erscheint; allein dennoch ist diese Vorstellung, in der größten Strenge genommen, nicht ganz richtig. Denn wenn DE der Durchmesser der Erdkugel (Fig. 5), und O der Ort des Mondes ist, so sehen Sie leicht, daß zwey Berührungslinien an D und E in O nicht zusammenlaufen können, weil sie parallel sind. Die beiden Horizontalparallaxen AOC, BOC, deren Summe der Winkel AOB gleich ist, gehören für die Oerter A und B welche in den Endpunkten nicht eines Durchmessers, sondern einer Sehne AB liegen; und es ist daher auch der Winkel AOB die scheinbare Größe dieser auf OC senkrechten Sehne, und nicht des ihr parallelen Durchmessers DE. Allein der Unterschied zwischen den scheinbaren Größen der beiden Linien AB, DE ist äußerst geringe, und beträgt bey der doppelten Horizontalparallaxe des Mondes keine Sekunde, [1] also eine Kleinigkeit, die man ganz vernachlässigen kann, da sich die Durchmesser der himmlischen Körper so äußerst genau nicht messen lassen. Und sie kommt um desto weniger in einige Betrachtung, da alle himmlische Körper sich eben so verhalten, wie die Erde. Bey allen ist die scheinbare größte Breite etwas kleiner, als ihr scheinbarer Durchmesser seyn würde, wenn wir ihn entblößt sehen könnten. Indem wir also ihre Sehwinkel mit dem Sehwinkel der Erdkugel vergleichen, so ist das Verhältniß zwischen jenen und diesem von dem wahren Verhältnisse ihrer scheinbaren Durchmesser um desto weniger verschieden, da jene Winkel von beiden Seiten um etwas sehr weniges zu klein sind.

Nach den genauesten und besten Beobachtungen ist die mittlere aequatorische Parallaxe des Mondes, wenn man die Abplattung der Erde

auf

auf $\frac{1}{178}$ setzt, *) von 57 Minuten $24\frac{1}{2}$ Sekunden. Nun ist, wie ich gezeigt habe, die mittlere Entfernung des Mondes von der Erde, oder TP (Fig. 3) = AT : sin. P. Da nun P = 57′ $24\frac{1}{2}$″, also sin. P = 0,0166986 ist, so erhält man, indem man 1 mit dem sin. P theilt, TP = 59,88. AT; daß also der Mond um 59,88, oder ungefähr um 60 Halbmesser der Erdkugel, von ihrem Mittelpunkte ins Mittel entfernt ist.

Ferner ist der mittlere scheinbare Durchmesser des Mondes, der zu jener mittleren Parallaxe gehört, = 31′ $42\frac{1}{2}$″. Da nun der scheinbare Durchmesser der Erdkugel aus dem Monde gesehen, wie ich gezeigt habe, der doppelten aequatorischen mittleren Parallaxe des Mondes gleich, also von 114′ 49″ ist, und bey so kleinen Winkeln sich die wirklichen Durchmesser, wie die scheinbaren in gleichen Entfernungen verhalten, so folgt, daß der Durchmesser der Erde zum Durchmesser des Mondes im Verhältnisse von 114′ 49″ zu 31′ $24\frac{1}{2}$″ = 13779: 3769, oder wie 10,967 : 3 sey, wofür man auch 11 : 3 setzen kann.

Es ist aber 13779 : 3769 auch wie 3,656 : 1. Da nun die Oberflächen der Kugeln sich, wie die Quadrate, und ihre Räume, wie die Würfel ihrer Durchmesser, verhalten, **) das Quadrat aber von 3,656 = 13,366 und der Würfel = 48,867 ist, so folgt, daß die Erde eine $13\frac{1}{3}$ Mal größre Oberfläche hat, und einen 48,867 Mal, oder fast 49 Mal, größern Raum umschließt, als der Mond. Sie leuchtet also auch unfehlbar dem Neumonde fast 14 Mal stärker, als der Vollmond uns.

*) Man sehe den zwey und funfzigsten Brief dieses Bandes.

**) Einleitung 170 und 174.

Die Parallaxe der Sonne läßt sich nicht, so wie die des Mondes, durch unmittelbare Beobachtungen bestimmen, weil sie so sehr klein ist, daß auch ein Irrthum von einer oder zwey Sekunden bey ihr schon etwas sehr beträchtliches ausmacht. Man hat aber durch einen besondern Weg, von welchem ich Ihnen künftig einen Begriff zu geben suchen will, gefunden, daß die mittlere Horizontalparallaxe der Sonne aufs genaueste 8,7 Sekunden beträgt. Hieraus finden Sie auf eben die Art, wie bey dem Monde, indem Sie 1 mit dem sin. 8,7″ oder mit 0,0004218 theilen, daß die Sonne vom Mittelpunkte der Erde, um 23708 Halbmesser der Erdkugel entfernt ist; eine ungeheure Weite, die 20388850 gemeine Meilen ausmacht, deren 860 auf einen mittleren Halbmesser der Erde gehen, und welche eine Kanonenkugel nur in beynahe 25 Jahren durchlaufen könnte, wenn sie gleich, ohne durch den Widerstand der Luft, oder irgend eine andre Ursache aufgehalten zu werden, in jeder Sekunde durch 600 Fuß ginge. Sie ist ungefähr 400 Mal so groß, als die Entfernung des Mondes von der Erde.

Den scheinbaren mittleren Durchmesser der Sonne muß man, nach den besten Beobachtungen, auf 32′ $\frac{1}{2}$″ setzen. Er macht also 1920,5, so wie die doppelte mittlere Horizontalparallaxe der Sonne 17,4 Sekunden aus. Es verhält sich daher wieder, wie bey dem Monde, der Durchmesser der Erde zum Durchmesser der Sonne, wie 17,4: 1920,5 oder wie 1:110,37. Um sich hieraus von der ungeheuren Größe der Sonne einen sinnlichen Begriff zu machen, stellen Sie sich an dem Orte der Erde vor, und Sie sehen leicht, daß sie mit ihrer Masse alles, bis weit über die Bahn

des Mondes hinaus, ausfüllen würde. In ihrem Umfange würde sich sogar noch ein zweyter Mond, fast in der doppelten Entfernung des inneren und wahren, um die Erde bewegen können. Denn die mittlere Weite des Mondes von der Erde beträgt nicht einmal völlig 60 halbe Durchmesser der Erdkugel, und das Doppelte dieser Entfernung ist daher nicht viel größer, als der Halbmesser der Sonne.

Das Quadrat von 110,37 macht 12181, 5369 und der Würfel 1344476,227653. Die Oberfläche der Sonne ist also 12181$\frac{1}{2}$ Mal größer, als die Oberfläche der Erde, und der Raum, welchen sie einschließt 1344476$\frac{1}{4}$ Mal größer, als der Inhalt der Erdkugel; so, daß in ihr 1$\frac{1}{3}$ Millionen Erdkugeln Platz haben. Indessen folgt daraus nicht, daß auch ihre Masse um 1$\frac{1}{3}$ Millionen Mal größer ist, als die Masse der Erde, weil die Sonne weniger dicht seyn kann, als diese.

Der scheinbare Durchmesser der Sonne ist aber nicht immer von gleicher Größe, sondern er verändert sich, und zwar alle Jahre auf eine gleiche und regelmäßige Art. Im Anfange unseres Jahres ist er am größten, und im Anfange des Julius am kleinsten. Zwischen diesen beiden Grenzen wächst er von einer Seite allmählich, und nimmt von der andern nach und nach ab. Den kleinsten Durchmesser hat Short mit vorzüglicher Sorgfalt gemessen, und von 31′ 28″ gefunden. Den Messungen des größten Durchmessers traut man nicht so sehr, als denen des kleinsten, weil die Sonne zu Anfange des Jenners sehr niedrig steht, und die Strahlenbrechung die Beobachtung ungewiß macht. Indessen stimmen die besten Beobach-

Staats-
Bibliothek
Bamberg

ter darin überein, daß sie den größten Durchmesser 1′ 5″ größer setzen, als den kleinsten. Wir können ihn daher von 32′ 33″ annehmen. So wird der mittlere scheinbare Durchmesser 32′ $\frac{1}{2}$″ halten. Diese regelmäßige Veränderung in der Größe der Sonnenscheibe kann offenbar bloß daher rühren, daß die Erdkugel in unserm Winter der Sonne näher ist, als in unserm Sommer; daher man auch von der Sonne sagt: sie sey in ihrer Erdferne (Apogaeum), wenn ihr Durchmesser am kleinsten, und in ihrer Erdnähe (Perigaeum), wenn ihr Durchmesser am größten ist. Zugleich lehrt die Erfahrung, daß die Geschwindigkeit der eignen Bewegung der Sonne vom Anfange des Julius bis zu Ende des Jahres eben so regelmäßig nach und nach wächst, und von da bis wieder zum Ende des Junius eben so allmählich abnimmt, als ihr scheinbarer Durchmesser. Daher kommt es, daß unser Sommer etwas länger ist, als der Winter, oder daß die Zeit von der Frühlingsnachtgleiche bis zur Herbstnachtgleiche die andre Hälfte des Jahres um 7 bis 8 Tage übertrifft.

Die Punkte der Erdferne und Erdnähe, welche man auch mit einem gemeinschaftlichen Namen die Apsiden nennt, liegen immer um 180 Grade auseinander. Die gerade Linie also AB (Fig. 6), welche jene beide Punkte A und B vereinigt, ist ein Durchmesser der Himmelskugel, und geht durch den Mittelpunkt der Erde T, wenn man annimmt, daß sich die Sonne wirklich um die Erde bewegt. Sollte aber auch die besondre Bewegung der Sonne nur scheinbar seyn, und von der Bewegung der Erde um die Sonne herrühren, so müßte man B die Sonnennähe (Perihelium) und A

die Sonnenferne (Aphelium) nennen. Es mag aber die Bewegung der Sonne in der Bahn ADBA wirklich oder scheinbar seyn, so bleibt es dennoch gewiß, daß zu beiden Seiten der Apsiden der scheinbare Durchmesser der Sonne und ihre scheinbare Geschwindigkeit völlig auf gleiche Art wächst oder abnimmt. Es muß also auch die eine Hälfte der Sonnenbahn ADB der andern Hälfte völlig ähnlich und gleich seyn, der Mittelpunkt aber derselben C außer T fallen. Da sich TA zu TB, wie der größte scheinbare Durchmesser zu dem kleinsten verhält, so kann man TB durch diesen, und TA durch jenen, ausdrücken. Addirt man beide, so ist ihre Hälfte der halben großen Axe der Bahn CA = CB gleich; zieht man den kleinern von der halben Axe ab, so bleibt das Stück CT übrig, welches man die Ekzentrizität nennt. So findet man, wenn man annimmt, daß TA : TB = 32′ 33″ : 31′ 28″ sey, daß CT 169,2 Zehntausendtheilchen von AC ausmacht. Wenn TD = AC ist, so sagt man, die Sonne sey in ihrer mittleren Entfernung von der Erde, wenn sie in D ankommt.

Um die Zeit der Sonnenwenden erscheint uns die Sonne in den Punkten A und B. Wenn man nun alte Beobachtungen über den Ort der Sonne zu diesen Zeiten mit neuen vergleicht, so findet man, daß die Apsiden allmählich, wiewohl sehr langsam, am Himmel vorrücken. Ihre Länge nimmt jährlich um 1 Minute 6 Sekunden zu, woraus offenbar folgt, daß sie, auch in Ansehung der Fixsterne, nicht unbeweglich sind. Denn wären die Apsiden so unbeweglich, wie die Fixsterne, so würde ihre Länge, wegen des Vorrückens der Nachtgleichen, sich jährlich nur um $50\frac{1}{4}$ Sekunden vermeh-

ren. Da sie aber in dieser Zeit um 1 Minute 6 Sekunden wächst, so sehen Sie deutlich, daß jene Punkte, in Ansehung der Fixsterne, sich jährlich um $15\frac{3}{4}$ Sekunden vorwärts nach Ordnung der Zeichen bewegen müssen. Die Sonne braucht also, wenn sie von einer Erdferne ausgeht, mehr, als ein tropisches Jahr, ja sogar mehr wie ein Sternjahr, Zeit, um bis wieder zu der Erdferne zu gelangen. Man nennt die ganze Zeit, dieses Umlaufs ein anomalistisches Jahr, und es ist um 26 Minuten $34\frac{1}{2}$ Sekunden länger, als das tropische Jahr.

Der Mond verändert seinen scheinbaren Durchmesser noch mehr, als die Sonne. Die äußersten Grenzen der Größe desselben sind 29′ 6″ und 33′ 43″. Jeden Monat ist er einmal am kleinsten, und einmal am größten, und also der Mond einmal in der Erdferne, das andre Mal in der Erdnähe, und diese Punkte liegen in jedem Monate 180 Grade von einander. Der Mond hat also auch seine Apsidenlinie, die durch den Mittelpunkt der Erde geht, seine Ekzentrizität, und eine Bahn, welche durch die Apsidenlinie, oder die große Axe, in zwey gleiche und ähnliche Hälften getheilt wird.

Diese Bahn fällt aber nicht in die Ebne der Ekliptik, sondern halb über sie, halb unter sie. Denn der Mond hat, wie ich Ihnen bereits gesagt habe, immer einen halben Monat lang eine nordliche, und den folgenden halben Monat über eine südliche Breite. Folglich durchschneidet die Mondbahn die Ekliptik in zweyen einander gegen überstehenden Punkten, welche man ihre Knoten nennt. Der aufsteigende Knoten ist der, durch welchen der Mond von Süden nach Norden steigt; der

absteigende der, durch welchen er von Norden nach Süden hinabgeht. Die Knotenlinie liegt ganz in der Ebne der Ekliptik, und ist die Durchschnittslinie dieser Ebne mit der Ebne der Mondbahn. Wenn man den Mond zu der Zeit, da seine südliche Breite abnimmt und schon sehr klein ist, fleißig und oft beobachtet, so lange bis seine Breite nordlich zu werden anfängt, so kann man den Ort seines aufsteigenden Knotens am Himmel bestimmen, von welchem der Ort des niedersteigenden Knotens allezeit um 180 Grade entfernt ist, weil die Knotenlinie ganz in die Ebne der Ekliptik fällt, also durch den Mittelpunkt der Erde geht, der zugleich der Mittelpunkt eines größten Kreises ist, den der Mond am Himmel in einem Monate durchläuft. Denn wenn der Mittelpunkt des Mondes genau in der Ekliptik selbst ist, also gar keine Breite hat, so ist er im Knoten seiner Bahn, und die Länge, die er alsdann hat, ist auch die Länge seines Knotens.

Beobachtet man aber die Breite des Mondes aufs sorgfältigste, wenn er gegen 90 Grade von seinem Knoten entfernt ist, so findet man sie Anfangs noch wachsend, hernach aber bey immer fortgesetzten Beobachtungen abnehmend. Am größten ist sie, wenn der Unterschied in der Länge des Mondes und der des Knotens seiner Bahn 90 Grade beträgt. Diese größte Breite ist zugleich die Neigung der Ebne der Mondbahn gegen die Ebne der Ekliptik, oder der Winkel, unter welchem sich beide Ebnen durchschneiden.

Anmerkung.

1. Das rechtwinklichte Dreyeck OBC ist dem rechtwinklichten Dreyecke OBF (Fig. 5) und BCF

ähnlich. Daher ist der Winkel CBF = COB, so wie CAF = COA. Ist also, so wie bey der Horizontalparallaxe des Mondes, COB von $57\frac{1}{2}$ Minuten, so wird BF zu CB oder zu CE = cos. $57\frac{1}{2}' : 1 = 0{,}99986 : 1$. Es ist also AB nur um $\frac{14}{100000}$ oder um $\frac{1}{7143}$ kleiner als DE. Nun hält AOB 114 Minuten 49 Sekunden oder 6889″, und kleine Winkel verhalten sich wie ihre Sinus. Daher macht der Unterschied zwischen der scheinbaren Größe von DE und AB keine Sekunde aus.

Zehnter Brief.

Kein himmlischer Körper hat eine so große Horizontalparallaxe, und keiner ist uns daher so nahe als der Mond, aber keiner bewegt sich auch so unregelmäßig, wie dieser. Alles in seiner Bahn ist veränderlich, die Ekzentrizität, die Knotenlinie, die Neigung. Seine Apsiden, deren Ort oder Länge man findet, wenn man genau bemerkt, wo in jedem Monate der scheinbare Durchmesser des Mondes am größten und am kleinsten ist, rücken viel schneller vorwärts, das heißt: nach der Ordnung der himmlischen Zeichen, fort, als die Apsiden der Sonne. Sie gehen in einem Jahre ins Mittel durch 40 Grade 39 Minuten 52 Sekunden und kommen in 8 gemeinen Jahren 309 Tagen 8 Stunden 37 Minuten 30 Sekunden durch alle himmlische Zeichen herum. Daher ist die Zeit, welche der Mond braucht, um wiederum

dieselbe Apside zu erreichen, aus welcher er ausgegangen ist, oder der anomalistische Monat, um 5 Stunden 35 Minuten 30 Sekunden länger, als der periodische, und hält 27 Tage 13 Stunden 18 Minuten 35 Sekunden ins Mittel.

Sogar in den Erdfernen oder Erdnähen erscheint uns der Mond nicht in jedem Monate gleich groß, und Sie sehen hieraus, daß seine Ekzentrizität, welche ins Mittel 0,055 von der halben großen Axe seiner Bahn, oder von seiner mittleren Entfernung von der Erde, beträgt, veränderlich ist. Man findet sie am größten, wenn die Syzygien in die Apsiden, und am kleinsten, wenn sie 90 Grade davon fallen. Eben so veränderlich ist die Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik; nur von 5 Graden und 18 Sekunden, wenn die Syzygien in den Knoten sind, aber von $5^\circ\ 17'\ 58''$, wenn die Viertel dahin fallen. Die Knoten selbst gehen rückwärts fort, das heißt: gegen die Ordnung der himmlischen Zeichen; und zwar täglich ins Mittel durch 3 Minuten $10\frac{2}{3}$ Sekunden so, daß sie in 18 gemeinen Jahren 224 Tagen 4 Stunden 45 Minuten durch die ganze Ekliptik herumkommen. Die Zeit, welche der Mond braucht, wenn er aus einem Knoten ausgegangen ist, um wieder bis dahin zu kommen, oder der Knotenmonat, den man auch den Drachenmonat nennt, beträgt, nach de la Lande, 27 Tage 5 Stunden 6 Minuten 56 Sekunden. Wegen dieser Unregelmäßigkeiten hat die Berechnung des Mondlaufs den Sternkundigen von jeher ungemein viele Mühe gemacht, bis endlich Newton die wahren Ursachen derselben entdeckt, und Maier durch seine Mondtafeln die genaue Uebereinstim-

mung der Newtonschen Theorie mit der Erfahrung gezeigt hat.

Wegen der großen Nähe des Mondes kann man selbst seine kleinern Flecken schon mit dem bloßen Auge erkennen, durch gute Fernröhre aber mit vorzüglicher Deutlichkeit unterscheiden. Man hat diesen Flecken besondre Namen gegeben, mit denen Sie sich leicht durch eine gute Mondkarte bekannt machen können. Diese Namen haben besonders bey den Beobachtungen der Mondfinsternisse ihren guten Nutzen, weil sie uns in den Stand setzen, den Fortgang und die Abnahme derselben genau und auf eine allgemein verständliche Art zu bestimmen, indem wir den Zeitpunkt bemerken, wo dieser oder jener Flecken verdunkelt zu werden anfängt oder aufhört. Man war um desto leichter im Stande, die Flecken des Mondes zu unterscheiden und zu benennen, da uns der Mond immer dieselbe Seite zeigt, und wir auf ihm immer dieselben Flecken, fast vollkommen in einer unveränderten Lage sehen. Vielleicht sind Sie geneigt hieraus zu schließen, daß der Mond sich gar nicht um sich selbst herumdreht. Allein eine geringe Aufmerksamkeit wird Sie überzeugen, daß ein solcher Schluß unrichtig und übereilt seyn würde. Denn wenn Sie z. B. um einen Tisch, auf dessen Mitte ein Buch liegt, so herumgehen, daß Ihr Gesicht beständig nach dem Buche gerichtet ist, so kehren Sie dasselbe nach und nach gegen alle Himmelsgegenden, Anfangs z. B. nach Osten, nachher, wenn Sie um den halben Tisch herum sind, nach Westen, endlich, wenn Sie auf den ersten Ort zurückkommen, wieder nach Osten. Wären Sie an einem Orte stehen geblieben, und hätten Sie sich nach und nach gegen alle Himmels-

gegenden kehren wollen, so hätten Sie sich ganz in die Runde herumdrehen müssen. Also haben Sie sich wirklich zugleich ein Mal ganz herumgedreht, indem Sie auf die angenommene Art um den Tisch herumgingen. Da nun der Mond, indem er um die Erde geht, ebenfalls der Erde beständig ebendieselbe Seite zukehrt, so sehen Sie leicht, daß er sich, bey jedem Umgange, zugleich auch ein Mal um seine Axe dreht. Der Punkt seiner Oberfläche, der sich in der aus seinem Mittelpunkte nach dem Frühlingspunkte gezogenen geraden Linie befindet, kommt, bey dieser Drehung, nach einem periodischen Monate wieder in diese Linie; und wenn dieselbe nicht nach dem Frühlingspunkte, sondern nach dem Mittelpunkte der Sonne geht, so braucht er einen synodischen Monat Zeit, um aus jener Linie, bis wieder in sie, zu gelangen, so, daß der Sonnentag im Monde dem synodischen Monate völlig gleich ist.

Wir kennen also nur die eine Hälfte von der Oberfläche des Mondes, die andre erblicken wir nie, ungeachtet sie von der Sonne eben so gut erleuchtet wird, als die uns sichtbare Hälfte. So sehen auch von den Einwohnern des Mondes, wenn es dergleichen giebt, diejenigen, welche sich auf der einen Hulbkugel desselben befinden, die Erde nie, die auf der andern Hälfte dagegen genießen ihr Licht des Nachts. Indessen sind die Grenzen zwischen diesen beiden Hälften nicht ganz unveränderlich. Denn wenn man den Mond, während seines ganzen Umlaufs um die Erde, häufig beobachtet, so bemerkt man an seinen Flecken eine kleine periodische Verrückung oder Bewegung bald nach der einen, bald nach der andern Seite, die man das Schwanken des Mondes (libratio lunae)

nennt. An dem einen Rande der Mondscheibe erscheinen nach und nach Flecken, die man vorher nicht sah, indem zugleich an dem entgegengesetzten Rande andre Flecken verschwinden, die man vorher erblickte. Diese Veränderung bemerkt man sowohl an dem östlichen und westlichen, als auch an dem nordlichen und südlichen Rande der Mondscheibe, und sie läßt sich nach allen Umständen deutlich begreifen, wenn man weiß, daß die Axe des Mondes die Ebne der Ekliptik fast senkrecht durchschneidet, und die Erde sich außer dem Mittelpunkte der Mondbahn befindet. [1]

Die Mondfläche ist ungemein ungleich und höckerig. Die Ränder des erleuchteten Theils der Mondscheibe sind nie ganz glatt, sondern hier und da wie ausgebrochen; und durch gute Fernröhre unterscheidet man überall auf der Scheibe Erhöhungen und Vertiefungen. Also hat der Mond Berge, und zwar nach Verhältniß sehr hohe und sehr häufige Berge. Daher sieht man allemal nahe an dem Rande seiner Erleuchtung in dem dunkeln Theile hin und wieder eine Menge heller Punkte, welche nichts anders seyn können, als Bergspitzen, die von der Sonne erleuchtet werden, ehe sie noch unten in der Ebne aufgegangen ist. Daher erblickt man durch gute Fernröhre in dem abnehmenden und zunehmenden Monde neben den erhöheten helleren Theilen gewisse veränderliche Flecken, die sich nach dem Stande der Sonne richten, ihr immer gegen über liegen, im vollen Monde ganz verschwinden, und nichts weiter sind, als die Schatten der Berge. Einige der letztern sind nach Berechnungen, die man darüber gemacht hat, über eine Meile hoch, und also höher, als unsere höchsten Berge, [2]

Außerdem ist die Mondscheibe mit einer Menge größerer und kleinerer runder und ringförmiger Flecken gleichsam übersäet, welche ringsumher mit einem erhöheten helleren Walle eingefaßt sind, und in der Mitte deutliche und nach dem Stande der Sonne veränderliche Schatten zeigen, also Vertiefungen sind, die mit den Kratern der feuerspeyenden Berge auf der Erde die größte Aehnlichkeit haben. Aus vielen dieser Vertiefungen erheben sich kleinere Berge, wie aus den Kratern unserer Vulkane. Andre sind mit Streifen umgeben, die von ihnen, wie Strahlen von einem Mittelpunkte, ausgehen, und durch Ströme einer aus den Kratern ausgeflossnen Materie oder Lava hervorgebracht zu seyn scheinen. Ueberdieses haben viele zum Theil sehr geschickte Beobachter zu verschiedenen Zeiten mitten in dem dunkeln Theile des Mondes helle Punkte, als Funken, gesehen. Und obgleich man vielleicht einige solche sehr schwach glimmende Punkte vom zurückgeworfenen Lichte der Erde herleiten könnte, so läßt sich doch das, selbst nach dem Urtheile des berühmten Herschel, in Ansehung aller nicht thun. Denn das Licht vieler solcher Punkte ist blitzend und stark, und an einigen will man sogar deutlich bemerkt haben, daß sie aufstiegen und wieder herabfielen. Sie zeugen also von einem wirklichen Feuer im Monde, und es folgt aus allen angeführten Erscheinungen, daß es auf diesem Himmelskörper eine große Menge ungeheurer Vulkane giebt, die noch jetzt fortbrennen. Dieses beweisen auch die sehr beträchtlichen Veränderungen, die auf seiner Oberfläche nahe bey den Vulkanen von Zeit zu Zeit noch jetzt vorgehen. Einige Einsenkungen auf der Mondfläche sind von ungeheurer Größe, bis an 30 Meilen im

Durchschnitte, und einer dieser Krater, von $3\frac{1}{2}$ Meile im Durchmesser, ist, nach Herrn Schröters Ausmessung, mehr als 3000 Pariser Klaftern tief. Das noch fortdauernde Feuer beweiset zugleich, daß der Mond mit Luft umgeben ist, welches sich auch aus der von Herrn Schröter sehr deutlich bemerkten Dämmerung auf dem Monde schließen läßt. Nur scheint die Atmosphäre des Mondes dünner, wenigstens reiner, und nicht so mit Dünsten angefüllt zu seyn, als die Erdatmosphäre.

Einige Vertiefungen auf dem Monde, als der Plato, sind inwendig allenthalben schwärzlich, und also vielleicht, so wie auch viele Krater erloschner Vulkane auf der Erde, mit Wasser angefüllt. Denn das Wasser, als ein durchsichtiger Körper, wirft das Licht, außer wenn es unter einem sehr kleinen Winkel auffällt, schwächer zurück, als die meisten undurchsichtigen Materien. Indessen giebt es dennoch auch undurchsichtige Körper, die entweder schwarz sind, oder doch das Licht ungleich schwächer zurückwerfen, als andre. Also können auch die großen und unveränderlichen Flecken im Monde entweder Wassersammlungen und Meere, oder feste Theile seyn, welche das Licht viel schwächer zurückwerfen, als die hellern Theile. Man hielt sie sonst für Meere, weil sie sich, wenn die Grenze der Erleuchtung der Mondscheibe durch sie hindurchgeht, ziemlich glatt und ohne große Ungleichheiten zeigen. Allein es ist jetzt ausgemacht, daß sie keine Meere sind, weil man durch gute Fernröhre auch in ihnen häufige Bergreihen und Vertiefungen, die mit Wallgebirgen umgeben sind, wahrnimmt. Ueberhaupt ist auf der ganzen unsichtbaren Mondfläche wohl keine eigentliche Ebne, die mehr, als fünf Meilen, im Durchschnitte hätte.

Sollten also die Mondebnen auch mit Wasser bedeckt seyn, so müßte dennoch der Mond nur sehr kleine Meere haben, die man mit den Meeren der Erde gar nicht vergleichen könnte. Die Oberfläche des Mondes scheint also ganz öde und unfruchtbar zu seyn. Denn wie läßt sich Kultur und Fruchtbarkeit ohne Quellen und Regen gedenken? und wie könnten auf unserer Erde Regen und Quellen so gemein seyn, wenn wir nicht so große Meere hätten? In der That hat man auch auf dem Monde noch nicht die geringsten Spuren von Flüssen oder Wolken entdeckt, und die Luft scheint daselbst immer heiter und rein zu seyn.

Ueberhaupt ist die Mondfläche der Erdfläche, so viel wir davon urtheilen können, ganz unähnlich. Man findet auf der erstern keine so weit ausgedehnte Bergketten, als auf der letztern. Dagegen hat sie sehr viele und zum Theil riesenmäßige einzelne Berge, und unzählige ungeheure Vulkane. Das Feuer scheint auf ihr der einzige Werkmeister gewesen zu seyn, und das Wasser an ihrer Bildung keinen Antheil genommen zu haben.

Die Mondfläche ist durch ihre sehr große Unebenheit zur Erleuchtung unserer Nächte vorzüglich geschickt. Wäre sie ganz glatt, so würden wir im Monde, als in einem erhabnen Spiegel, bloß ein sehr kleines Sonnenbild, als einen hellen Stern, erblicken. Das Mondlicht ist gelblichweiß und dem Sonnenlichte ähnlich, nur viel matter. Eben so müßte einem Zuschauer, der im Monde stände, die Erde, als eine gelblichweiße leuchtende große Scheibe am Himmel erscheinen. Denn das Sonnenlicht wird von der Erde, so wie vom Monde, entweder unverändert, oder verändert und gefärbt, zurück-

geworfen. Das erstre ist allezeit ungleich dichter, und macht daher auch auf unser Auge einen ungleich stärkern Eindruck, als das letztre. Ueberdieses hält der kleinste Punkt, den wir selbst durch die allerbesten Fernröhre auf der Mondscheibe deutlich unterscheiden können, wenigstens einige hundert, ja mehrentheils einige tausend Fuß im Durchmesser. In einer so großen Strecke aber findet man auf der Erde, und unfehlbar auch auf dem Monde, sehr viele ganz verschiedene Farben neben einander. Diese vermischen sich in unserm Auge zu einem weißlichen Lichte, und wir erhalten daher in einer so großen Entfernung bloß ein dem Sonnenlichte ähnliches Licht vom Monde. Wir können deßhalb zwar auf ihm Stellen, welche schwach leuchten, von den heller leuchtenden unterscheiden, aber eigentliche Farben ist selbst das beste Fehrnrohr nicht im Stande uns auf der Mondscheibe zu zeigen.

Anmerkungen.

1. Wenn gleich der Mond immer vollkommen ebendieselbe Seite dem Mittelpunkte der Erde zukehren möchte, so würden wir dennoch, da wir ihn von der Oberfläche der Erde sehen und er eine so beträchtliche Parallaxe hat, nicht immer vollkommen ebendieselbe Seite von ihm erblicken, sondern an seinen Rändern einige Veränderung in der Lage der Flecken bemerken. Allein von diesem geringen täglichen Schwanken des Mondes ist hier nicht die Rede, sondern bloß von dem, welches selbst alsdann, wenn unser Ange im Mittelpunkte der Erde wäre, Statt finden müßte.

Wenn nämlich der Mond in seiner größten nordlichen Breite beobachtet wird, so findet man nach-

nachher, daß die südlichen Flecken desselben immer mehr verschwinden, die nordlichen immer tiefer in die Mondscheibe rücken, und daß am nordlichen Rande neue Flecken zum Vorschein kommen. Dieses dauert so lange, bis der Mond seine größte südliche Breite erreicht hat. Indem diese hierauf abnimmt, erfolgt das Gegentheil der vorigen Veränderung, bis alles wieder in seinen vorigen Stand kommt, wenn der Mond wieder seine größte nordliche Breite erhalten hat. Dieses Schwanken in die Breite kommt daher, daß die Axe des Mondes die Ebne der Ekliptik unter einem Winkel von $88\frac{1}{2}$ Graden durchschneidet und der Mond eine beträchtliche Breite hat. Denn es sey TA die Ebne der Ekliptik (Fig. 122) und in T der Mittelpunkt der Erde, der Mond aber in seiner größten nordlichen Breite ATC in C, und GFA sey seine Axe, so ist in dem Dreyecke ATC der Winkel TAC von $88\frac{1}{2}$ Graden, ATC ungefähr von 5 Graden, also TCA von $86\frac{1}{2}$ Graden, G ist der Nordpol des Mondes, F sein Südpol. Zieht man nun fg durch C senkrecht auf TC, so stellt fGg den Theil des Mondes vor, den man aus T übersehen kann, oder er ist die Hälfte, welche hier der Mond gegen den Mittelpunkt der Erde kehrt. Sie geht bis über den Südpol heraus, endigt sich aber diesseits des Nordpols und G ist ihr scheinbarer Mittelpunkt. Kommt nun nachher der Mond in seine größte südliche Breite in B, so kann er nicht mehr völlig ebendieselbe Hälfte nach T kehren, weil seine Axe sich immer parallel bleibt. Sie ist jetzt in DBEa, der Winkel DaT ist von $91\frac{1}{2}$ Graden, also TBa von $83\frac{1}{2}$ Graden, weil BTa ungefähr 5 Grade hält. Zieht man daher BI parallel mit CG, so ist DBI = FCG,

also IBH = DBT — DBI = $96\frac{1}{2}$ — $86\frac{1}{2}$ = 10 Graden, oder der Winkel IBH ist der doppelten größten Breite des Mondes gleich. Hier scheidet die auf TB senkrechte de die sichtbare Hälfte des Mondes von der aus T unsichtbaren. Der Nordpol E fällt über, der Südpol D unter de, und H ist der Mittelpunkt dieser Hälfte, der vorige Mittelpunkt aber P der sichtbaren Hälfte befindet sich jetzt 10 Grade weiter, in I. Man sieht also augenscheinlich, warum beym Uebergange des Mondes aus C in B südliche Flecken verschwinden und nordliche zum Vorschein kommen. Und da die Breite des Mondes veränderlich ist, so ist auch dieses Schwanken in die Breite sich ungleich, weil es immer der doppelten Breite des Mondes gleich bleibt.

Das Schwanken in die Länge findet Statt, wenn der Mond aus der Erdnähe in die Erdferne, oder aus dieser in jene, geht. Im ersten Falle verschwinden östliche Flecken und westliche erscheinen bis zur mittleren Entfernung des Mondes von der Erde. Hierauf verschwinden die letztern allmählich und man sieht die erstern nach und nach wieder, bis in der Erdferne der Mond völlig so aussieht, wie er in der Erdnähe aussah. So wie er weiter geht, verschwinden die Flecken am östlichen Rande und es erscheinen neue Flecken am westlichen bis zur mittleren Entfernung von der Erde, worauf wieder die letztern sich allmählich zurückziehen und die ersten wieder zum Vorschein kommen. Dieses Schwanken beträgt überhaupt ins Mittel 6,3 Grade. Um es zu begreifen, muß man wissen, daß der Mond in einer Ellipse um die Erde läuft, in deren einem Brenn-

punkte diese ist. Möchte er ganz gleichförmig fortgehen, so würde er, da er sich ganz gleichförmig um seine Axe dreht, in jedem Punkte E, D seiner Bahn (Fig. 6) genau dieselbe Seite nach dem Mittelpunkte derselben C kehren. Nun findet zwar dieses nicht in der größten Schärfe Statt, da der Mond in seiner Ellipse ungleichförmig fortgeht; indessen werden wir hier keinen merklichen Irrthum begehen, wenn wir indessen diese Ungleichförmigkeit vernachlässigen. Da also der Mond gegen C zu immer dieselbe Seite wendet, so kann er offenbar in T, oder in dem Mittelpunkte der Erde, nicht immer völlig einerley erscheinen. Man sieht leicht daß der Unterschied seiner sichtbaren Hälfte dem Winkel CET oder CDT gleich ist. Es ist aber TE : CT = sin. ECT : sin. CET, also sin. CET = CT . sin. ECT : TE. In B und A, oder in der Erdnähe und Erdferne ist sin. CET = o und man sieht in beiden Punkten den Mond aus T eben so, wie aus C, das heißt: völlig auf gleiche Art. Und da CT sehr klein, folglich TE überall beynahe von gleicher Größe ist, so folgt, daß sin. CET am größten ist, wenn sin. ECT = 1 also ECT ein rechter Winkel ist. Zieht man nun die halbe kleine Axe CD der Ellipse, so findet das im Punkte D Statt. Hier nämlich ist DCB ein rechter Winkel, aber zugleich auch DT der halben großen Axe AC, oder der mittleren Entfernung des Mondes vom Mittelpunkte der Erde gleich. Denn da T der eine Brennpunkt der Ellipse ist, so darf man sich nur den andern von der andern Seite des Punkts C, und aus ihm eine gerade nach D gezogene Linie denken, die = DT seyn wird. Denn da die Summe dieser beiden Linien = AB ist, so muß DT = AC

seyn. *) Also ist in der mittleren Entfernung des Mondes von der Erde dieses Schwanken am größten; und da CT : DT = 55 : 1000, also sin. CDT = 0,055 ist, so beträgt CDT ins Mittel 3° 9′ und das ganze Schwanken, weil es über der Linie AB so groß ist, als unter ihr, überhaupt 6° 18′.

2. Wenn ZDOEZ (Fig. 112) den Mond vorstellt, der bis Z erleuchtet, von Z aber gegen D dunkel ist, und es zeigt sich in H ein heller Punkt; so messe man den Bogen ZH. Gesetzt er halte 4° 25′; so ist jener Punkt die Spitze F eines in H befindlichen Berges, welche der bey Z die Mondkugel berührende Sonnenstrahl IZF erleuchtet. Es ist aber FH = secans 4° 25′ — 1 = 0,0029, wenn man den Halbmesser des Mondes CZ, als den Sinus totus, oder als die Einheit, annimmt. Da nun dieser Halbmesser 235 Meilen von 3800 Par. Klaftern, deren 860 auf den mittlern Halbmesser der Erde gehn, enthält, so macht FH, oder die Höhe des Mondberges, 0,68 oder fast $\frac{7}{10}$ einer Meile aus. Dieses Beyspiel und diese Methode sind von Heveln; Herr Schröter aber bedient sich einer andern Art die Höhe der Berge im Monde zu bestimmen. Er mißt nämlich die Länge ihrer Schatten in dem erleuchteten Theile des Mondes und berechnet die Sonnenhöhe auf der Stelle des Berges aus der Ausweichung des Mondes und der Entfernung des Berges von der Lichtgrenze. Auf dieselbe Art berechnet er auch die Tiefe der Einsenkungen auf der Mondfläche. So fand er einen der höchsten Berge im Monde 25000 Par. Fuß oder fast $1\frac{1}{10}$ Meile hoch.

*) III. Band Einleitung 210.

Eilfter Brief.

Gleich nach der Erfindung der Fernröhre fing man an, die Sonnenscheibe und ihre Flecken mit Aufmerksamkeit und anhaltend zu beobachten, besonders hat sich Scheiner durch dergleichen Beobachtungen im Anfange des siebzehnten Jahrhunderts berühmt gemacht. Unfehlbar hatte man schon lange vorher die Sonnenflecken bemerkt, aber sie keiner besondern Aufmerksamkeit gewürdigt. Denn sie zeigen sich oft selbst dem bloßen Auge, als schwarze Punkte in der Sonnenscheibe, wenn man diese durch gefärbte oder angelaufene Gläser so betrachtet, daß das Auge ihren Glanz ertragen kann. Gläser nämlich, die man über einem brennenden Lichte oder einer Lampe ganz schwarz anlaufen läßt, bis sie für mäßig erleuchtete Gegenstände ganz undurchsichtig werden, zeigen die Sonnenscheibe deutlich mit einer dunkelrothen dem Auge ganz unschädlichen Farbe. Bey den Fernröhren hat man gewöhnlich platte, sehr dunkel und stark gefärbte Gläser, die vor das Augenglas geschraubt werden, wenn man die Sonne betrachten will. Man kann auch durch ein Helioskop die Lage der Flecken beobachten; sie läßt sich aber viel genauer durch Fernröhre, die mit Mikrometern versehen sind, bestimmen.

Die Sonnenflecken, deren man oft mehrere zugleich in der Sonnenscheibe sieht, scheinen sich insgesammt beständig in parallelen und ähnlichen Linien durch die Sonnenscheibe fortzubewegen, ohne ihre Entfernungen unter einander merklich zu ändern.

Wenn sie am östlichen Rande der Scheibe erscheinen, bewegen sie sich Anfangs langsam, nachher gehen sie immer geschwinder fort, je näher sie gegen die Mitte der Scheibe rücken. Hier ist ihre Geschwindigkeit am größten, weiterhin nimmt sie wieder immer mehr ab, je näher sie dem westlichen Rande kommen. Zugleich ist jeder Flecken an beiden Rändern der Sonnenscheibe am schmählsten, je näher er aber der Mitte kommt, um desto mehr breitet er sich aus. Alles dieses beweiset, daß die Flecken selbst auf der Oberfläche der Sonne liegen, und daß die Sonne eine Kugel ist, welche sich beständig um eine gewisse Axe dreht. Denn wären sie dunkle Körper, welche sich in einer gewissen Entfernung von der Sonne um sie drehten, so würden sie sich nicht gegen die Ränder der Sonnenscheibe in Striche zusammenziehen, auch nicht alle immer in parallelen Linien fortgehen, noch sich vor der Mitte der Sonnenscheibe am schnellsten bewegen. Zwar hat man daraus, daß die Flecken, wenn sie lange genug dauern, nur 12 bis 13 Tage auf der Sonnenscheibe sichtbar sind, hernach sich am westlichen Sonnenrande verlieren und erstlich nach 14 bis 15 Tagen wieder im östlichen Rande zum Vorschein kommen, schließen wollen, daß sie eine beträchtliche Entfernung von der Oberfläche der Sonne haben müssen. Denn obgleich wir etwas weniger, sagte man, als die Hälfte der Sonnenfläche, übersehen, *) so könnte dennoch bloß dieser Unterschied die Zeit der Unsichtbarkeit der Flecken, wenn sie auf der Oberfläche der Sonne lägen, nur etwa um eine Stunde über die Zeit ihrer Sichtbarkeit verlängern. Allein so gewiß die letztere Be-

*) Man sehe den neunten Brief.

merkung ist, so sicher ist es unfehlbar auch, daß uns die Flecken schon eine geraume Zeit vorher aus dem Gesichte verschwinden, ehe sie noch wirklich über den Rand der sichtbaren Sonnenscheibe gegangen sind, und daß sich hieraus der große Unterschied in der Zeit ihrer Sichtbarkeit und Unsichtbarkeit sehr wohl begreifen läßt. Denn weil die Sonne eine Kugel ist, so sehen wir die Seitentheile ihrer Oberfläche schief und also auch die auf ihnen liegenden Flecken unter immer kleinern Winkeln, je näher sie den Sonnenrändern sind. Daher ziehen sie sich immer mehr zusammen, je weiter sie sich von der Mitte der Sonnenscheibe entfernen und verschwinden zuletzt bloß deßhalb, weil ihre Sehwinkel zu klein sind, vielleicht auch zum Theil, weil die angrenzenden hellen Theile sie dem Auge verdecken. Man kann also aus der kürzern Sichtbarkeit der Flecken keinesweges auf ihre Entfernung von der Sonnenfläche schließen, vielmehr machen alle Erscheinungen ihrer Bewegung und Gestalt es höchst wahrscheinlich, daß sie Theile jener Fläche sind.

Durch die häufige Beobachtung der Sonnenflecken hat man sich also überzeugt, daß die Sonne kugelförmig ist, und daß sie sich um eine gewisse Axe von Westen nach Osten dreht. Denn wenn S (Fig. 11) der Mittelpunkt der Sonne und C ein Flecken ist, der allmählich in b übergeht, so sieht ein Auge in S ihn aus ♉ in ♒, also nach der Ordnung der Zeichen, oder vorwärts gehen, während daß er einem in D befindlichen Auge zuerst in ♋ erscheint und hernach gegen ♊ also rückwärts, und wider die Ordnung der Zeichen fortzurücken scheint. Daher beweiset die scheinbare Bewegung der Sonnenflecken, welche wir immer von

Osten nach Westen, und also gegen die Ordnung der Zeichen, durch die Sonnenscheibe fortgehn sehn, daß sich für ein im Mittelpunkte der Sonne befindliches Auge wirklich vorwärts, nach Ordnung der Zeichen, bewegen, und daß also auch die Sonne sich von Westen nach Osten um ihre Axe dreht.

Die Zeit, in welcher ein Sonnenflecken sich ein Mal ganz herumdreht, bis er wieder in derselben Stelle der Sonnenscheibe erscheint, in welcher er sich vorhin zeigte, wird von Cassini, aus einer großen Menge von Beobachtungen, auf 27 Tage 12 Stunden 20 Minuten gesetzt. Sie läßt sich aber schwerlich bis auf Kleinigkeiten genau bestimmen, da es noch immer an hinlänglichen recht genauen Beobachtungen fehlt, da die Flecken selbst so veränderlich sind und zum Theil auch eine eigne und besondre Bewegung zu haben scheinen. Die Zeit der Umwälzung aber der Sonne um ihre Axe ist kürzer, als die Zeit des Umlaufs der Flecken. Denn wenn unser Auge in T (Fig. 7) den Flecken E gerade vor dem Mittelpunkte der Sonne S in der geraden Linie T S steht, und sich die Sonne nach A B D dreht, so geht zugleich ihr Mittelpunkt in seiner jährlichen Bahn nach derselben Richtung durch S C fort. Erscheint nun hierauf derselbe Flecken uns wieder vor dem Mittelpunkte der Sonne in G, in der geraden Linie C T, und zieht man C F mit S T parallel, so hatte offenbar die Sonne schon eine ganze Umwälzung vollendet, als der Flecken in F angekommen war. Er mußte aber noch überdieses durch den Bogen F G gehn, ehe er für unser Auge in T seinen scheinbaren Umlauf vollendete. Gesetzt die Zeit dieses Umlaufs sey t, und d die Zeit, in welcher die Sonne sich ein

Mal herumdreht, so ist der Flecken in der Zeit d durch 360 Grade, in t aber durch $360° + FG$ gleichförmig fortgegangen. Der Mittelpunkt der Sonne S rückt in derselben Zeit t, durch SC und in der Zeit eines Jahres T durch 360 Grade, also in $T + t$ durch $360° + SC$. Da nun $FCG = CFS$ ist, so hält SC so viele Grade, als FG; und weil die Zeit der scheinbaren Umdrehung der Flecken aus vielen Beobachtungen ins Mittel bestimmt wird, also hier von mittleren Bewegungen die Rede ist, deren Zeiten sich immer wie die durchlaufnen Räume verhalten, so ist $d : t = T : T + t$. Durch diese Proporzion kann man d bestimmen, wenn t bekannt ist. Setzt man z. B. die Zeit der scheinbaren Umwälzung der Flecken, oder t auf $27\frac{1}{2}$ Tage, und T auf $365\frac{1}{4}$ Tage, so wird die Zeit der Umwälzung der Sonne $d = \frac{27{,}5 \cdot 365{,}25}{392{,}75} = 25\frac{1}{2}$ Tage. Cassini setzt sie auf 25 Tage 14 Stunden 8 Minuten. Herr de la Lande aber, so gut sie sich aus den bisherigen Beobachtungen bestimmen läßt, auf 25 Tage 10 Stunden.

In den ersten Tagen des Junius und Dezembers scheinen die Sonnenflecken in geraden Linien fortzugehn, und diese durchschneiden die Ekliptik unter einem Winkel von 7 Graden 20 Minuten. Es folgt hieraus, daß auch der Aequator der Sonne, dessen durch den Mittelpunkt der Sonne gehende Ebne von ihrer Axe senkrecht durchschnitten wird, unter einem Winkel von 7 Graden 20 Minuten gegen die Ekliptik geneigt ist, also die Sonnenaxe die Ebne der Ekliptik unter einem Winkel von 82 Graden 40 Minuten durchschneidet. Außer jenen Zeiten scheinen die Bahnen der Flecken alle

zeit gekrümmt zu seyn, ein halbes Jahr nach oben, ein halbes Jahr nach unten zu, welches von der Lage unseres Auges, in Ansehung des Aequators der Sonne, herrührt. I

Die Flecken der Sonne sind mehrentheils pechschwarz und selbst diese Farbe beweiset, daß sie nicht bloße in der Sonnenatmosphäre hängende Dünste, sondern feste Theile der Sonnenfläche sind. Man findet die größern durch rechte gute Fernröhre nicht durchaus gleich dicht, sondern aus vielen kleinern Flecken zusammengesetzt. Sie sind zuweilen viel größer, als die Oberfläche der ganzen Erde, bald in großer bald in geringer Menge vorhanden, ja zuweilen fehlen sie ganz, so daß man die Sonnenscheibe, ganze Jahre lang, völlig rein gesehen hat. Sie erhalten sich oft verschiedne Umwälzungen der Sonne hindurch, oft aber zertheilen sie sich auch und vergehn sehr schnell. Außer den eigentlichen Flecken sieht man in der Sonne noch Nebel oder Schatten und Fackeln. Die erstern umgeben gewöhnlich alle Flecken, zeigen sich aber auch zuweilen in der Sonnenscheibe da, wo man keine Flecken sieht. Die letztern erscheinen als hellere sehr unsicher begrenzte Erhöhungen am deutlichsten gegen den Rand der Sonne zu, wo sie nicht nur oft, wie es scheint, das Verschwinden der Flecken befördern, sondern auch besondre Aussichten, als von Landschaften, veranlassen. Außerdem ist fast das ganze Sonnenlicht fleckicht oder gestreift, und man nennt oft auch die etwas hellern Streifen Fackeln, welche an die Flecken zu grenzen pflegen; ja man hat bemerkt, daß die eigentlichen Fackeln sich in solche helle Streifen verwandeln, wenn sie vom Rande der Sonne wegrücken und sich ihrer Mitte nähern.

Ueber die Ursachen dieser Erscheinungen hat man verschiedne Meinungen. Es giebt einige mit Recht berühmte Sternkundige, welche die Bevölkerung der himmlischen Körper durch vernünftige Geschöpfe, als den vornehmsten Zweck ihrer Schöpfung, ansehn, und daher auch die Sonne, um sie bewohnbar zu machen, für einen an sich dunkeln Körper halten, der nur mit einer Art von Lichtdecke oder Photosphäre umgeben sey. Andre die sich von einer solchen Photosphäre nicht den geringsten deutlichen Begriff machen können, und sich bloß an das halten, was uns die Erfahrung lehrt, glauben, daß die Sonne unmöglich ein so ungemein dichtes und starkes Licht um sich her verbreiten könnte, wenn sie nicht selbst brennte. Sie betrachten daher die Flecken als Theile auf der Oberfläche, welche nicht brennen, weil sie nicht leuchten, und halten sie weder für Wolken noch für entblößte Theile der bewohnbaren Sonnenfläche, da man sie zuweilen in Stücke zerbrechen und durch ihre nach und nach entstehende Spalten feurige Adern sieht. *) Die Schwierigkeit, woher ein solches immerwährendes Feuer seine Nahrung nimmt, scheint um desto weniger so erheblich zu seyn, als man sie oft vorstellt, da wir selbst auf der Erde Plätze finden, auf welchen das unterirdische Feuer bereits seit einigen Jahrtausenden ununterbrochen in eins fort dauert. Abwechselnde Verbindungen und Trennungen des Säurestoffs, wovon uns selbst die Zerlegung des Wassers durch glühende Körper und andre Mittel ein einleuchtendes Beyspiel giebt, unterhal-

*) Eine solche Erscheinung beschreibt unter andern Hausen, wie er sie selbst gesehen, sehr umständlich. Theoria motus solis circa proprium axem. pag. 42.

ten unfehlbar das Feuer der Sonne ohne Aufhören. Unfehlbar giebt es auf ihr, so wie auf der Erde, brennbare und unverbrennliche Materien. Die letztern glühen bloß, und machen wahrscheinlich den ansehnlichsten Theil der Sonnenfläche aus. Die erstern dagegen verursachen, wenn sie sich stark und leicht entzünden, jene helle Striche und Fackeln zwischen den bloß glühenden Theilen, und ihre unsicher begrenzten hoch aufiodernden Flammen geben, von der Seite und gegen die Ränder der Sonne gesehen, den Anblick von Bergen, Thälern und Landschaften. Die schwer entzündbaren Materien scheinen oft sehr stark zu rauchen, ohne zu brennen. So bilden sie mehrentheils dunkle Flecken, die wegen des starken Rauchs mit einem Nebel umgeben zu seyn scheinen. Oft ist dieser Nebel nahe an den Flecken heller, als weiterhin, weil der von brennenden Körpern aufsteigende Rauch sehr oft in der Höhe undurchsichtiger und schwärzer ist, als unten dicht an den Körpern. Zuweilen aber brennen auch dergleichen Materien wirklich, und rauchen zugleich. Alsdann sieht man einen Nebel ohne Flecken.

Die Flecken der Sonne scheinen zum Theil eigenthümliche und oft unregelmäßige Bewegungen zu haben. Dieses beweisen die Beobachtungen des Scheiner, Hevel, Cassini, de la Hire, Maraldi u. s. w. Diese Bewegungen sind besonders nahe am Aequator der Sonne am merklichsten, und gehen oft von Westen nach Osten oder umgekehrt, oft aber auch gegen Norden oder Süden. Die Flecken scheinen durch sie oft um mehr als einen Tag früher oder später, als gewöhnlich, ihren Umlauf zu vollenden. Nun geht ein jeder Punkt des Aequators der Sonne in einer Sekunde, wegen der

Drehung der Sonne um ihre Axe, etwa durch 1030 Pariser Klaftern. [2] Der 27ste Theil hiervon macht 229 Pariser Fuß. So viel durchläuft oft, vermöge der Erfahrung, ein Flecken nahe am Aequator der Sonne durch seine besondre Bewegung in einer Sekunde. Sie sehen hieraus, welche erstaunend heftige Bewegungen auf der Sonne, nahe an ihrem Aequator, Statt finden müssen, da auf unserer Erde selbst die heftigsten Stürme kaum über 100 Fuß in einer Sekunde zurücklegen. Ist es also wohl ein Wunder, daß bey so erschrecklichen Erschütterungen der Oberfläche ganze große Strecken schwer entzündbarer Materien verlöschen und bloß rauchen, also Flecken in der Sonne verursachen? daß die Flecken sich am häufigsten um den Aequator zeigen und ganze Reihen bilden, da hier der Hauptsitz jener heftigen Erschütterungen zu seyn scheint? daß sie hernach, wenn diese Bewegungen nachlassen oder aufhören, sich strichweise wieder ungemein schnell entzünden, und daß sie auf diese Art, ihrer ungeheuern Größe ungeachtet, oft bald verschwinden?

Anmerkungen.

1. Es sey ADBA der Aequator der Sonne, (Fig. 123) C sein und der Sonne Mittelpunkt, EGHF die Ebne, welche die uns sichtbare Hälfte der Sonnenkugel von der unsichtbaren trennt, folglich auf die aus unserm Auge nach C gezogne gerade Linie IC senkrecht ist. Sie durchschneide den Aequator im Durchmesser AB schief, so, daß ihr oberer Theil EABF mit ihm einen spitzigen Winkel macht. Man ziehe aus irgend einem Punkte P des Durchschnitts AB die beiden auf

AB senkrechten Linien PD, PN, eine in der Ebne des Aequators bis an seinen Umfang in D, die andre in der schneidenden Gesichtsebne EH, so ist die durch DP und PN gesetzte Ebne senkrecht auf EH (III Band Einleitung 139) Daher fällt die mit IC parallele auf EH senkrechte Linie DN in diese Ebne, und schneidet die PN irgendwo in N. DNP ist ein rechter Winkel und DPN ist der Neigungswinkel der Ebne des Aequators und der schneidenden Gesichtsebne. Man nenne ihn e, so ist PD : PN = 1 : cos. e. Nun sind aber alle unsere Gesichtslinien, wegen der großen Weite der Sonne, mit IC parallel, und wir sehen die Sonne wie im Entwurfe, als eine in der Ebne EH liegende Scheibe. Also erblicken wir den Punkt D in N, und da dasselbe von jedem andern Punkte des Aequators Statt findet, und bey jedem PD : PN = 1 : cos. e ist, so erblicken wir offenbar den halben Aequator ADB in ANB, als eine halbe Ellipse, deren große Axe sich zur kleinen, wie 1 : cos. e verhält. *) Was ich hier vom Aequator erwiesen habe, das gilt von jedem andern Parallelkreise der Sonne.

Diese Ellipse kann bloß alsdann eine gerade Linie werden, wenn ihre kleine Axe, also auch cos. e, verschwindet, folglich e 90 Grade hält. Da nun unser Auge und der Mittelpunkt der Sonne, also die ganze Linie IC, beständig in der Ebne der Ekliptik liegt, so können uns die Bahnen der Sonnenflecken nur alsdann als gerade Linien erscheinen, wenn die Linie, in welcher der Aequator der Sonne die Ekliptik durchschneidet, gerade nach

*) Man sehe den siebenten Brief 2. Anmerkung.

unserm Auge gerichtet ist. Denn alsdann ist IC diese Durchschnittslinie, folglich EH auf die Ebne des Aequators senkrecht, und e von 90 Graden. Da aber jene Durchschnittslinie, so wie die Axe der Sonne, sich immer parallel bleibt, so kann sie nur zwey Mal im Jahre durch unser Auge gehn, und die Erfahrung lehrt, daß dieses im Anfange des Junius und Dezembers geschieht. Da nun alsdann die Sonne in den ♊ und im ♐ steht, so geht die Durchschnittslinie ihres Aequators und der Ekliptik durch beide Zeichen, und zwar nach Herrn de la Lande, durch ihren achtzehnten Grad. Von jedem dieser beiden Punkte an wird der Winkel e, drey Zeichen hindurch, immer größer, hernach wieder drey Zeichen hindurch immer kleiner, und ist also im 18 Grade der ♍ und im 18 Grade der ♓ am größten. Daher sind auch die Bahnen der Flecken zwischen jenen beiden Punkten beständig elliptisch gekrümmt, und diese Ellipsen haben die stärksten Oeffnungen, wenn e am größten ist. Ein halbes Jahr erheben sich ihre Krümmungen über AB, ein halbes Jahr senken sie sich herunter. Indessen läßt sich leicht einsehen, da der Winkel e sich beständig fort verändert, daß kein Punkt auf der Sonne, während seines ganzen Umlaufs, im strengsten Verstande, eine Ellipse beschreibt. Er fängt eigentlich in jedem Augenblicke eine zu durchlaufen an, geht aber gleich in eine andre über, weil sich die kleine Axe seiner Bahn beständig ändert.

2. Der Halbmesser der Sonne hält 110,37 also der Durchmesser 220,74 und der Umkreis 693 Halbmesser der Erde. Da jeder Punkt des Sonnenäquators ihn in 25,5 Tagen ganz durchläuft, so geht er in jeder Sekunde durch 0,0003146

Erdhalbmesser oder durch 1030 Klaftern, wenn man ins Mittel 3272497 Pariser Klaftern auf den Halbmesser der Erde rechnet.

Zwölfter Brief.

Schon bey einer andern Gelegenheit habe ich Ihnen gezeigt, daß die Erdkugel, als ein dunkler beständig den Sonnenstrahlen ausgesetzter Körper, der Sonne gegen über, einen Schatten wirft, dessen Länge an 217 Halbmesser der Erde beträgt, und in welchem wir uns des Nachts befinden. *) Die Axe dieses Schattenkegels fällt ganz in die Ebne der Ekliptik, weil die Mittelpunkte der Sonne und der Erde in ihr liegen. Der Mond müßte also, wenn er sich in der Ekliptik selbst bewegte, da er nur ungefähr um 60 Halbmesser der Erde von der Erde entfernt ist, durch den Erdschatten gehen und verfinstert werden, so oft er in seinem Laufe der Sonne gegen über käme, oder so oft er voll würde. Die Erfahrung lehrt auch wirklich, daß er zuweilen, und zwar allezeit im Vollichte, verfinstert wird. Man muß also nothwendig schließen, daß eine Mondfinsterniß allemal bloß vom Schatten der Erde herrührt, und daß sie nur deßhalb so selten ist, weil der Mond sich nicht in der Ekliptik selbst bewegt, sondern mehrentheils eine gewisse nordliche oder südliche Breite hat, und also oft über oder unter dem Schatten der Erde, dessen Axe allezeit in der Ebne der Ekliptik liegt, weggeht.

Um

*) III. Band vierter Brief Anmerkung.

Um sich hiervon deutlicher zu überzeugen, stellen Sie sich in S die Sonne (Fig. 8), in T die Erde, in B V H ihren Schatten, also in A B V und G H V zwey Berührungslinien der Sonne und der Erde, und in D E die Bahn des Mondes vor; und Sie sehen sogleich, daß ein auf die Axe des Schattens S V senkrechter Durchschnitt in E ein Kreis seyn muß, dessen scheinbarer Halbmesser D T E ist, weil der Bogen D E so klein ist, daß er von einer geraden Linie nur unmerklich abweicht. Ziehen Sie nun aus A durch T eine gerade Linie A T F, so wird der Winkel D T F der Summe der beiden Winkel T D B und T A B gleich, weil er der äußere Winkel des Dreyecks T A D ist. Es ist aber offenbar T D B die Horizontalparallaxe des in D befindlichen Mondes, und T A B die Horizontalparallaxe des Punkts A in der Sonne. Wenn Sie also die Horizontalparallaxen der Sonne und des Mondes addiren, so erhalten Sie den Winkel D T F, und wenn Sie von diesem den Winkel F T V oder A T S das heißt: den scheinbaren Halbmesser der Sonne, abziehn, so bleibt Ihnen D T E. Der scheinbare Halbmesser des Erdschattens, in der Entfernung des Mondes von der Erde, wird also erhalten, wenn man die Horizontalparallaxen der Sonne und des Mondes addirt, und von der Summe den scheinbaren Halbmesser der Sonne abzieht. Da nun die größte äquatorische Horizontalparallaxe des Mondes 61 Minuten 38 Sekunden, die kleinste 53 Minuten 11 Sekunden, der größte scheinbare Durchmesser der Sonne aber 32 Minuten 33 Sekunden und der kleinste 31 Minuten 28 Sekunden beträgt, so zeigt sich, daß der scheinbare Halbmesser des Erdschattens, in der Entfernung des Mondes, wenigstens 37 Minuten 3 Sekunden, höchs-

stens 46 Minuten 3 Sekunden hält, und also fast drey Mal so groß ist, als der scheinbare Halbmesser des Mondes, der nur 14 Minuten 33 Sekunden, bis an 16 Minuten 51 Sekunden beträgt.

Wenn NS ein kleines Stück von der Ekliptik und NL von der Mondbahn, SL aber (Fig. 9) auf NS senkrecht ist, so kann man diese Linien, ohne sonderlichen Irrthum, als gerade ansehn. Ist nun SA der Halbmesser vom Durchschnitte des Erdschattens und in L der Mittelpunkt des Mondes, so ist SL die Breite desselben, und Sie sehen also augenscheinlich, daß keine Mondfinsterniß Statt finden kann, wenn die Breite SL, welche der Mond zur Zeit des Vollichts hat, nicht kleiner ist, als SA + AL, oder als die Summe des scheinbaren Halbmessers des Erdschattens in der Entfernung des Mondes und des scheinbaren Halbmessers des Mondes selbst. Wenn Sie also beide addiren, so sehen Sie sogleich, daß keine Verfinsterung möglich ist, wenn der volle Mond eine Breite hat, die größer ist, als 62 Minuten 53 Sekunden und daß er gewiß verfinstert werden muß, wenn seine Breite weniger, als 51 Minuten 36 Sekunden hält. Der Mond muß also immer der Ekliptik sehr nahe seyn, wenn er verfinstert werden soll, und da bey den Sonnenfinsternissen eben dasselbe Statt findet, so sehen Sie leicht, warum man die jährliche Bahn der Sonne am Himmel die Verfinsterungslinie (Ecliptica) genannt hat.

Wenn die Breite des Mondes, zur Zeit des Vollichts, der Summe der scheinbaren Halbmesser des Erdschattens und des Mondes gleich ist, so streift er bloß am Schatten in A vorbey, ohne verfinstert zu werden; ist sie größer, so bleibt er vom

Schatten ganz entfernt; ist sie aber kleiner, so wird der Mond gewiß verfinstert, entweder zum Theil oder auch gänzlich. Die erstre nennt man eine partiale die letztre eine totale oder gänzliche Finsterniß. Denn da der Durchschnitt des Erdschattens viel größer ist, als die Mondscheibe, so kann der Mond allerdings gänzlich beschattet oder verfinstert werden, wenn sein Mittelpunkt der Axe des Schattens nahe genug kommt. Er wird zentral verfinstert, wenn jener Mittelpunkt selbst durch die Axe geht. Jede zentrale Finsterniß ist auch total, und jede totale zugleich partial, weil der Mond nach und nach in den Schatten der Erde tritt, und also Anfangs nur zum Theil verfinstert wird, ehe die totale Finsterniß anfängt. Eben so verläßt er wieder den Schatten der Erde allmählich, und bleibt also noch immer eine Zeit lang verfinstert, wenn gleich die totale Finsterniß bereits aufgehört hat.

Wenn die Breite des Mondes CD (Fig. 8) dem Unterschiede zwischen dem scheinbaren Halbmesser des Erdschattens und seinem eignen gleich ist, so ist die Mondfinsterniß total, aber ohne Dauer, weil, wie Sie leicht sehn, der Mond, so bald er in diesem Falle nur etwas über C hinausgeht, oben bey E aus dem Schatten tritt, und also nicht mehr ganz verfinstert bleibt. Ist seine Breite größer, so ist die Mondfinsterniß nur partial; ist sie kleiner, so ist die Finsterniß total, und zwar mit einer Dauer. Aus dem, was ich bereits gesagt habe, sehen Sie leicht, daß die Breite des Mondes zuweilen von 31 Minuten 30 Sekunden seyn kann, wenn er ohne Dauer total verfinstert wird, und daß bey einer Breite von 21 Minuten 12 Sekunden allemal eine totale Mondfinsterniß, wenngleich ohne Dauer, Statt findet.

Der Punkt N, wo LN und SN sich durchschneiden, ist, wie Sie leicht sehen, ein Knoten der Mondbahn. Befindet sich zur Zeit des Vollichts der Mittelpunkt des Mondes in diesem Punkte, also in der Ekliptik selbst, so ist seine Finsterniß zentral, und immer zugleich total mit einer ansehnlichen Dauer, welche am größten wird, wenn bey N zugleich der Mond in seiner Erdnähe ist. Ueberhaupt ist der Mond allezeit, wenn er verfinstert wird, seinem Knoten nahe, und seine Entfernung von demselben läßt sich leicht aus seiner Breite berechnen. I So findet man, daß keine Mondfinsterniß seyn kann, wenn der Mond über 12 Grade 5 Minuten, und daß gewiß eine Statt findet, wenn er weniger, als 9 Grade 18 Minuten von seinen Knoten entfernt ist. Eben so fallen die Grenzen der totalen Finsternisse, die ich oben der Breite nach berechnet habe, zwischen die Entfernung von 3 Graden 49 Minuten und zwischen die von 6 Graden von den Knoten.

Das Mittel einer Finsterniß und zugleich die größte Verfinsterung findet in dem Augenblicke Statt, da der Mittelpunkt des Mondes der Axe des Erdschattens am nächsten ist. Man sieht den Durchschnitt des Schattenkegels mit der Kugel des Mondes als einen Kreis an, ungeachtet er eigentlich kein Kreis ist, und zieht durch die Mitte des Bogens, der bey der größten Verfinsterung den beschatteten Theil der Mondscheibe von dem hellen absondert, aus dem Mittelpunkte dieser Scheibe einen Halbmesser. Man mißt, wie viel Zwölftheile des scheinbaren Monddurchmessers der verfinsterte Theil jenes Halbmessers hält, und darnach bestimmt man die Größe der partialen Mond-

finsterniß. Denn man ist einmal gewohnt bey den Finsternissen den ganzen scheinbaren Durchmesser des Mondes in 12 gleiche Theile, welche man Zolle nennt, und jeden Zoll in 60 Minuten zu theilen. Ueberdieses vermehrt man den Durchmesser des Erdschattens um $\frac{1}{60}$, oder man giebt ihm so viele Sekunden zu, als er Minuten hält, weil man beobachtet hat, daß er durch den Halbschatten, der an den Grenzen des Kernschattens fast so dicht ist, wie dieser, ungefähr um $\frac{1}{60}$ verstärkt wird. Man erhält die Größe der Verfinsterung auch, wenn man den scheinbaren Halbmesser des Erdschattens zu dem scheinbaren Halbmesser des Mondes addirt und von dieser Summe die Entfernung zwischen den Mittelpunkten des Schattens und des Mondes zur Zeit der Mitte der Finsterniß abzieht. Denn es sey CB (Fig. 124) der um $\frac{1}{60}$ verstärkte Halbmesser des Durchschnitts des Erdschattens in der Gegend des Mondes, FG ein kleiner Theil der Ekliptik, und O der Mittelpunkt des Mondes zur Zeit der größten Verfinsterung, so wird $CB + AO - CO =$ $CA + AO + OB + AO - CA - AO =$ AB. Es ist aber AB der verfinsterte Theil des durch die Mitte des Bogens ba gehenden Halbmessers der Mondscheibe, welcher die Größe der Finsterniß ausdrückt.

Da die Astronomen die Größe der totalen Finsternisse auf eben dieselbe Art bestimmen, wie die Größe der partialen, so hält eine gänzliche Finsterniß mit einer Dauer allemal mehr als 12 Zolle, ungeachtet vom Monde eigentlich nicht mehr, als 12 Zolle, verfinstert werden können. Denn gesetzt die Finsterniß sey zentral, der Weg des Mondes HD gehe also durch C, und der Mond

befinde sich bey der größten Verfinsterung in C; so wird die Größe dieser Finsterniß, nach obiger Art ausgedrückt, = CD + DE seyn, weil die Entfernung der Mittelpunkte, beym Mittel der Finsterniß, = o ist. Nun ist, wenn man die äußersten Grenzen nimmt, der Halbmesser des Mondes zum Halbmesser des Erdschattens, den man um $\frac{1}{60}$ vermehrt hat, wie 16 Minuten 51 Sekunden zu 46 Minuten 49 Sekunden, oder wie 1 : 2,77. Also hält der letztre 16 Zolle 37 Minuten, wenn man dem erstern 6 Zolle giebt. Daher kann eine zentrale Finsterniß, wenn sie am größten ist, 22 Zolle 37 Minuten groß seyn.

Der Mond bewegt sich in seiner Bahn viel schneller, als die Sonne, und folglich auch geschwinder, als der Erdschatten in der Ekliptik fortgeht. Er verhält sich eben so, als bewegte er sich mit dem Ueberschusse seiner Geschwindigkeit durch den ruhenden Erdschatten. Um also die Dauer einer Mondfinsterniß zu finden, muß man wissen, wie geschwinde sich der Mond und die Sonne zur Zeit der Finsterniß bewegen, und wie groß der Weg ist, den der Mittelpunkt des Mondes vom Anfange bis zum Ende der Finsterniß mit dem Ueberschusse seiner Geschwindigkeit zurücklegen muß, wenn man den Schatten als ruhend ansieht. Man kann die größte stündliche Bewegung des Mondes, zur Zeit der Erdnähe, auf etwa 38 Minuten 11 Sekunden und die größte stündliche Bewegung der Sonne auf 2 Minuten 33 Sekunden setzen, daß also der Mond zur Zeit der Erdnähe, wenigstens 35 Minuten 38 Sekunden oder 2138 Sekunden in einer Stunde mit dem Ueberschusse seiner Geschwindigkeit zurücklegt. Nun fängt bey einer zentralen Mondfinsterniß

(Fig. 124) die Finsterniß an, wenn der Mond in D, und sie hört auf, wenn der Mond in H den Erdschatten berührt. Die totale Finsterniß fängt an, nachdem der Mittelpunkt des Mondes durch DE + DI gegangen ist, wenn DI = DE ist, und sie hört auf wenn er in L ankommt, und HL = DE ist. Die Zeit also, da der Mittelpunkt von E bis C kommt, ist die halbe Dauer der ganzen, und die Zeit, da er von D bis C kommt, die halbe Dauer der totalen Finsterniß. Wenn man daher die Summe des größten Durchmessers des Erdschattens und des Mondes, oder 5618″ + 2023″ mit 2138 theilt, so erhält man 3 Stunden 34 Minuten 26 Sekunden, als die größte Dauer, die eine Mondfinsterniß überhaupt haben kann; theilt man aber den Unterschied von 2023 und 5618, mit 2138, so hat man die größte mögliche Dauer einer totalen Mondfinsterniß von 1 Stunde 40 Minuten 53 Sekunden, und die partiale Verfinsterung dauert alsdann 1 Stunde 53 Minuten 33 Sekunden, welche Zahl man erhält, wenn man den doppelten Durchmesser des Mondes, oder 4046, mit 2138 theilt.

Nach diesen Grundsätzen werden von den Astronomen alle Mondfinsternisse, nach allen Umständen, im Voraus berechnet, indem sie vorher, vermittelst der Sonnentafeln und Mondtafeln, die wahren Oerter der Sonne und des Mondes, der Länge und Breite nach, zur Zeit des ekliptischen Vollmondes, aufs genaueste bestimmen. Die beständige und genaue Uebereinstimmung des wirklichen Erfolges mit diesen Berechnungen ist der sicherste Beweis der Richtigkeit und Zuverlässigkeit aller der

Vorausſetzungen, auf die ſich jene Rechnungen gründen.

Der Durchſchnitt des Erdſchattens, durch welchen man ſich bey einer Finſterniß die Mondſcheibe, als durchgehend, vorſtellt, kann eigentlich nie ein wirklicher Kreis ſeyn, theils weil die Bahn des Mondes immer gegen die Axe des Schattens etwas geneigt iſt, indem der Mond, ſelbſt während der Finſterniß, ſich der Erde entweder etwas nähert oder von ihr entfernt, theils weil die Erde keine vollkommne Kugel iſt, theils weil ſelbſt die Beſchaffenheit ihrer Atmoſphäre auf die Beſchaffenheit ihres Schattens einen merklichen Einfluß hat. Indeſſen kann der Irrthum, den man dadurch begeht, daß man jenen Durchſchnitt als völlig kreisförmig anſieht, in Anſehung des Anfangs oder des Endes einer Finſterniß, ſchwerlich höher, als auf eine Minute, ſteigen.

Der Halbſchatten der Erde, welcher, wenn S die Sonne und T die Erde vorſtellt (Fig. 10), zwiſchen den Grenzen FDV, VEG eingeſchloſſen iſt, hat, allenthalben um den Kernſchatten DVE herum, eine Breite, die dem ſcheinbaren Durchmeſſer der Sonne gleich iſt. Denn die Winkel FDV, GEV ſind beide = ADB oder AEB. Da er an DV und EV ſehr dicht iſt, weiterhin aber immer dünner wird, bis er ſich zuletzt allmählich ganz verliert, ſo vermehrt er, wie ich ſchon geſagt habe, den wahren Schatten, nach Maiern, um $\frac{1}{60}$, und macht außerdem den wahren Anfang und das Ende einer Mondfinſterniß ziemlich ungewiß. Man kann ihn auf der Mondſcheibe mit bloßem Auge, aber nicht durch Fernröhre, ſehr deutlich, und oft ſchon $\frac{1}{2}$ Stunde vor dem Anfange der Finſterniß, unterſcheiden. Daher

läßt sich auch der Anfang einer Mondfinsterniß mit dem bloßen Auge, wenn es gut ist, allemal früher bemerken, als durch ein Fernrohr; und zwar zeigen ihn gewöhnlich lange Fernröhre noch später, als kurze.

Anmerkung.

1. Wenn man (Fig. 115) den Winkel ZCN, welcher der Neigung der beiden größten Kreise OFW gleich ist, m nennt, so ist sin. FO $= \frac{\text{sin. OW}}{\text{sin. m}}$ (4 Brief 7 Anmerk.) und sin. FW $= \frac{\text{sin. FO . cos. m}}{\text{cos. OW}}$ (5 Brief 2 Anmerkung) $= \frac{\text{tang. OW}}{\text{tang. m}}$. Ist nun F der Knoten des Mondes, AFB seine Bahn, OW seine Breite, so läßt sich durch die gegebne Gleichung seine Entfernung vom Knoten FW leicht berechnen, wenn seine Breite OW bekannt ist.

Dreyzehnter Brief.

Der Mond verschwindet zuweilen, wenn er gänzlich verfinstert wird, so, daß man ihn selbst durch Fernröhre am Himmel nicht finden kann, obgleich dieser so heiter ist, daß man selbst die kleinsten Sternchen deutlich sieht. Hevel und Kepler haben dergleichen Beobachtungen aufgezeichnet. Zuweilen sieht man ihn, nachdem er gänzlich verfinstert worden ist, als eine schwärzliche oder als eine roth-

glühende Scheibe, zuweilen ist er nur am Rande, zuweilen nur in der Mitte röthlich, und scheint oft, im letztern Falle, kleiner zu seyn, als gewöhnlich. Alle diese Erscheinungen rühren unfehlbar bloß von den Sonnenstrahlen her, welche durch die Atmosphäre der Erde in ihren Schatten gebrochen werden. Denn die, welche nahe an ihrer Oberfläche fortgehn, leiden eine Brechung, welche der doppelten horizontalen Strahlenbrechung gleich, und also, da sich diese oft sehr verändert, von einem bis anderthalb Graden ist. Sie sind allezeit roth, die höhern Strahlen aber verändern ihre Farbe immer weniger, so wie sie auch immer weniger, und zuletzt, in einer Höhe von etwa 5158 Pariser Klaftern über der Erde, gar nicht mehr merklich gebrochen werden. Also durchschneiden diese gebrochnen Strahlen, besonders die untersten, die Axe des Erdschattens bald näher an der Erde, bald weiter von ihr, und der verfinsterte Mond fängt, wenn er nahe genug bey der Gegend, wo die gebrochnen Strahlen am dichtesten sind, durch den Erdschatten geht, entweder bloß die rothen, oder bloß die von unveränderter Farbe, oder theils diese, theils jene, auf. Ist er aber zu nahe an der Erde, so erhält er, mitten im Erdschatten, nur wenig oder gar kein gebrochnes Licht, und verschwindet daher am Himmel. Also sind die Farben des verfinsterten Mondes allerdings eine Wirkung der Erdatmosphäre. Zu der Vergrößerung des Schattens aber kann sie wol schwerlich auf eine merkliche Art etwas beytragen, da sie hierzu viel zu niedrig und in der Höhe viel zu durchsichtig ist. Man muß jene Vergrößerung lediglich dem Halbschatten zuschreiben.

Zuweilen giebt es in einem ganzen Jahre gar keine Mondfinsterniß, zuweilen hat ein Jahr drey Mondfinsternisse. Mehrentheils fallen zwey auf jedes Jahr, die eine sechs Monate von der andern, weil die Sonne ungefähr 6 Monate Zeit braucht, um aus einem Knoten der Mondbahn in den andern zu kommen. Nach 18 Jahren und 10 Tagen kehren die Finsternisse fast auf denselben Tag wieder zurück. Der Umfang von 532 Jahren ist noch genauer und sicherer. Denn am Ende desselben fallen die Finsternisse fast auf denselben Tag und dieselbe Stunde wieder ein, als am Anfange. Man hat verschiedne dergleichen Perioden, die man überhaupt Saros nennt, nach welchen die Sonne, der Mond, und seine Knoten, fast vollkommen wieder dieselbe Lage gegen einander erhalten, also auch die Finsternisse wieder auf dieselbe Zeit fallen, als am Anfange der Perioden.

Wenn der Mond verfinstert wird, so verliert er wirklich sein Licht, und man sieht daher eine Mondfinsterniß allenthalben auf der Erde, wo nur der Mond über dem Horizonte ist, auf einerley Art, ohne daß die Parallaxe hierin den geringsten Unterschied machen kann. Ebendeßhalb werden die Mondfinsternisse gebraucht, um die geographische Länge der Oerter zu bestimmen. Da aber der Anfang und das Ende einer Finsterniß immer etwas unsicher ist, so muß man vorzüglich die Zeit der Verfinsterung der vornehmsten Flecken des Mondes, besonders derer, welche der Axe des Erdschattens am nächsten sind, aufs genaueste beobachten. Denn bey diesen läßt sich der Eintritt in den Schatten und der Austritt aus demselben, viel sichrer und genauer bemerken, als bey

den Flecken, die dem erleuchteten Theile des Mondes nahe sind. Sie verweilen auch länger im Schatten, als diese. Vergleicht man nachher dergleichen Beobachtungen einer und ebenderselben Finsterniß, die an verschiedenen Orten gemacht worden sind, so kann man daraus den Unterschied in der Länge der Oerter erkennen. So beobachteten 1748 den 8 August Bouguer in Paris und zugleich Heinsius in Leipzig, bey der damahligen Mondfinsterniß, den Eintritt des Flecken Tycho in den Schatten, jener um 10 Uhr 36 Minuten 28 Sekunden, dieser um 11 Uhr 16 Minuten 32 Sekunden. Wenn man den Unterschied dieser Zeiten von 40′ 4″ in Grade verwandelt, indem man 4 Minuten auf 1 Grad rechnet, so zeigt sich, daß der Unterschied in der Länge zwischen Paris und Leipzig 10° 1′ ausmacht, oder daß Leipzig um 10° 1′ östlicher liegt, als Paris, folglich 30° 1′ Länge hat, wenn die Länge von Paris auf 20 Grade gesetzt wird.

Das Eintreten eines Mondflecken in den Erdschatten nennt man auch den Eintritt, oder die Immersion, so wie das Austreten aus demselben den Austritt oder die Emersion. Eben dieser Namen bedient man sich auch bey den Verfinsterungen aller kleinen Himmelskörper in dem Schatten der größern. Dergleichen Verfinsterungen dienen übrigens zur Bestimmung der geographischen Länge eben so gut, und auf ebendieselbe Art, wie die Mondfinsternisse.

Mit einer Sonnenfinsterniß verhält es sich anders, wie mit einer Mondfinsterniß, weil zwar die Sonne dabey ihr Licht zu verlieren scheint, in der That aber es nicht verliert, sondern eigentlich bloß die Erde verfinstert wird. Eine Son-

nenfinsterniß fällt nie anders, als im Neulichte, vor, wo der Mond genau zwischen der Sonne und der Erde steht. Eine schwarze Scheibe, welche keine andre, als die des Mondes, ist, scheint alsdann von Westen nach Osten vor die Sonne zu rücken, und sie zuletzt entweder ganz, oder nur zum Theil zu bedecken. Im ersten Falle ist die Sonnenfinsterniß total; im andern partial. Die partiale Sonnenfinsterniß aber kann so gut zentral seyn, als die totale, oder, welches einerley ist, die Mittelpunkte der Sonne und des Mondes können mit unserm Auge in einer und ebenderselben geraden Linie liegen, wenngleich die Sonne nicht ganz verfinstert wird. Denn da der scheinbare Durchmesser des Mondes oft kleiner ist, als der der Sonne, so sieht man zuweilen den Mond mitten vor der Sonne, und um den erstern rund herum einen halben Ring, als einen Theil der Sonnenscheibe. Eine solche ringförmige Finsterniß ist zentral und dennoch nur partial.

Jede Sonnenfinsterniß ist eigentlich, wie ich schon gesagt habe, eine Erdfinsterniß, weil der Theil der Erde, auf welchen der Schatten des Mondes fällt, das Licht verliert, oder wenigstens die Sonne nicht ganz sehen kann. Denn der Mond wirft eben so gut, wie die Erde, einen kegelförmigen Schatten, der Sonne gegen über. Wenn in S die Sonne (Fig. 8) in T der Mond, und S V die durch die Mittelpunkte beider Himmelskörper gehende gerade Linie ist, so verhält sich S A zu T B wie V S zu V T, also auch S A — T B : T B = S T : V T. Da nun der Halbmesser der Erde sich zum Halbmesser des Mondes, wie 3,656 : 1 = 1 : 0,2735, und zum

Halbmesser der Sonne, wie 1 : 110,37 verhält, so ist SA : TB oder der Halbmesser der Sonne zum Halbmesser des Mondes, wie 403,54 : 1 und SA — TB : TB = 402,54 : 1. Da nun, wenn die Sonne in der Erdferne und der Mond in der Erdnähe, also der Schatten des Mondes am längsten ist, ST = 24123 — 55,78 = 24007,22 Halbmesser der Erde wird, so läßt sich leicht die Länge des Schattens TV berechnen. So findet man, daß der Mondschatten, wenn er am längsten ist 59,78, und wenn er am kürzesten ist 57,74, ins Mittel aber 58,76 Erdhalbmesser hält. Er kann also bloß um die Zeit, wenn sich die Sonne in der Erdferne befindet und der Mond sehr nahe bey der Erde ist, die Erde erreichen, weil dieser zwar zuweilen 55,49, zuweilen aber auch 64,26, und ins Mittel 59,88 Erdhalbmesser von der Erde entfernt ist.

Die halbe Breite des Mondschattens auf der Erde in DE, wie sie aus dem Monde erscheint, oder der Winkel DTE ist = DTF — ETF. Es ist aber DTF, als der äußere Winkel des Dreyecks DAT = TDA + TAB, und ETF ist = ATS. Sie erhalten also DTE, wenn Sie von der Summe der Parallaxen der Erde und der Sonne den scheinbaren Halbmesser der Sonne abziehen, alles, so wie es aus dem Monde erscheint. Denn offenbar ist TDA im Monde die Horizontalparallaxe der Erde, so wie TAB die der Sonne. Gemeiniglich setzt man den scheinbaren Halbmesser des Mondschattens auf der Erde, aus dem Monde gesehen, dem Unterschiede zwischen den scheinbaren Halbmessern des Mondes und der Sonne auf der Erde gleich, und man kann das auch ohne den

geringsten merklichen Irrthum thun. Denn BET ist = EBD + EVD oder + SVA, also BET — SVA = EBD, oder der scheinbare Halbmesser des Mondes, weniger dem scheinbaren Halbmesser der Sonne, ist dem scheinbaren Halbmesser des Schattens gleich, und V fällt so nahe an E, daß es einerley ist, ob man die Sonne aus V oder aus dem Mittelpunkte der Erde betrachtet. Daher beträgt die scheinbare halbe Breite des Mondschattens auf der Erde höchstens 1 Minute 7 Sekunden, weil dieses der größte Unterschied zwischen den scheinbaren Halbmessern der Sonne und des Mondes ist.

Da der Schatten des Mondes sich eben so schnell bewegt, als der Mond schneller fortgeht, wie die Sonne, und die stündliche Bewegung des Mondes, wenn sie am größten ist, über die kleinste stündliche Bewegung der Sonne, 35 Minuten 38 Sekunden beträgt, so sehen Sie leicht, daß der Schatten des Mondes an keinem Orte der Erde länger, als höchstens 3 Minuten 47 Sekunden verweilen kann. Da nun ein jeder Ort, auf welchen der Kernschatten des Mondes fällt, die Sonne gar nicht sieht, also eine totale Sonnenfinsterniß hat, so folgt, daß eine totale Sonnenfinsterniß auf der Erde nirgend länger, als höchstens 3 Minuten 47 Sekunden, dauern kann.

Auf die Mondfinsternisse hat der Halbschatten der Erde nur einen geringen Einfluß; die Sonnenfinsternisse hingegen werden größtentheils bloß durch den Halbschatten des Mondes erzeugt, weil sein Kernschatten die Erde nur selten erreicht. Jedem Auge, welches sich im Halbschatten des Mondes befindet, wird ein Theil der Sonne durch die

dunkle Mondscheibe verdeckt, wie dem Auge in O (Fig. 10) der Theil BP; und es sieht also eine Sonnenfinsterniß. Die halbe Breite aber des Halbschattens aus dem Monde gesehen, oder der Winkel FTH ist = FTD + TCD. Aber TCD ist = SCB = CVB + CBV, und CBV, oder der scheinbare Durchmesser des Mondes in der Sonne, ist ein kleiner Winkel von 4,7 Sekunden, den man ohne alles Bedenken weglassen kann. Also wird FTH = FTD + CVB, oder die halbe scheinbare Breite des Halbschattens ist der Summe der scheinbaren Halbmesser des Mondes und der Sonne gleich. Ziehen Sie von FH, Hh ab, so bleibt die halbe Breite des Halbschattenringes übrig, und Sie finden sie dem doppelten scheinbaren Halbmesser der Sonne gleich. Da nun die größte aequatorische Horizontalparallaxe des Mondes oder der größte scheinbare Halbmesser der Erde im Monde 61 Minuten 38 Sekunden ausmacht, also den scheinbaren Halbmesser des Halbschattens, der höchstens nur 16 Minuten $16\frac{1}{2}$ Sekunden + 16 Minuten 51 Sekunden oder 33 Minuten $7\frac{1}{2}$ Sekunden betragen kann, an Größe weit übertrifft, so sehen Sie augenscheinlich, daß keine Sonnenfinsterniß auf der Erde allgemein seyn kann. Der Halbschatten des Mondes bedeckt immer nur einen gewissen Theil der der Sonne zugekehrten Erdfläche, und die Bewohner dieses Theils sehen die Sonne auf sehr verschiedene Art und zu verschiedenen Zeiten verfinstert. Einige haben eine sehr große, andre zugleich nur eine kleine Finsterniß; bey einigen fängt dieselbe Finsterniß früh, bey andern spät, an, so wie der Schatten des Mondes sich nach und nach über die Erdfläche bewegt. Diejenigen aber, welche außer den Grenzen

zen des Halbschattens liegen, sehen gar keine Finsterniß, obgleich auch bey ihnen die Sonne scheint.

Wenn also S (Fig. 125) die Sonne, in T die Erde und in L der Mond ist, und der letztre steht von der Linie ST, welche durch die Mittelspunkte der Sonne und der Erde geht, so weit ab, daß die Linie AB, welche die Sonne und die Erde in A und B berührt, auch ihn in D berührt, so kann keine Sonnenfinsterniß Statt finden, es sey denn die Breite des Mondes kleiner, als hier der Winkel STL. Denn da die Linie ST ganz in die Ekliptik fällt, so ist STL die Breite des Mondes; die Linie aber ADB ist die Grenze seines Halbschattens. Wenn also diese die Erde bloß in einem Punkte B berührt, so sehen bloß diejenigen, welche sich in B befinden, die äußere Berührung der Ränder des Mondes und der Sonne, aber es findet auf der Erde keine eigentliche Sonnenfinsterniß Statt, es sey denn die Breite des Mondes kleiner, als hier STL. Nun ist aber STL = STA + ATD + DTL und ATD + TAD = TDB. Also wird STL = STA + TDB — TAD + DTL. Also muß die Breite des Mondes kleiner seyn, als der scheinbare Halbmesser der Sonne STA, + dem Unterschiede der Parallaxe des Mondes und der Sonne TDB — TAB, + dem scheinbaren Halbmesser des Mondes DTL, wenn eine Sonnenfinsterniß Statt finden soll. Diese Summe macht, wenn man sie nach den im vorhergehenden Schreiben befindlichen Angaben berechnet, höchstens 1 Grad 34 Minuten 37 Sekunden und wenigstens 1 Grad 23 Minuten $19\frac{1}{2}$ Sekunde aus. Es ist aber der Mond bey einer Breite von 1 Grade 34 Minuten 37 Sekunden von seinem Knoten an $18\frac{1}{4}$ Grade,

und bey einer Breite von 1 Grade 23 Minuten $19\frac{1}{2}$ Sekunde etwas über 16 Grade entfernt. *) Daher pflegt man gemeiniglich anzunehmen, daß keine Sonnenfinsterniß möglich sey, wenn der neue Mond weiter, als 20 bis 21 Grade, und daß nothwendig irgendwo auf der Erde eine Sonnenfinsterniß Statt finde, wenn er weniger, als 15 Grade, von seinem Knoten entfernt ist; daß endlich zwischen 15 und 20 Graden eine Finsterniß möglich obgleich nicht nothwendig sey.

Die Grenzen der möglichen Sonnenfinsternisse erstrecken sich, wie Sie sehen, viel weiter, wie die Grenzen der möglichen Mondfinsternisse. Die erstern sind daher auch überhaupt genommen viel häufiger, als die letztern, obgleich sie immer nur an einigen Oertern der Erde sichtbar sind. Es können sogar zwey Neumonde, die unmittelbar auf einander folgen, beide ekliptisch seyn, welches bey zweyen Vollmonden hinter einander nie Statt findet. Da der Mond um die Erde, nicht um die Sonne, läuft, so scheint er uns immer rechtläufig, und sein Schatten berührt daher die Erdkugel immer zuerst in Westen. Da, wo dieses geschieht, berühren auch die Sonnenstrahlen die Erde, und die Sonne geht hier verfinstert auf. Eben so verläßt nachher der Mondschatten die Erdfläche in Osten, und die Sonne geht daselbst verfinstert unter. Alle Oerter, durch welche die Axe des Schattens geht, sehn eine ringförmige oder eine totale und zentrale Finsterniß. Zu beiden Seiten der Axe ist die Finsterniß nur partial und nicht zentral, sie geht überhaupt allmählich von Westen

*) Dieses läßt sich aus der in der Anmerkung des vorhergenden Briefes gegebnen Formel leicht berechnen.

nach Osten über die Erde fort, und kann nirgend länger dauern, als höchstens 2 Stunden.

Vierzehnter Brief.

Auch die Sonnenfinsterniſſe werden nach den Grundsätzen, mit welchen ich Sie bekannt gemacht habe, im Voraus berechnet, und diese Berechnungen stimmen mit der Erfahrung vollkommen überein. Sie sind aber viel weitläuftiger und schwerer, als die Berechnungen der Mondfinsterniſſe, weil der Mond eine so beträchtliche Parallaxe hat, und sich an verschiedenen Oertern der Erde in ganz verschiednen Lagen gegen die Sonne zeigt, so, daß man für jeden besondern Ort die Größe, den Anfang und das Ende einer Finsterniß besonders berechnen muß. Ueberdieses sind die parallaktischen Rechnungen, besonders wegen der noch immer nicht mit hinlänglicher Zuverlässigkeit bestimmten Gestalt der abgeplatteten Erdkugel, unsicher, so, daß man, wenn man durch die Beobachtung der Sonnenfinsterniſſe die geographischen Längen der Oerter finden will, auch bey der allersorgfältigsten Berechnung und Beobachtung, um 20 Sekunden, ja unter nicht so vortheilhaften Umständen auch wohl um das Doppelte irren kann. Etwas ähnliches muß man von den Bedeckungen der Fixsterne durch den Mond sagen. Sonst läßt sich das Fortrücken des auf der hellen Sonnenscheibe scharf abgeschnittenen dunkeln Mondrandes viel zuverlässiger beobachten, als das Fortrücken des etwas unsicher be-

grenzten Erdschattens auf der Mondscheibe. Und wenn man gleich den Anfang der Finsterniß etwas zu spät und ihr Ende etwas zu früh bemerken sollte, so läßt sich doch dieser Fehler durch die genaue Beobachtung der Zeiten, in welchen die verschiedenen Theile der Sonnenscheibe nach und nach verfinstert werden, verbessern. Denn diese Zeiten muß man mit einer sehr guten Uhr, und einem guten Fernrohre, in welchem sich zwey sehr feine Fäden senkrecht durchkreuzen, aufs sorgfältigste bemerken. Von diesen Fäden muß, während der ganzen Beobachtung, der eine eine unbewegliche völlig horizontale, der andre eine vertikale Lage haben, damit man die Unterschiede der Höhen und der Azimuthe der Ränder und Hörner des Mondes und der Sonne von Zeit zu Zeit dadurch beobachten könne.

Uebrigens wird die Größe der Finsterniße der Sonne sowohl, als des Mondes, auf einerley Art nach Zollen und Minuten bestimmt. Aber eine gänzliche Sonnenfinsterniß ist viel seltener und merkwürdiger, als eine gänzliche Mondfinsterniß. Es wird mitten bey Tage völlig Nacht, die Sterne erscheinen, die Thiere begeben sich zur Ruhe, und um den Mond zeigt sich ein heller Ring, der unfehlbar durch das in seiner Atmosphäre gebrochne Sonnenlicht erzeugt wird. Der erste Punkt der Sonne, der wieder zum Vorschein kommt, wenn die gänzliche Finsterniß aufhört, erscheint plötzlich, wie ein Blitz mit seiner ganzen Lichtstärke. Zuweilen sieht man bey solchen gänzlichen Finsternissen helle blitzende Punkte in der schwarzen Mondscheibe, als wenn der Mond hier durchlöchert wäre, und das Sonnenlicht durchließe. Sie entspringen aber höchst

wahrscheinlich von dem noch fortdauernden Feuer der ungeheuern Vulkane im Monde.

Die Mondfinsternisse, bey welchen man den Schatten der Erde auf der Mondscheibe kreisrund und mit einem glatten Rande umgeben sieht, beweisen auf eine sinnliche Art, daß die Erde eine Kugel ist, und daß ihre von den Gebirgen herrührende Ungleichheiten, in Ansehung des Ganzen, von gar keiner Bedeutung sind. Warum sollte sie sich also auch nicht, so wie die Sonne und der Mond und andre himmlische Körper, die gleichfalls Kugeln sind, von Westen nach Osten um ihre Axe drehen? besonders da sie so sehr viel kleiner ist, als die Sonne? Welche ungeheure und ganz unbegreifliche Schnelligkeit müßte die Sonne nicht haben, wenn sie, bey ihrer erstaunlichen Entfernung von der Erde, alle 24 Stunden einmal um diese herumlaufen sollte? Und was soll man vollends von den Sternen sagen, die größtentheils noch viel weiter von der Erde abstehen, als die Sonne? Welche einigermaßen wahrscheinliche Ursache kann man angeben, daß Sterne, die so unendlich verschiedene Entfernungen von der Erde haben, dennoch alle in gleichen Zeiten und um dieselbe Achse zugleich herumgehen sollten? Wie leicht und wie natürlich lassen sich dagegen nicht alle diese scheinbaren Bewegungen daraus erklären, daß die Erde, zusammt ihrer Atmosphäre, sich in jedem Tage einmal von Westen nach Osten um ihre Axe dreht? Alle himmlische Körper, das heißt: alle, die außer der Atmosphäre der Erde sind, müssen alsdann uns nothwendig in derselben Zeit von Osten nach Westen zu gehen scheinen, und selbst die Kometen, jene sonderbaren Sterne, die nur zuweilen der Erde so nahe kommen, daß sie sichtbar

sind, müssen an dieser scheinbaren täglichen Bewegung Antheil nehmen.

Ich werde also künftig die Drehung der Erde um ihre Achse als eine wirklich vorhandne Bewegung allezeit voraussetzen, und habe hierzu ein desto größeres Recht, da ich sie Ihnen in der Folge noch durch andre Gründe, wider welche sich gar nichts einwenden läßt, beweisen will. Sie ist ganz gleichförmig und geschieht in derselben Zeit, in welcher die Fixsterne, die keine eigne merkliche Bewegung haben, um die Erde zu laufen scheinen. Denn ein Fixstern, der zu einer gewissen Zeit in unserm Scheitelpunkte steht, muß nothwendig in der Zeit, da wir uns mit der Erde gleichförmig von Westen nach Osten drehen, in der Ebne, in welcher wir uns drehen, von Osten nach Westen einen Parallelkreis ein Mal gleichförmig zu durchlaufen scheinen, da er, nach einer völligen Umwälzung der Erdkugel, wieder in unsern Scheitelpunkt kommt. Jeder andre Stern aber, da er von jenem immer gleich weit entfernt bleibt, muß in derselben Zeit ebenfalls von Osten nach Westen einen Parallelkreis zu durchlaufen scheinen, es sey denn daß er lothrecht über dem Pole der Erde steht, wo er ganz unbeweglich bleibt.

Wenn man erstlich einmal von der Drehung der Erdkugel überzeugt ist, so findet man wenig Bedenken, auch die jährliche Bewegung der Sonne um die Erde bloß als scheinbar anzusehen, und anzunehmen, daß in der That die Erde um die Sonne, so wie der kleinere Mond um die größere Erde, herum läuft. Alle die besondern Erscheinungen der vier Jahreszeiten lassen sich unter dieser Voraussetzung sehr leicht und natürlich begreifen, wenn

man nur annimmt, daß die Axe der Erde sich immer parallel bleibt. Wenn nämlich die Erde eine fast kreisförmige Bahn ADEGA (Fig. 11) außer deren Mittelpunkte C die Sonne in S ist, in einem Jahre durchläuft, so sehen wir nach und nach die Sonne in E, F, G, wenn die Erde nach und nach in A, B, D kommt, und die geraden Linien AE, BF, DG alle durch S gehn. Bewegt sich aber die Erde aus E in F, oder G, so scheint uns die Sonne aus A in B oder D zu gehen. Mit einem Worte: wenn die Erde wirklich vorwärts oder nach der Ordnung der Zeichen fortgeht, so scheint sich uns die Sonne nach dieser Ordnung in ihrer Bahn zu bewegen. Und sind die Winkel ASB, BSD, welche die Erde in gewissen Zeiten durchläuft, einander gleich und von 30 Graden, so scheint uns die Sonne durch gleiche Winkel oder Bogen der Ekliptik, nämlich von G nach F durch ein Zeichen, und von F nach E auch durch ein Zeichen, zu laufen. In D ist die Sonnenferne, in G die Sonnennähe, oder die Erde ist in D am weitesten von der Sonne, und in G am nächsten bey ihr. Dort erscheint uns die Sonne im Krebse, hier im Steinbocke; immer aber zeigt sich ihr Mittelpunkt in der Ebne der Ekliptik, weil wir ihn gleichsam aus dem Mittelpunkte der Erde sehen, und jene Ebne durch diesen und den Mittelpunkt der Sonne geht.

Da während der Bewegung der Erde ihre Axe, folglich auch ihr Aequator, sich immer parallel bleibt, so stellen Sie sich eine der Ebne des Aequators parallele Ebne durch S vor. Sie durchschneidet die Ebne der Ekliptik nothwendig in einer gewissen geraden Linie HI, und in dieser liegt der Frühlingspunkt und der Herbstpunkt. Denn sobald

die Erde in H oder I anlangt, so sehen ihre Bewohner die Sonne in der Ebne des Aequators, zu jeder andern Zeit aber außer ihr. Also haben wir alsdann die Nachtgleichen, und die Sonne erscheint das eine Mal im ♈, das andre Mal in ♎, welche beide Punkte um 6 Zeichen aus einander liegen. Ziehen Sie durch S die auf HI senkrechte Linie DG, so ist die Bahn der Erde, oder die Ekliptik DHEFIBD, in den Punkten D und G am weitesten von der Ebne des Aequators entfernt, welche bey D über, und bey G unter sie fällt. *) Kommt also die Erde in jene Punkte, so scheint uns die Sonne alsdann am weitesten vom Aequator entfernt zu seyn, und in dem einen am höchsten über ihm, in dem andern am tiefsten unter ihm zu stehen. Mit einem Worte: hier sind die Punkte der Sonnenwenden, die um 3 Zeichen von den Punkten der Nachtgleichen entfernt sind. Dadurch daß die Axe der Erde sich nicht immer ganz vollkommen parallel bleibt, geschieht es, daß auch die Ebne des Aequators und die Linie HI allmählich ihre Lage etwas ändern, und die Punkte der Nachtgleichen sich rückwärts bewegen.

Kopernikus ein Thorner von Geburt, und Domherr von Ermeland, war der erste, welcher in der Mitte des sechzehnten Jahrhunderts die Bewegung der Erde um ihre Achse und um die Sonne aus Gründen behauptete, und umständlich zeigte, wie leicht und natürlich sich aus diesen Bewegungen alle Erscheinungen der himmlischen Körper erklären ließen. Vorzüglich war es der unregelmäßige Lauf der Planeten, welcher ihn bewog anzunehmen, daß diese Gestirne mit der Erde zugleich in verschiede-

*) Man sehe die 3 Anmerk. des 3 Briefes.

nen Entfernungen und Kreisen um die Sonne herumgehen. In der That scheinen sie in dem Thierkreise herumzuirren, bald vorwärts, bald rückwärts zu laufen und bald gar stille zu stehen, daher man sie auch Irrsterne oder Planeten genannt hat. In der Weltordnung des Kopernikus sind alle diese Unordnungen nur scheinbar, und rühren bloß von der Bewegung der Erde um die Sonne her, während daß die Planeten in ihren Bahnen ganz regelmäßig fortlaufen. Denn wenn unser Auge mit der Erde zugleich fortgerissen wird, so muß selbst ein stillstehender Stern sich uns auf verschiedene Art, und ein bewegter sich ganz anders, als er wirklich fortgeht, zu bewegen scheinen.

Die Alten hatten sehr enge Begriffe von der Größe des Weltgebäudes. Mehrentheils setzten sie die Erde in die Mitte desselben und glaubten, daß die Sonne, so wie die Planeten, in verschiedenen Kreisen um dieselbe herumlaufen. In dieser Betrachtung rechneten sie die Sonne mit unter die Planeten. In einer geringen Entfernung über dem äußersten Planeten, den sie kannten, dem Saturne, stellten sie sich die Fixsterne an einer hohlen Kugel, dem Sternhimmel, befestigt vor, und glaubten, daß dieser mit allen Sternen täglich ein Mal um die Erde gedreht würde, und seine Bewegung auch den Planeten mittheilte. Als man die Unrichtigkeit dieser Weltordnung, die vom Ptolomäus den Namen hat, zuletzt überzeugend einsah, und Kopernikus die wahre Weltordnung entdeckte, konnte man sich Anfangs gar nicht daran gewöhnen, sich das Weltgebäude so groß zu gedenken, als es wirklich ist. Wenn nämlich ein Stern S (Fig. 12) so steht daß der Winkel DAS, indem die Erde sich in A befindet, sehr klein, und der Stern also der Erd-

axe AD, oder dem Pole, sehr nahe ist, so müßte derselbe, wenn die Erde in die gerade entgegengesetzte Stelle ihrer Bahn, in B, kommt, weit vom Pole entfernt zu seyn scheinen, wenn anders der Stern nicht etwa unendlich weiter, als die Sonne, von der Erde abstände. Denn ziehen Sie zu dem Sterne die geraden Linien AS, BS, und es sey BE mit AD, BF mit AS parallel; so ist BE die Axe der Erde, die sich immer parallel bleibt, und der Winkel SBE oder SBF + FBE um den Winkel SBF oder ASB, welchen man die Parallaxe der Erdbahn oder die jährliche Parallaxe nennt, größer, als SAD. Nun aber fand man die beiden Winkel SAD und SBE einander völlig gleich. Also mußte man, wenn man die jährliche Bewegung der Erde annahm, auch zugeben, daß die Parallaxe der Erdbahn unmerklich klein und daher die Entfernung der Fixsterne von der Erde unendlich größer, als die der Sonne sey; man mußte den ganzen Durchmesser der Erdbahn, der doch so viel, als der doppelte Abstand der Sonne von der Erde beträgt, in Ansehung jener Entfernung, als einen Punkt, und die Linien SA, SB als parallel, ansehen.

Eine so ungeheuere Entfernung der Fixsterne schien vielen Sternkundigen noch immer unwahrscheinlich zu seyn, und sie glaubten, daß man mit vollkommneren Werkzeugen die Parallaxe der Erdbahn von einer merklichen Größe finden würde, ja einige behaupteten, sie an $\frac{1}{2}$ Minute groß gefunden zu haben. Aber der Englische Astronom Bradley, der mit den vollkommensten Werkzeugen versehen war, und die Fixsterne mit einem fast unglaublichen Fleiße anhaltend beobachtete, zeigte endlich vor 70 bis 80 Jahren, daß die jährliche Parallaxe

der Fixsterne zuverlässig nicht 2 Sekunden groß sey. Ist nun SA auf AB senkrecht, so verhält sich SB zu AB wie 1 : sin. ASB. Wenn Sie daher 1 mit 0,000009696 als den Sinus von 2 Sekunden theilen, so finden Sie die Entfernung BS 103135 Mal größer, als AB, wenn ASB 2 Sekunden hält. Bradley versichert aber über dieses, aus allen seinen Beobachtungen folge höchst wahrscheinlich, daß die jährliche Parallaxe der Fixsterne nicht einmal eine Sekunde beträgt. Machte sie eine Sekunde, so müßte BS = 206270 AB seyn. Und da AB der doppelten Entfernung der Sonne von der Erde gleich ist, so folgt, daß die Fixsterne höchst wahrscheinlich mehr als 400000 Mal weiter von der Erde abstehen, als die Sonne, wenn es anders gewiß ist, daß die Erde sich um die Sonne bewegt.

Diese Bewegung aber der Erde hat Bradley durch die wichtige Entdeckung von der Abirrung des Lichts, welche er zu gleicher Zeit machte, so außer Zweifel gesetzt, daß sie jetzt als eine ganz ausgemachte Wahrheit angesehen werden muß. In meinem nächsten Schreiben werde ich von jener Entdeckung umständlicher reden.

Funfzehnter Brief.

Indem Bradley mit einer ganz ungewöhnlichen und außerordentlichen Genauigkeit die Fixsterne beobachtete, um ihre jährliche Parallaxe zu bestimmen, wenn sie auch noch so klein wäre, entdeckte

er an ihnen gewisse ganz unerwartete kleine Bewegungen, welche ihrer Parallaxe ganz entgegengesetzt zu seyn schienen. Er bemerkte daß ein Stern, der sehr nahe am Pole der Ekliptik stand, in Zeit von einem Jahre, einen kleinen Kreis, dessen Halbmesser an 20 Sekunden betrug, zu durchlaufen schien; daß alle andre der Ekliptik nähere Sterne, in derselben Zeit, Ellipsen zu beschreiben schienen, deren größere der Ekliptik parallele halbe Axen ebenfalls an 20 Sekunden hielten, die kleinern Axen aber sich zu den größern, wie die Sinus der Breite der Sterne zum Sinus totus verhielten, und daß daher die selbst in der Ekliptik befindlichen Sterne ein halbes Jahr lang bloß an 20 Sekunden vorwärts und ein halbes Jahr lang an 20 Sekunden rückwärts gingen, ohne sich im geringsten, nach Süden oder Norden zu, von der Ekliptik zu entfernen.

Nach vielen vergeblichen Bemühungen die wahre Ursache dieser Bewegungen zu entdecken, war Bradley endlich so glücklich, sie in der allmählichen Fortpflanzung des Lichts zu finden, aus welcher sich alle Erscheinungen aufs vollkommenste erklären lassen. Man wußte schon zu den Zeiten des Bradley, aus den Beobachtungen des Römer, von welchen ich Ihnen gleich in der Folge Nachricht geben will, daß das Licht ungefähr 16 Minuten Zeit braucht, um den ganzen Durchmesser der Erdbahn zu durchlaufen. Außerdem ist es gewiß, daß das Licht auf gleiche Art durch durchsichtige Körper geht, es mögen diese ruhen oder sich bewegen. Denn wir sehen alle Gegenstände mit gleicher Deutlichkeit und auf gleiche Art durch die Luft, es sey nun daß sie ganz ruhig ist, oder durch die heftigsten Stürme bewegt wird. Wenn also ein Strahl nach der

Richtung DCF (Fig. 13), in ein unter AB befindliches Mittel eindringt, und wir indessen die Brechung ganz bey Seite setzen, so geht er nach CF fort, wenngleich das Mittel sich nach CB zu fortbewegt. Ist nun diese Bewegung so stark, daß sie durch CB = EF geht, in derselben Zeit t, da der Strahl aus C nach F gelangt, so ist am Ende dieser Zeit t der zuerst vom Strahle getroffene Punkt C in B, und E in F. Auf eine ähnliche Art kommen, da wir die Bewegung des Lichts und des Mittels als gleichförmig annehmen, während der Zeit t, nach und nach alle Punkte der Linie EC in den Strahl CF, und dieser dringt daher eben so in das Mittel, als wenn dieses ruhte, und er die Richtung BF hätte. Dieser Fall findet aber wirklich bey unserm Auge Statt, wenn die Erde sich um die Sonne bewegt. Denn da es alsdann nach einer gewissen Richtung CB fortgerissen wird, und wir von dieser Bewegung nichts wissen, so sehen wir einen Stern, der wirklich nach der Richtung FCD steht, nach der Richtung FB, oder der mit FB parallelen Linie ECI, also an der Seite des wahren Orts, nach der Gegend zu, nach welcher wir uns selbst bewegen. Der Winkel aber DCI heißt die Abirrung des Lichts. Zwar wird das Licht in unserm Auge gebrochen, aber dennoch immer so, als wenn es nicht nach der Richtung DC sondern nach IC in das ruhende Auge fiele, und wir sehen daher immer jeden Stern, wegen dieser Abirrung des Lichts, an einem falschen Orte.

Wäre die Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn CB von gar keiner Bedeutung, oder unendlich klein in Ansehung der Geschwindigkeit des Lichts CF, so würde auch die Abirrung des Lichts DCI

= CFB ganz unmerklich seyn. Allein da das Licht in 16 Minuten 14 Sekunden den Durchmesser der Bahn der Erde, also in 3060 Sekunden, eine dieser Bahn gleiche Entfernung, durchläuft, und die Erde in einem Jahre durch diese Bahn geht, so findet man leicht, daß die Geschwindigkeit des Lichts nur 10313 Mal größer ist, als die der Erde. Daher verhält CB : CF = 1 : 10313 = sin. CFB : 1 = sin. 20″ : 1, wenn, wie ich hier annehme, EFC, oder BCF ein rechter Winkel ist. Die Abirrung des Lichts CFB oder DCI beträgt also in diesem Falle 20 Sekunden; und die Drehung der Erde um ihre Axe kann hierin nicht die geringste merkliche Aenderung machen, da selbst unter der Linie die Geschwindigkeit der Drehung nur etwa $\frac{1}{65}$ von der Geschwindigkeit, mit welcher die Erde in ihrer Bahn fortgeht, ausmacht, außer der Linie aber jene Geschwindigkeit noch weniger von einiger Bedeutung ist. I

Wenn aber der von einem Fixsterne kommende Strahl CF (Fig. 126), mit der Richtung des Mittelpunkts der Erde FD einen schiefen Winkel CFD macht, und FH = CB, die Linie ist, durch welche jener Mittelpunkt in derselben Zeit läuft, da das Licht aus C nach F geht, so ist CB : FC = sin. CFB : sin. CBF. Es ist aber auch CB : FC = 1 : 10313 = sin. 20″ : 1, und CFB die Abirrung des Lichts, der Winkel aber CBF = BFD, wovor man, ohne den geringsten merklichen Irrthum, auch CFD setzen kann. Also wird 1 : 10313 = sin. CFB : sin. CFD = sin. 20″ : 1, und der Sinus der Abirrung ist demnach = sin. 20″ sin. CFD.

Stellen Sie sich daher aus irgend einem Sterne S eine auf die Ebne der Ekliptik (Fig. 127), ge-

zogene senkrechte Linie, und durch den Punkt, wo sie jene Ebne durchschneidet, und durch den Mittelpunkt der Sonne C eine gerade Linie B A vor, so ist die Ebne S A B auf die Ebne der Ekliptik senkrecht. Da wir uns nun bey dieser Untersuchung, ohne den geringsten merklichen Irrthum, die Bahn der Erde A E B R A als einen Kreis vorstellen können, in welchem der Mittelpunkt der Erde überall mit gleicher Geschwindigkeit fortgeht, und in dessen Mittelpunkte C sich die Sonne befindet, so wird B A ein Durchmesser des Kreises, und die Richtung der Erde A F, wenn sie sich in A befindet, ist auf die Durchschnittslinie A B der beiden senkrechten Ebnen S A B und R A E R, also auch auf die Ebne S A B, und auf die Linie S A senkrecht. *) Folglich macht die Abirrung des Lichts, wenn wir den Stern S aus A sehen, 20 Sekunden aus, und der Stern erscheint uns in der Ebne S A F, parallel mit der Ekliptik, an der Seite der Linie A S, nach F zu. Kommt hierauf die Erde in E, wenn R C E senkrecht auf B C A ist, so sehen wir denselben Stern S in der auf die Ekliptik senkrechten Ebne S E H, unter E S, also nach Süden zu. S E H ist der Neigungswinkel der Linie S E gegen die Ebne der Ekliptik, also die Breite des Sterns S; und die Abirrung in E = sin. 20″ × sin. S E H = sin. 20″ sin. lat. wenn lat. die Breite des Sterns bedeutet. Kommt die Erde hiernächst in B, so sehen wir den Stern wieder, wie in A, bloß nach der Seite gegen I zu von seinem wahren Orte um 20 Sekunden entfernt, und in R erscheint er über seinem wahren Orte, nach Norden zu, in der Weite von sin. 20″ sin. lat.

*) III. Band Einleit. 142.

In jedem mittleren Orte zwischen den Punkten A, E, B, R, z. B. in L, kann man die Bewegung der Erde LM, deren Richtung in L die Bahn der Erde berührt, und deren Geschwindigkeit LM eben so groß ist, als die Geschwindigkeit in A, E, B und R, in die beiden Bewegungen LN und LO zerlegen, deren jene mit AF, diese mit EH, parallel ist. *) Verlängert man NL in P bis auf CA, und LO in Q bis auf CE, so sind die rechtwinklichten Dreyecke CLP, CLQ, OLM und MLN insgesammt einander ähnlich. Es ist aber in L die Geschwindigkeit nach LN kleiner als in A die nach AF. Denn LN verhält sich zu LM oder zu AF wie CP zu CA. Eben so ist LO kleiner als EH, im Verhältnisse PL zu CL. Daher ist in ebendenselben Verhältnissen sowohl die mit der Ekliptik parallele, als auch die auf sie senkrechte Abirrung des Lichts in L kleiner, als in A und E. Denn je kleiner CB oder EF wird (Fig. 13), da CF immer von gleicher Größe bleibt, um desto kleiner ist der Winkel CFB oder DCI. Es folgt hieraus augenscheinlich, daß der Stern S uns eine Ellipse zu beschreiben scheinen müsse, deren große halbe Axe mit der Ekliptik parallel und von 20 Sekunden, die kleine aber auf die Ekliptik senkrecht und von 20 sin. lat. Sekunden ist. [2] Ist der Stern im Pole der Ekliptik, so wird seine Breite 90 Grade und der sin. lat. = 1, die kleine halbe Axe aber = 20 Sekunden. Die Ellipse verwandelt sich also hier in einen Kreis. Ist der Stern in der Ekliptik, so wird sin. lat. = 0, und die Ellipse verwandelt sich in eine in die Ebne der Ekliptik fallende Linie, wäh-

*) III. Band zwölfter Brief.

völlig so, wie die Erfahrung es zeigt. Wir sehen ihn alsdann (Fig. 14), wenn er mit der Sonne S im Gegenscheine, und die Erde in A ist, nach A F; aus A, wo er mit der Sonne in Vereinigung ist, nach B E; aus den mitten zwischen A und B gelegenen Oertern der Bahn aber, z. B. aus G, in seinem wahren Orte, nach G H.

Dieser Theorie gemäß haben die Astronomen Tabellen berechnet, nach welchen sie die scheinbaren Oerter der Sterne wegen der Abirrung des Lichts verbessern und auf die wahren Oerter zurückbringen. Da diese Berechnungen mit der Erfahrung beständig aufs vollkommenste übereinstimmen, so ist diese Uebereinstimmung ein unwiderleglicher Beweis der Bewegung der Erde um die Sonne, indem ohne diese Bewegung die Abirrung des Lichts gar nicht Statt finden könnte. Zugleich beweiset sie den ungeheuern Abstand der Fixsterne von der Erde, gegen welche die Entfernung der Sonne von uns nur als ein Punkt anzusehen ist. Denn wäre die jährliche Parallaxe der Fixsterne nur gegen 2 Sekunden groß, so müßte sie nothwendig auf die Abirrung des Lichts einen merklichen Einfluß haben, und diese könnte sich unmöglich so verhalten, als wenn alle von einem Fixsterne, ein ganzes Jahr über, zu uns kommende Strahlen völlig parallel wären.

Den ersten Beweis von der allmählichen Fortpflanzung des Lichts gaben die fortgesetzten Beobachtungen der Finsternisse der Monde des Jupiter. Dieser Planet, der größte unter allen übrigen Planeten, hat nämlich 4 Monde, oder Trabanten, die ihn beständig begleiten, indem sie zugleich, jeder in seinem besondern Kreise, um ihn herumlaufen. Man kann sie selbst durch sehr mittelmä-

ßige Fernröhre sehen, und sie sind auch gleich nach Erfindung der Fernröhre entdeckt worden. Sie sind dunkle von der Sonne erleuchtete Körper, weil sie verfinstert werden, wenn sie durch Jupiters Schatten gehen. Der dritte und vierte von ihnen mag etwa so groß seyn, als unser Mond, die übrigen sind viel kleiner. Sie laufen sehr geschwinde um den Jupiter, und ihre Bahnen sind gegen die Bahn dieses Planeten und gegen die Ekliptik nur sehr wenig geneigt. Daher werden sie sehr oft, und bey jedem Umlaufe ein Mal, verfinstert. Diese Finsterniße sind zur Bestimmung der geographischen Länge der Oerter auf der Erde sehr wichtig, da man besonders für den ersten und zweyten Trabanten, welche dem Jupiter am nächsten sind, sehr genaue Tafeln hat, aus denen sich ihre Finsterniße leicht und ohne alle parallaktische weitläuftige Rechnungen so genau bestimmen lassen, daß man nie um 10, gewöhnlich nur um 5 bis 6, ja oft nur um 2 bis 3 Sekunden irren kann. Zwar sieht man durch ein längeres Fernrohr und bey sehr heiterer Luft die Trabanten später verschwinden oder eher wieder erscheinen, als durch ein kürzeres Fernrohr, oder wenn die Luft nicht sehr rein ist, oder auch wenn Jupiter niedrig am Horizonte steht. Indessen macht auch dieser Unterschied in der Zeit höchstens nur einige Sekunden aus.

Es war eigentlich der erste oder innerste Mond des Jupiter, der zu der Entdeckung der Geschwindigkeit des Lichts Gelegenheit gab. Wenn nämlich die Erde in der Linie ADBEA (Fig. 15), um die Sonne S läuft, und Jupiter I sich in der verlängerten geraden Linie AS befindet, so sehen wir diesen Planeten, wenn die Erde nach A oder B

kommt, aus A in der Zusammenkunft, und aus B im Gegenscheine mit der Sonne. In beiden Fällen verdeckt er seinen eignen Schatten, und die Verfinsterungen seiner Trabanten lassen sich nicht beobachten. Geht aber die Erde von A durch D nach B, und erscheint uns folglich Jupiter des Morgens, so sehen wir in F die Eintritte seiner Trabanten in den Schatten. Denn die Trabanten bewegen sich eben so, wie alle Planeten, von Westen nach Osten, und erscheinen uns daher, wenn sie hinter dem Jupiter fortgehen, rechtläufig; wenn sie aber vor ihm vorbeygehen, wo ihre Schatten oft auf der Scheibe des Jupiters sichtbar sind, rückläufig. Die Austritte aus dem Schatten bey G können wir, wenn sich die Erde zwischen ADB befindet, nur beym dritten und vierten, zuweilen auch beym zweyten Trabanten sehen; der erste Trabant aber ist dem Jupiter so nahe, daß er von ihm unsern Augen alsdann ganz verdeckt wird, wenn er austritt. Geht aber die Erde weiter, von B durch E nach A, so sehen wir wieder bloß die Austritte des ersten Trabanten, nicht aber seine Eintritte. Alsdann scheint Jupiter uns des Abends.

Man fand bald nach der Entdeckung der Trabanten des Jupiter auch ihre Umlaufszeiten, und besonders, daß der erste in etwa $42\frac{1}{2}$ Stunden ins Mittel seine ganze Bahn ein Mal durchläuft. Nachher entdeckte Olof Römer, ein Dänischer Astronom, indem er zu Paris sehr oft die Verfinsterungen dieses Trabanten beobachtete, daß seine Eintritte nach und nach, wenn die Erde von A durch D nach B ging, immer früher, hernach aber die Austritte immer später einfielen, als sie nach der

Rechnung einfallen sollten. Diese Voreilung der Eintritte und Verspätung der Austritte war zwar bey einigen wenigen Umläufen des Trabanten kaum merklich, nahm man aber viele, z. B. 40, 50 oder mehrere Umläufe nach einander in eine Summe, und jeden zu $42\frac{1}{2}$ Stunden an, so wurde sie sehr beträchtlich. Römer war der erste, welcher sie der allmählichen Fortpflanzung des Lichts zuschrieb. Denn da die Erde in A um die doppelte mittlere Weite der Sonne weiter vom Jupiter entfernt ist, als in B, so muß auch das Licht mehrere Zeit anwenden, um vom Jupiter bis zu unserm Auge zu gelangen, wenn die Erde in A, als wenn sie in B, ist; so viel mehrere Zeit nämlich, als es braucht, um den ganzen Durchmesser der Erdbahn A B zu durchlaufen. Diese Zeit setzte man, so genau, als sie sich aus den Finsternissen bestimmen ließ, auf 16 Minuten; aber nach Bradleys Beobachtungen über die Abirrung des Lichts, muß man sie auf 16 Minuten 14 Sekunden setzen. Das Licht durchläuft also in einer einzigen Sekunde mehr als 40000 Meilen und übertrifft die Geschwindigkeit einer Kanonenkugel an $1\frac{1}{2}$ Millionen Mal.

Die Entdeckung der Trabanten des Jupiters war zu ihrer Zeit ein neuer Beweis für die Wahrheit der Kopernikanischen Weltordnung. Denn da ein Planet, der ungleich größer ist, als die Erde von vier Monden begleitet, die in verschiedenen Kreisen und mit verschiedenen Geschwindigkeiten um ihn herumlaufen, in seiner Bahn um die Sonne fortgeht, mußte man nicht nothwendig schließen, daß die Erde eine ähnliche Bewegung hat, und von ihrem Monde auf eine ähnliche Art begleitet wird?

Anmerkungen.

1. Die Erde durchläuft ihre ganze Bahn in einem Sternjahre, oder in 365 Tagen 6 Stunden 9 Minuten 11,6 Sekunden oder in 31558151,6 Sekunden. Theilt man diese Zahl durch 3060, so erhält man 10313, und um so viel geht das Licht geschwinder, als die Erde in ihrer Bahn. Theilt man 1 durch 10313, so bekommt man 0,00009696. Diese Zahl aber ist der dritte Theil von 0,0002909, dem Sinus von einer Minute. Also bezeichnet sie den Sinus von 20 Sekunden.

Die Erde dreht sich ungefähr in 86000″ ein Mal völlig um ihre Axe, und jeder Punkt unter der Linie durchläuft in dieser Zeit einen Kreis, dessen Halbmesser 1 ist. Aber in 31558151,6 Sekunden beschreibt die Erde um die Sonne einen Kreis, dessen Halbmesser 24000 ist. Beide Kreise verhalten sich wie 1 : 24000, wie ihre Halbmesser. Die Geschwindigkeiten beider Bewegungen sind, wie

$$\frac{1}{86000} : \frac{24000}{31558151,6} = 31558151,6 : 86000.$$

24000 = 1 : 65. Es ist also die Geschwindigkeit der Bewegung um die Sonne an 65 Mal so groß, als die Geschwindigkeit der Drehung selbst unter der Linie.

2. Die größte mit der Ekliptik parallele Abirrung des Sterns S (Fig. 127) findet offenbar in A und B Statt; 20″ westlich in einem Punkte, und 20″ östlich im andern. Die größte auf die Ekliptik senkrechte Abirrung ist in E und R, hier 20 sin. lat. Sekunden nordlich, dort 20 sin. lat. Sekunden südlich. Man nenne den Winkel ECL, a, so ist die parallele Abirrung in L zu der in A,

oder B, wie sin. a : 1 und die senkrechte Abirrung in L zu der in E oder R = cos. a : 1.

Ist also (Fig. 120) AC = CB ein kleiner der Ekliptik paralleler Bogen am Himmel von 20 Sekunden, der durch eine gerade Linie vorgestellt werden kann, ADEB ein halber Kreis, und DCE = a, CE aber auf AB senkrecht; so ist 1 : sin. a = AC : PC und 1 : cos. a = CE : PD. Man mache CM = 20″ sin. lat. und PN : PD = CM : CE, so ist N der scheinbare Ort des Sterns, der zum Winkel a gehört, weil hier die parallele Abirrung zu der größten, wie PC : AC, und die senkrechte zu der größten, wie PN : CM oder wie PD : CE ist. Da man nun jede Ordinate, als PN, erhält, wenn man PD im Verhältnisse 1 : sin. lat. vermindert, so ist ANMB, der scheinbare Weg des Sterns in einem halben Jahre, offenbar eine halbe Ellipse.

Sechzehnter Brief.

Wenn ein Trabant des Jupiter verfinstert wird, so verschwindet er nahe an ihm bey ganz heiterm Himmel, so wie der Mond zuweilen bey einer gänzlichen Mondfinsterniß. Daß er aber alsdann wirklich verfinstert wird, sieht man daraus augenscheinlich, weil er nur da verschwindet, wo der Schatten des Jupiter seyn muß, wenn man voraussetzt, daß dieser ein dunkler von der Sonne erleuchteter Körper ist, und weil man unter dieser Voraussetzung die Finsternisse seiner Trabanten

ganz genau im Voraus berechnen kann. Dagegen sieht man schwarze Flecken durch die Scheibe Jupiters gehen, wenn sich seine Trabanten zwischen ihm und der Sonne bewegen, die man also für ihre Schatten halten muß. Auf eine ähnliche Art werden auch Saturns Trabanten oft verfinstert. Andre Planeten sieht man durch Fernröhre oft mit vollem Lichte, oft nur zum Theil erleuchtet, wie den wachsenden oder abnehmenden Mond; oder man erblickt sie, als schwarze Flecken, die durch die Sonnenscheibe zu gehen scheinen, wenn sie sich zwischen der Sonne und unserm Auge befinden. Alles dieses zeigt, daß die Planeten überhaupt, so wie ihre Trabanten, dunkle Körper sind, welche zu dem Systeme der Sonne gehören, und von ihr erleuchtet werden.

Dennoch zeichnen sich besonders Venus und Jupiter durch ihren Glanz vor andern Sternen aus. Aber sie leuchten gewöhnlich nur mit einem ruhigen todten Lichte, dahingegen die größern Fixsterne blinkern oder funkeln. Ueberdieses werden alle Planeten, da sie uns unendlich näher sind, als die Fixsterne, durch gute Fernröhre merklich vergrößert. Sie zeigen sich als runde Scheiben, dahingegen die Fixsterne, auch durch die besten Fernröhre, allezeit nur als helle Punkte erscheinen. Sie haben alle gewisse eigne Bewegungen und bleiben beständig im Thierkreise. Man theilt sie in Hauptplaneten und Nebenplaneten. Jene laufen um die Sonne, so wie die Erde, diese aber begleiten ihre Hauptplaneten, als Trabanten, gehen um sie beständig herum, und sind viel kleiner, als sie. So sind Jupiter und die Erde Hauptplaneten, unser Mond aber ist ein Nebenplanet.

Man theilt ferner die Hauptplaneten in die untern und in die obern. Jene sind der Sonne näher, diese aber sind weiter von ihr entfernt, als die Erde. Die Planeten nämlich Mars, Jupiter, Saturn und Herschel sieht man oft die ganze Nacht hindurch, und sie kulminiren zuweilen um Mitternacht. Sie sind also alsdann im Gegenscheine mit der Sonne, so daß die Erde zwischen ihnen und der Sonne steht. Sie müssen folglich weiter, als die Erde, von der Sonne entfernt und obere Planeten seyn. Venus hingegen und Merkur zeigen sich bloß des Abends oder des Morgens, und nie durch die ganze Nacht. Sie sind also der Sonne näher, als die Erde, und untre Planeten. Die obern, welche ich genannt habe, sind bey ihrem Gegenscheine mit der Sonne allezeit rückläufig; bey ihrer Zusammenkunft aber mit der Sonne gehen sie vorzüglich schnell und rechtläufig fort. Die untern Planeten haben eine gewisse größte Ausweichung, welche sie nie überschreiten. So sehen wir die Venus nie weiter, als höchstens um 47 Grade 48 Minuten, und den Merkur nie weiter, als höchstens um 28 Grade 31 Minuten, von der Sonne entfernt. Beide Planeten sind rechtläufig oder rückläufig, bis sie ihre größte Ausweichung von einer Seite der Sonne erreicht haben, hernach kehren sie, nach einigem Stillstande, mit immer zunehmender Schnelligkeit zur Zusammenkunft mit der Sonne zurück.

Alle diese Erscheinungen lassen sich aus der Bewegung der Erde leicht erklären, wenn man nur annimmt, daß die obern Planeten sich langsamer und die untern schneller um die Sonne bewegen, als die Erde. Denn es sey in S (Fig. 16), die Sonne, in A die Erde und in F ein oberer

Planet. Ist nun SAF eine gerade Linie, so befindet der Planet sich in diesem Augenblicke in seinem Gegenscheine mit der Sonne, die Erde ist genau zwischen ihm und der Sonne, und wir sehen sie daher um 180 Grade von ihm entfernt. Nun geht die Erde nebst dem Planeten hierauf nach einerley Gegend weiter. Weil aber die erstre geschwinder geht, so bleibt der Planet Anfangs immer mehr zurück, und er erscheint uns daher von der Erde, deren Bewegung wir nicht empfinden, rückläufig. Wenn er z. B. in einer gewissen Zeit aus F nach G, und die Erde zugleich, auch nach der linken Hand, aus A nach B, gegangen ist, so sehen wir aus B den Planeten nach der geraden Linie BG unter den Fixsternen, anstatt daß wir ihn, wenn er und die Erde sich nicht bewegt hätten, nach einer der SF parallelen Linie sehen würden. Da nun AB größer ist, als FG, so fällt diese parallele Linie der Linie BG zur Linken. Zieht man daher SH mit BG parallel, so scheint uns der Planet um den Winkel FSH nach der Rechten, also rückwärts, gegangen zu seyn. Denn die beiden parallelen Linien BG und SH gehen nach einerley Fixsterne, da diese Sterne überhaupt keine im geringsten merkliche jährliche Parallaxe haben; und die Zeichen gehen von F gegen G oder L rund am ganzen Himmel herum, also über HL von der Rechten zur Linken, unter ME aber von der Linken zur Rechten.

Je weiter die Erde gegen B fortgeht, um desto mehr ändert sie ihre anfängliche Richtung, um desto weniger entfernt sie sich von der Linie AD nach der Linken, um desto langsamer wird der scheinbare Rückgang des Planeten. Liegt ends-

lich B dem Punkte nahe, in welchem eine aus dem Planeten gezogne gerade Linie die Bahn der Erde berührt, so geht diese in der Gegend jenes Punkts eben so langsam nach der Linken fort, als der Planet, und dieser scheint uns daher still zu stehn. Unter dem Berührungspunkte aber fängt die Erde gar wieder an, sich der AD zu nähern und nach der Rechten zu fortzugehen. Wir würden daher, wenn die Erde sich in dieser untern Hälfte ihrer Bahn befindet, den Planeten, wenn gleich er stille stände, immer als rechtläufig sehn; und diese scheinbare Bewegung muß jetzt um desto schneller seyn, da der Planet wirklich rechtläufig fortgeht. In D z. B. erscheint der in F befindliche Planet in seiner Zusammenkunft mit der Sonne. Gesetzt er geht von F in G, während daß die Erde aus D nach E läuft, und SL sey mit GE, so wie SI mit FE parallel, so ist die scheinbare rechtläufige Bewegung des Planeten durch den Winkel FSL gegangen, anstatt daß sie nur durch den Winkel FSI gegangen seyn würde, wenn der Planet ohne wirkliche Bewegung immer in F geblieben wäre.

Geht die Erde in ihrer Bahn über E hinauf immer weiter, so kommt sie nothwendig wieder in einen zweyten Punkt, in welchem eine aus dem Planeten gezogene gerade Linie diese Bahn berührt. Um diesen Punkt herum scheint uns der Planet wieder stille zu stehn, und hierauf bis zu seinem Gegenscheine rückläufig zu werden. [1] Zugleich muß der scheinbare Durchmesser des obern Planeten in seinem Gegenscheine, wo er der Erde am nächsten ist, am größten seyn, hernach aber allmählich immer mehr abnehmen, und bey seiner Zusammenkunft mit der Sonne am kleinsten seyn.

Da nun wirklich alle obere Planeten sich vollkommen auf diese Art verhalten, so sehen Sie augenscheinlich, daß sie insgesammt in kreisförmigen Bahnen rechtläufig um die Sonne fortgehen müssen.

Die untern Planeten können wir nie im Gegenscheine mit der Sonne sehen, aber ihre Zusammenkunft mit der Sonne ist von einer doppelten Art. Denn der Planet kann entweder gerade zwischen der Sonne und Erde, oder die Sonne kann gerade zwischen ihm und der Erde seyn. Jene nennt man seine untre, diese seine obre Zusammenkunft; in jener kehrt uns der Planet seine dunkle, in dieser seine erleuchtete Seite zu. Ist also in A ein unterer Planet, die Erde in F, und in S die Sonne, SAF aber eine gerade Linie, so ist der Planet, indem er in A ankommt, in seiner untern Zusammenkunft mit der Sonne. Er scheint uns alsdann zuweilen als ein dunkler runder Flecken durch die Sonnenscheibe zu gehn. Geht er nun von A nach B, und die Erde in derselben Zeit von F nach G, so sehen wir ihn Anfangs nach der Richtung FAD, hernach nach GB. Ist also SM mit GB parallel, so folgt offenbar, daß der Planet um einen Winkel, der so groß ist, als DSM, von D gegen M gegangen, und also um die Zeit seiner untern Zusammenkunft allezeit rückläufig ist. Diese scheinbare Bewegung wird immer schwächer, bis der Planet gegen den Punkt kommt, wo eine aus der Erde gezogene gerade Linie seine Bahn berührt. Hier, wo er die größte Ausweichung hat, wird er stillstehend, und nachher rechtläufig, bis er wieder an einem ähnlichen Punkt der größten Ausweichung kommt, worauf er stillstehend

und hiernächst rückgängig wird. In D, bey seiner obern Zusammenkunft, geht er am schnellsten rechtläufig fort, weil hier seine Richtung der Richtung der Erde gerade entgegengesetzt ist, und sein ganzer scheinbarer Lauf überhaupt läßt sich vollkommen begreifen, wenn man annimmt, daß er beständig nach der Ordnung der Zeichen in einer kreisförmigen Bahn um die Sonne fortgeht. Selbst der scheinbare Durchmesser der untern Planeten verändert sich dieser Voraussetzung gemäß. [2]

Die Ausweichung eines untern Planeten, oder seine scheinbare Weite von der Sonne, wird, während jedes Umlaufs um die Sonne, zwey Mal am größten. Dieser Winkel S T V (Fig. 17), den die aus dem Mittelpunkte der Erde T nach dem Mittelpunkte der Sonne und des Planeten, S und V, gezogenen geraden Linien mit einander einschließen, ist am größten, wenn die letztre Linie T V die Bahn des Planeten berührt, und diese ein Kreis ist, in dessen Mittelpunkte sich die Sonne S befindet. Denn der Planet mag sich in der einen Hälfte seiner Bahn, außer V befinden, wo man will, so fällt die aus T zu seinem Mittelpunkte gezogene gerade Linie zwischen T S und T V; und eben so verhält sich die Sache auch in der andern Hälfte der Bahn, an welche man ebenfalls unter einem Winkel, der = S T V ist, aus T eine Berührungslinie ziehen kann. Beobachtet man nun anhaltend die Ausweichung eines untern Planeten und ihre allmähliche Veränderungen, so kann man aus ihrer Größe, wenn sie am größten ist, die Entfernung des Planeten von der Sonne berechnen, unter der Voraussetzung, daß seine Bahn ein Kreis sey, in dessen Mittelpunkte sich die

Sonne befindet. Denn es ist alsdann bey V ein rechter Winkel, und es verhält sich SV zu ST, wie der Sinus von STV zu 1; oder man erhält die Entfernung des Planeten von der Sonne SV, wenn man die Entfernung der Sonne von der Erde ST mit dem Sinus der grösten Ausweichung des Planeten multiplizirt. Dieses Mittels, die Entfernung der untern Planeten von der Sonne zu bestimmen, muß man sich um desto mehr bedienen, da sich hier mit der Parallaxe wenig ausrichten läßt. Denn die Horizontalparallaxe aller Planeten ist, wegen ihrer großen Entfernung von der Erde, mehrentheils so klein, daß sie sich mit keiner Zuverlässigkeit messen läßt, außer bey der Venus und dem Mars, und zwar bloß alsdann, wenn beide Planeten der Erde am nächsten sind.

Wären die Bahnen des Planeten V und der Erde T konzentrische Kreise, in deren gemeinschaftlichem Mittelpunkte S sich die Sonne befände, so sehen Sie leicht, daß die grösste Ausweichung des Planeten immer von gleicher Größe seyn müßte. Allein nach der Erfahrung ist die grösste Ausweichung eines Planeten bey einem Umlaufe bald größer, bald kleiner, als bey dem andern, und es folgt hieraus, daß die Bahnen der Planeten sich so verhalten müssen, wie die Bahn der Erde. Sie sind weder eigentliche Kreise, noch auch haben sie die Sonne in ihrem Mittelpunkte. Wenn man indessen für die beiden äußersten Grenzen der grösten Ausweichung eines Planeten V die Entfernung desselben von der Sonne SV berechnet, und nachher ein Mittel nimmt, so kann dieses wohl von der mittleren Entfernung des Planeten von der Sonne nicht sehr verschieden seyn. So fällt die grösste Ausweichung der Venus zwischen 47 Gra-

den 48 Minuten und 44 Graden 57 Minuten. Theilt man nun die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne in 100 gleiche Theile, so wird S V (da sin. 47 Graden 48 Minuten = 0,7408, und sin. 44 Graden 57 Minuten = 0,706489 ist) 74 oder 70, also ins Mittel 72 solchen Theilen gleich, welches der Wahrheit sehr nahe kommt. Beym Merkur ist S T V zwischen 28 Graden 31 Minuten und 17 Graden 36 Minuten also S V von 30 bis 48, und daher ins Mittel von 39 solchen Theilen.

Anmerkungen.

1. Es seyn E G, B H zwey parallele gerade Linien (Fig. 128), in A das Auge und in C ein Körper. Das Auge werde, ohne sich dessen bewußt zu seyn, in der Zeit t von A nach B, und der Körper in derselben Zeit, ebenfalls nach der Linken, durch C D gleichförmig bewegt; so sieht das Auge den Körper, im Anfange der Zeit t, nach der Richtung A C, und am Ende derselben nach der Richtung B D. Ist nun B E mit A C parallel, so wird C E = A B, und C E drückt die Geschwindigkeit des Auges, so wie C D die Geschwindigkeit des Körpers aus; E D aber ist der Unterschied beider Geschwindigkeiten. Mit dieser Geschwindigkeit E D scheint der Körper dem Auge, die Zeit t über, von E nach D, also nach der Rechten, oder rückwärts, zu gehen, weil es ihn im Anfange dieser Zeit nach der Richtung B E, und am Ende nach der Richtung B D sieht.

Ist A F zwar = A B, aber nicht mit E G parallel, und man zieht F f parallel mit A C, so ist die Geschwindigkeit I D, mit welcher der

Körper zurückzugehn scheint, allezeit kleiner, als ED. Ja sie kann gar = o werden, und der Körper stillstehend zu seyn scheinen, wenn der Winkel BAF so groß ist, daß FD und AC parallel sind. Man sieht hieraus deutlich, daß ein jeder oberer Planet bey seinem Gegenscheine mit der Sonne rückläufig seyn, und im Gegenscheine selbst, wo seine Richtung der Erde parallel und gleich ist, am schnellsten zu gehen scheinen muß. Je weiter er von beiden Seiten dieses Punkts entfernt ist, um desto langsamer wird seine Bewegung, weil die Richtung der Erde gegen die Richtung des Planeten immer stärker geneigt, oder der Winkel BAF immer größer wird, wenn gleich die Geschwindigkeiten der Erde, wie AB und AF, sich immer gleich sind.

Wird aber das Auge nach der Rechten, durch AH = AB, fortgerissen, während daß der Körper von C nach D geht, und man zieht HG mit AC parallel, wie auch DH, so ist CG = AH die Geschwindigkeit des Auges, CD die des Körpers; dieser aber scheint dem Auge mit der Geschwindigkeit GD oder GC + CD nach der Linken, also vorwärts, gegangen zu seyn. Wäre AH mit EG nicht parallel, so würde die scheinbare Geschwindigkeit des Körpers immer kleiner seyn, als GD. Hieraus folgt, daß jeder obere Planet, um die Zeit seiner Zusammenkunft mit der Sonne rechtläufig ist, und in der Zusammenkunft selbst am schnellsten fortgeht.

2. Wenn in C das Auge und in A der Körper ist, dieser in der Zeit t durch AB, jenes durch CD geht, und man zieht DL mit CA parallel, so ist LB = AB — CD die scheinbare Bewegung des Körpers,

die, so wie CD und AB, nach der Linken geht, also rückläufig ist, weil wir in diesem Falle den Körper auf die unter MDE (Fig. 16) befindlichen Fixsterne beziehn. Die rückläufige Bewegung der untern Planeten, findet also um die Zeit der untern Zusammenkunft Statt, und ist bey ihr selbst am größten. Geht (Fig. 128) der Körper nach AH, so ist seine scheinbare Bewegung LH = DC + AH, und der untre Planet ist rechtläufig, weil er von L nach H zu gehen scheint. Seine Bewegung scheint bey seiner obern Zusammenkunft am größten zu seyn, wo AH und CD parallel sind.

Siebzehnter Brief.

Die Gegenscheine der obern Planeten mit der Sonne verdienen mit einer ganz vorzüglichen Sorgfalt beobachtet zu werden. [1] Denn es lassen sich aus solchen Beobachtungen nicht nur die Umlaufszeiten der Planeten, sondern auch ihre Entfernungen von der Sonne bestimmen. Jupiter z. B. kommt alle Jahre mit der Sonne in Gegenschein, und es verfließen zwischen zweyen zunächst auf einander folgenden Gegenscheinen ins Mittel ein Jahr und $33\frac{5}{8}$ Tage; oder, da das Jahr an $365\frac{1}{4}$ Tage hält, $398\frac{7}{8}$ Tage. Ist also die Sonne in S (Fig. 18), und Jupiter bey dem ersten Gegenscheine in D, bey dem nächstfolgenden in E, so hat die Erde, während der Zeit, daß Jupiter durch den Winkel DSE fortging, nicht nur ihre ganze Bahn

in

in $365\frac{1}{4}$ Tagen, sondern auch noch dazu denselben Winkel ASB in $33\frac{5}{8}$ Tagen, durchlaufen. Da sie nun ins Mittel täglich durch $59\frac{1}{8}$ Minuten geht, so legt sie in $33\frac{5}{8}$ Tagen $\frac{994}{30}$ Grade zurück. So groß ist demnach der Winkel DSE, den Jupiter in $398\frac{7}{8}$ Tagen beschreibt. Er geht also nach der Regeldetri durch seine ganze Bahn von 360 Graden in 4333 Tagen oder in 12 Jahren weniger 50 Tagen. Ein anderes Beyspiel mag uns Mars geben. Er war den 30 März 1777, und das nächste Mal darnach den 12 May 1779, im Gegenscheine mit der Sonne. Während dieser Zeit von 2 Jahren 43 Tagen hatte die Erde zwey Mal ihre Bahn und noch in 43 Tagen den Winkel ASB durchlaufen. Dieser hielt also ungefähr 42 Grade, und Mars hatte von einem Gegenscheine bis zum andern 360 + 42 oder 402 Grade in 773 Tagen durchlaufen. Folglich würde er seine ganze Bahn, oder 360 Grade, in 690 Tagen durchlaufen, wenn wirklich immer zwischen jeden zweyen seiner nächsten Gegenscheine 773 Tage verflössen.

Bey den untern Planeten muß man die Zusammenkünfte, anstatt der Gegenscheine, beobachten, welches um desto leichter angeht, da man diese Gestirne durch Fernröhre auch bey Tage neben der Sonne sehen kann. Von einer obern Zusammenkunft des Merkur z. B. bis zur nächstfolgenden verfließen ins Mittel etwas weniger, als 116 Tage. Die Erde geht in dieser Zeit durch 114 Grade ins Mittel. Also durchläuft Merkur 360 + 114 oder 474 Grade in 116 Tagen, folglich 360 Grade in 88 Tagen. Man kann aber auch die Umlaufszeit der untern Planeten aus den Beobachtungen ihrer größten Ausweichungen berechnen.

Indessen können dergleichen Berechnungen nie genau seyn, wenn man nicht solche Beobachtungen, die ziemlich weit aus einander liegen, mit einander vergleicht; weil sowohl die Planeten, als auch die Erde, bald schneller, bald langsamer, in ihren Bahnen fortgehen. Nimmt man aber gute Beobachtungen z. B. von Gegenscheinen, die viele Jahre von einander entfernt sind, und weiß man bereits durch einen ungefähren Ueberschlag die Zahl der Gegenscheine, die zwischen jenen Beobachtungen enthalten sind, so darf man nur mit dieser Zahl die von einer Beobachtung bis zur andern verflossne Zeit theilen, um die mittlere Zeit, welche zwischen zweyen zunächst auf einander folgenden Gegenscheinen verfließt, oder das synodische Jahr des Planeten so genau, als möglich, zu finden, aus welchem sich nachher die mittlere Umlaufszeit desselben leicht berechnen läßt. [2]

Wenn man die Umlaufszeit eines Planeten weiß, so kann man daraus auch seine Entfernung von der Sonne finden. Denn man darf nur am Anfange und am Ende einer solchen Zeit die Richtungen, nach welchen man den Planeten von der Erde sieht, wie auch die Punkte der Erdbahn, in welchen sich alsdann die Erde befindet, genau bemerken. Zieht man nun aus diesen Punkten jene Richtungslinien, so laufen sie in dem Orte des Planeten zusammen, und man findet daher die Entfernung dieses Ortes von der Sonne entweder durch Zeichnung oder durch Rechnung.

Es sey z. B. Jupiter (Fig. 19), in der Richtung SA im Gegenscheine mit der Sonne S gewesen. Die Erde E sey hierauf durch den Quadranten ET gegangen, wozu sie ungefähr 91

Tage Zeit braucht, Jupiter aber habe indessen den Winkel ASI zurückgelegt; so muß dieser an $7\frac{1}{2}$ Grade halten, weil Jupiter in etwa 4333 Tagen 360, also in 91 Tagen $7\frac{1}{2}$ Grade durchläuft. Die Erfahrung lehrt ferner, daß Jupiter, nach einem Gegenscheine, in 91 Tagen ungefähr um $3\frac{1}{2}$ Grad rückwärts geht. Ziehen wir also SB mit TI parallel, so muß der Winkel ASB von $3\frac{1}{2}$ Graden seyn. Daher ist der Winkel TIS von 11 Graden. Denn ziehen Sie ID mit AS parallel, so ist offenbar DIS = ASI, und DIT = ASB, weil TI und SB parallel sind, also TIS = ASI + ASB = 11 Grade. Ferner ist AST ein rechter Winkel, weil ET ein Quadrant ist, und daher IST = 90° — ASI = $82\frac{1}{2}$ Grad und ITS = $86\frac{1}{2}$ Grad. Man hat daher, in dem Dreyecke TIS, TS : SI = sin. 11° : sin. $86\frac{1}{2}$° = 1 : 5,2. Wenn man also die Entfernung der Erde von der Sonne TS in 10 gleiche Theile theilt, so enthält IS, die mittlere Entfernung des Jupiter von der Sonne, 52 solche Theile.

Bey dem Saturn ist unter denselben Umständen den ASI von 3 Graden und ASB, vermöge der Erfahrung, auch von 3 Graden. Also hält TSI 6, und IST, so wie ITS, jeder 87 Grade. Man hat daher TS : IS = sin. 6° : sin. 87° = 1 : 9,5. Folglich hält die mittlere Entfernung Saturns von der Sonne 95 solche Theile, deren 10 auf die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne gehn.

Bey dem Mars ist unter denselben Umständen ASI (Fig. 20), von etwa $47\frac{2}{3}$ Graden. Allein dieser Planet bleibt nach dem Gegenscheine nur an anderthalb Monate rückläufig, hernach geht er

vorwärts, und ist nach 91 Tagen, schon um $6\frac{1}{3}$ Grade ins Mittel vorgerückt. Also fällt hier SB zwischen SA und SI, und der Winkel ASB hält $6\frac{1}{3}$ Grade. TIS aber ist von $47\frac{2}{3}$ — $6\frac{1}{3}$ oder von $41\frac{1}{3}$ Graden. IST dagegen hält 90 — $47\frac{2}{3}$ oder $42\frac{1}{3}$ und daher ITS $96\frac{1}{3}$ Grade. Da nun der Sinus von $96\frac{1}{3}°$ so groß ist, als der von $83\frac{2}{3}°$, so wird wieder IS : TS = sin. $83\frac{2}{3}°$: sin. $41\frac{1}{3}°$ = 1,5 : 1. Es verhält sich also die mittlere Entfernung des Mars von der Sonne zu der mittleren Entfernung der Erde, wie 15 zu 10.

Sie sehen hieraus, wie man im Stande war die Entfernungen der obern und untern Planeten von der Sonne, oder vielmehr ihre Verhältnisse zu der Entfernung der Sonne von der Erde zu bestimmen, ehe man noch die wahre Größe der letztern Entfernung wußte. Nachdem man sich auf diese Art versichert hatte, daß die Erde selbst mit unter die Planeten gehöret, so nahm man an, daß jeder Hauptplanet, so wie die Erde, sich in einer durch den Mittelpunkt der Sonne gehenden Ebne um die Sonne bewege. Diese Voraussetzung, welche wegen der großen Aehnlichkeit zwischen der Bewegung der Erde und der übrigen Hauptplaneten äußerst wahrscheinlich war, wurde nachher durch die Erfahrung aufs vollkommenste bestätigt, und setzte die Astronomen in den Stand, nicht nur die Bahnen der Planeten nach allen ihren Ausmessungen zu bestimmen, sondern auch die Oerter dieser Sterne am Himmel im Voraus genau zu berechnen.

Da jeder Planet fast allezeit eine gewisse bald nordliche bald südliche Breite hat, obgleich diese nie über die Grenzen des Thierkreises geht, so

überzeugte man sich sogleich, daß die Ebne, in welcher er sich bewegt, nicht in die Ebne der Ekliptik fallen könne, sondern sie in einer gewissen geraden Linie durchschneiden müsse. Diese nannte man, so wie bey der Mondbahn, die Knotenlinie, so wie ihre Endpunkte in der himmlischen Ekliptik, wenn man sie sich bis dahin verlängert vorstellte, die Knoten der Planetenbahn. Der aufsteigende Knoten, den man, so wie bey dem Monde, mit ☊ bezeichnet, ist der, durch welchen der Planet von Süden nach Norden heraufsteigt, und der absteigende ☋ der, durch welchen sich seine nordliche Breite in eine südliche verwandelt. Da sowohl die Ebne der Planetenbahn, als auch die der Ekliptik, durch den Mittelpunkt der Sonne geht, so muß auch die Knotenlinie jeder Planetenbahn nach diesem Punkte gerichtet seyn, und ebendeßhalb ist ihre Lage viel schwerer zu bestimmen, als die Lage der Knotenlinie der Mondbahn, welche durch den Mittelpunkt der Erde geht. Zwar kann man die Zeit, in welcher ein Planet in seinen Knoten kommt, und die Richtung, nach welcher er uns alsdann erscheint, wissen, wenn man den Planeten um die Zeit, da seine nordliche oder südliche Breite sehr klein ist, und sich zuletzt in die entgegengesetzte verwandelt, anhaltend und genau beobachtet, weil er im Knoten selbst gar keine Breite hat. Indessen läßt sich dennoch aus einer solchen Beobachtung die wahre Lage der durch die Sonne gehenden Knotenlinie nicht erkennen. Gesetzt es sey S die Sonne (Fig. 129), ABFA die Erdbahn und FSDE die Knotenlinie irgend einer Planetenbahn, so läßt sich zwar, wenn der Planet D in seinem Knoten und die Erde in A ist, der Winkel

SAD durch Beobachtungen bestimmen; will man aber die Lage der Linie FSE wissen, so muß man den Planeten, wenn er wieder in denselben Knoten D kommt, und die Erde an einem andern Orte B ist, auf eine ähnliche Art beobachten. Denn da ich die Gestalt der Erdbahn als bereits bekannt voraussetze, so sehen Sie leicht, daß auch in dem Dreyecke SAB die beiden Seiten SA und SB, wie auch der zwischen ihnen enthaltne Winkel ASB, als bekannt anzunehmen sind. Hieraus aber lassen sich die Winkel SAB, SBA, nebst der Seite AB finden.[3] Nun sind die Winkel SAD und SBD beobachtet worden; also sind auch BAD (= SAD — SAB) und ABD bekannt. Da man folglich in dem Dreyecke BAD alle 3 Winkel nebst der Seite AB kennt, so ist es leicht AD und DB zu finden. Man kennt also nunmehr in dem Dreyecke SAD oder SBD zwey Seiten SA, AD oder SB, BD und den zwischen ihnen liegenden Winkel. Daraus läßt sich der Winkel ASD oder BSD finden,[3] welcher die Lage der Knotenlinie gegen SA oder SB bestimmt. Ist nun CEG ein Theil der himmlischen Ekliptik, und in C der erste Punkt des Widders, so ist der Bogen CE oder der Winkel CSE die aus der Sonne gesehene Länge des Knoten D. Da die Fixsterne unendlich weit von uns entfernt sind, so sind die Linien AC, BC, SC als parallel anzusehen, und CSE ist = CSA + ASE.

Hat man einmal die Lage der Knotenlinie einer Planetenbahn gefunden, so läßt sich auch die Neigung ihrer Ebne gegen die Ebne der Ekliptik bestimmen. Denn es sey FDE die eine Hälfte einer Planetenbahn (Fig. 130), welche sich über die Ebne der Ekliptik erhebt, und sie in der Knotenlinie ESF durchschneidet. In D befinde sich

der Planet. Man lasse aus D eine senkrechte Linie DB auf die Ebne der Ekliptik, und stelle sich durch sie die Ebne DAB so gesetzt vor, daß FSE auf sie, also auch auf die Linien AB und AD, senkrecht ist, so ist der Winkel DAB der Neigungswinkel beider Ebnen. *) Beobachtet man nun die Breite DGB des Planeten in demselben Zeitpunkte, da sich die Erde in der Knotenlinie, in G, befindet, so läßt sich aus diesem beobachteten Winkel DGB, und aus dem Winkel BGA, den ich, da die Lage der Knotenlinie bekannt ist, als bekannt voraussetze, durch eine leichte Rechnung der Winkel DAB oder die Neigung der Planetenbahn finden. 4

Die Bahn eines jeden Planeten fällt also zur Hälfte über und und zur Hälfte unter die Ebne der Ekliptik, und seine Länge und Breite ist entweder heliozentrisch oder geozentrisch, nachdem man ihn entweder aus dem Mittelpunkte der Sonne oder der Erde betrachtet, und auf die Ekliptik reduzirt. So ist, wenn sich die Erde in B befindet (Fig. 129), und in C der erste Punkt des Widders ist, CSB die heliozentrische Länge oder die Sonnenlänge der Erde; CBG aber + 180 Grade ist die geozentrische Länge oder die Erdlänge der Sonne. Denn wir sehen aus B die Sonne S nach der Richtung BSH, und H ist von G um 180 Grade entfernt, da GSH eine gerade Linie ist. Wenn aber (Fig. 130), in D ein Planet in H die Erde, in S die Sonne und DB auf die Ebne der Ekliptik senkrecht, SC aber und HC nach dem ersten Punkte des Widders gerichtet ist, so wird CSH + HSB die

*) III. Band Einleitung 137.

Sonnenlänge, DSB die Sonnenbreite; CHI + IHB die Erdlänge und DHB die Erdbreite des Planeten, welche letztre wir auch schlechtweg seine Länge und Breite nennen. SD ist die Entfernung des Planeten von der Sonne und SB seine reduzirte oder verkürzte Entfernung (distantia curtata). Man kann aber auch die Länge eines Planeten auf seine eigne Bahn beziehn. Man stellt sich in diesem Falle die Ebne der Bahn bis an die Fixsterne verlängert vor, wo sie den Himmel in einer der Ekliptik ähnlichen Kreislinie durchschneidet. Auf dieser Linie, deren Hälfte EcP vorstellen mag (Fig. 129), nimmt man aus dem Knoten E, Ec = EC, und macht diesen Punkt c zum Anfangspunkte, von welchem man die Sonnenlänge des Planeten in seiner Bahn zu zählen anfängt. So ist cSE + ESI die Länge des Planeten I in seiner Bahn. Zieht man aber von der eigentlichen ekliptischen Sonnenlänge eines Planeten die ähnliche Sonnenlänge seines Knotens ab, so bleibt ein Bogen übrig, den man das Argument seiner Breite nennt. Ferner heißt (Fig. 130) der Winkel SHB der Winkel an der Erde oder der Elongazionswinkel, und HSB der Winkel an der Sonne oder der Kommutazionswinkel. Jener ist der Unterschied der Erdlänge des Planeten CHB und der Sonne CHS; dieser der Unterschied der Sonnenlänge des Planeten CSB und der Erde CSH. Der Winkel SBH ist die Parallaxe der Erdbahn. [5]

Anmerkungen.

1. Die Zeit des Gegenscheins der Planeten pflegt in den astronomischen Kalendern allezeit be-

merkt zu werden, damit man verschiedene Nächte vorher und nachher hinter einander den Durchgang der Planeten durch die Mittagsfläche genau beobachten könne. Durch diese Beobachtungen bestimmt man die Abweichung (3 Brief), die Unterschiede in der geraden Aufsteigung (3 Brief) und daraus die Länge der Planeten (5 Brief 1 Anmerk.). So bald die letztre 180 Grade von der Länge der Sonne verschieden ist, so befindet sich der Planet in seinem Gegenscheine. Hat man aber auch den Planeten in diesem Augenblicke nicht beobachtet, so weiß man dennoch, wie viel seine Länge in 24 Stunden vor und nach dem Gegenscheine zugenommen hat, und kann daraus leicht nach der Regeldetri den Zeitpunkt berechnen, da er wirklich im Gegenscheine war. Den Unterschied der geraden Aufsteigungen findet man vermittelst einer recht guten Uhr und kann daher die gerade Aufsteigung selbst für jeden Stern bestimmen, wenn die eines einzigen Hauptgestirns genau bekannt ist. Indessen müssen die Beobachtungen der Durchgänge durch den Meridian, zur Bestimmung der Unterschiede der geraden Aufsteigung, mit der äußersten Genauigkeit gemacht werden, da ein Fehler von 4 Sekunden Zeit, einen Irrthum von einer ganzen Minute in der geraden Aufsteigung verursacht. Die gerade Aufsteigung der Sonne läßt sich aus ihrer beobachteten Abweichung mit der gehörigen Genauigkeit nicht sicher berechnen, als um die Zeit der Nachtgleichen, wo sie ihre Abweichung täglich 23 bis 24 Minuten ändert. Am wenigsten muß man dergleichen Berechnungen um die Zeit der Sonnenwenden trauen, wo oft in 24 Stunden in der Abweichung der Sonne kaum ein Unterschied von 4 bis 5 Minuten ist. Hat man aber einmal

auf irgend eine Art durch die gerade Aufsteigung der Sonne die einiger der vornehmsten Fixsterne genau und sicher bestimmt, so läßt sich hernach durch diese die gerade Aufsteigung eines jeden andern Gestirns finden.

2. Zu diesen Berechnungen muß man sich der Formel $\frac{T\,t}{T-t}$ bedienen, die ich oben erwiesen habe (7 Brief 1 Anm.). Ist z. B. T das Sternjahr des Saturn, t das Sternjahr der Erde, so wird T t: (T — t) dem synodischen Jahre des Saturn gleich. Ist dieses also bekannt und = S, so erhält man $T = \frac{S\,t}{S-t}$. Es ist aber S = 378 Tage 2 Stunden 8 Minuten 8 Sekunden = 32666888 Sekunden, und t = 365 Tage 6 Stunden 9 Minuten 11,6 Sekunden = 31558151,6 Sekunden, also S — t = 1108736,4. Nach diesen Angaben findet man T = 10761 Tage 14 Stunden 39 Minuten 15 Sekunden und dieses ist das Sternjahr des Saturn. Sein tropisches Jahr ist natürlich kleiner, wegen des Verrückens der Nachtgleichen, welches man besonders berechnen muß.

3. In jedem Dreyecke ASB von welchem 2 Seiten AS, BS nebst dem dazwischen liegenden Winkel S, gegeben sind, ist AS + BS : BS — AS = tang. $(\frac{1}{2}$ SAB + SBA) : tang. $(\frac{1}{2}$ SAB — $\frac{1}{2}$ SBA). Hat man nun auf die Art die halbe Summe und den halben Unterschied der Winkel A und B, so erhält man, wenn man beide addirt, den größern, und wenn man eins von dem andern abzieht, den kleinern Winkel. Denn überhaupt sey x + y = a und x — y = b. Addirt man beide Gleichungen, so wird 2x = a + b und x =

$\frac{a+b}{2}$, also die größere Größe dem halben Unterschiede und der halben Summe beider Größen gleich. Zieht man die zweyte Gleichung von der ersten ab, so wird $2y = a - b$ und $y = \frac{a-b}{2}$, also die kleinere Größe der halben Summe, weniger dem halben Unterschiede beider Größen gleich. Hat man aber alle Winkel im Dreyecke ASB nebst 2 Seiten, so ist es leicht die dritte AB zu finden.

Um sich aber von dem obenangeführten Satze zu überzeugen, nehme man das Dreyeck SAB (Fig. 131), dessen 2 Seiten AS, SB nebst dem Winkel S gegeben sind, beschreibe aus dem Mittelpunkte S mit dem Halbmesser SA einen Kreis, verlängere BS in D, und ziehe DA, AE, wie auch EF auf AB mit DA parallel; so ist DB $(= DS + SB) = AS + BS$ und EB $(= SB - SE) = BS - AS$. Da ferner das Dreyeck ASE gleichschenklig ist, so ist $SAE = SEA$. Aber SEA ist, als der äußere Winkel des Dreyecks AEB, $= SBA + EAB$. Also ist auch $SAE = SBA + EAB$ und $EAB = SAE - SBA$ also $2EAB = SAB - SBA$ und $EAB = \frac{1}{2}SAB - \frac{1}{2}SBA$. Ferner ist DSA, als der äußere Winkel des Dreyecks SAB, $= SAB + SBA$. Da nun der Winkel DEA halb so groß ist, als DSA, so ist $DEA = \frac{1}{2}SAB + \frac{1}{2}SBA$. Weil aber DA und EF parallel sind, so ist $DA : EF = BD : BE$. Nun sind DAE, AEF rechte Winkel. Daher wird $AD : AE = \text{tang. } DEA : 1$ und $AE : EF = 1 : \text{tang. } EAB$; also tang. DEA : tang. $EAB = AD : EF = BD : BE$. Setzt man nun die gefundenen Werthe, anstatt DEA,

EAB, BD und BE, so erhält man zuletzt: tang. $(\frac{1}{2}$ SAB $+ \frac{1}{2}$ SBA) : tang. $(\frac{1}{2}$ SAB $- \frac{1}{2}$ SBA) = AS + BS : BS — AS.

4. Es ist nämlich: DB : BG = tang. DGB : 1, weil GDB ein rechter Winkel ist. Ferner ist: BG : BA = 1 : sin. BGA, weil bey A ein rechter Winkel ist. Endlich hat man BA : BD = 1 : tang. BAD, weil auch ABD ein rechtwinkliges Dreyeck ist. Setzt man nun alle diese Verhältnisse zusammen, so erhält man BD : BD = tang. DGB : sin. BGA . tang. BAD. Daher wird $\text{tang. BAD} = \frac{\text{tang. DGB}}{\text{sin. BGA}}$.

5. Durch den Winkel an der Erde und an der Sonne läßt sich die Erdbreite eines Planeten in seine Sonnenbreite verwandeln. Denn es ist SB : BD = 1 : tang. DSB (Fig. 130), und BD : BH = tang. DHB : 1, also SB : BH = tang. DHB : tang. DSB. Da sich nun SB : BH auch wie sin. SHB : sin. BSH verhält, so wird sin. SHB : sin. HSB = tang. DHB : tang. DSB, oder der Sinus des Winkels an der Erde verhält sich zum Sinus des Winkels an der Sonne, wie die Tangente der Erdbreite zur Tangente der Sonnenbreite des Planeten.

So ist auch dem rechtwinkligen Dreyecke DSB, SB : SD = cos. DSB : 1 oder die reduzirte Entfernung des Planeten verhält sich zur wahren, wie der Kosinus seiner Sonnenbreite zum Sinus totus.

In dem sphärischen rechtwinkligen Dreyecke FOW (Fig. 115), ist cos. FW = $\frac{\text{cos. FO}}{\text{cos. OW}}$

(5 Brief 2 Anm.). Stellt nun AFB die Ekliptik eines Planeten, oder den größten Kreis, in welchem die Ebne seiner Bahn die Himmelskugel durchschneidet, und DE die Ekliptik der Erde vor, so ist F der Knoten, FW das Argument der Breite, OW die Sonnenbreite und FO der Theil der Sonnenlänge des Planeten in seiner Bahn, der zwischen ihm und seinem Knoten liegt. Man erhält also den Kosinus dieses Theils, wenn man den Kosinus des Arguments der Breite mit dem Kosinus seiner Sonnenbreite multiplizirt. Daher kann man die eigentliche Sonnenlänge eines Planeten, die sich allemal auf die Ekliptik bezieht, auf die Sonnenlänge in seiner Bahn reduziren, wenn man von ihr die Länge des Knotens abzieht, um so das Argument der Breite zu erhalten. Aus diesem berechnet man, wie ich gezeigt habe, den Theil der Länge in der Bahn, der zwischen dem Planeten und seinem Knotens liegt und addirt zu ihm die Länge des Knoten EC oder Ec (Fig. 129). Die Summe giebt die Länge des Planeten in seiner Bahn.

Achtzehnter Brief.

Wenn man die Umlaufszeit eines Planeten weiß, so ist man im Stande alle Ausmessungen der Bahn desselben um desto genauer zu bestimmen, je richtigere und genauere Kenntnisse man von der Bewegung der Erde um die Sonne hat. Denn es sey (Fig. 132) S die Sonne, A die Erde und SAD der Unterschied zwischen der Erdlänge der

Sonne S und irgend eines Planeten D. Sind nämlich SC und AC nach dem ersten Punkte des Widders gerichtet, so sind beide Linien parallel und CAD ist die Länge des Planeten, CAS aber die Länge der Sonne. Da nun CAD = CAS + SAD ist, so wird SAD = CAD — CAS; und D ist der auf die Ebne der Ekliptik reduzirte Ort des Planeten. Nachdem dieser nun einen ganzen Umlauf geendigt hat, so wird sich wiederum sein reduzirter Ort in D befinden. Gesetzt die Erde sey alsdann in B, von wo man den Planeten abermals beobachtet; so sind in dem Dreyecke ASB, wie ich aus der Theorie der Erde voraussetze, die Seiten AS und SB, nebst dem Winkel ASB genau bekannt, und es lassen sich daher die Winkel SAB, SBA nebst der Seite AB hieraus genau berechnen. *) Dadurch hat man, in dem Dreyecke ADB, die Seite AB nebst den Winkeln DAB, DBA, indem man, um die letztern zu erhalten, von den beobachteten Winkeln SAD, SBD nur die berechneten SAB, SBA abziehen darf. Also ist es leicht, die Seiten AD und BD zu berechnen. Hat man aber diese, so ist in dem Dreyecke SAD der Winkel SAD durch Beobachtung, nebst den zweyen Seiten AS und AD durch Berechnung, bekannt. Man findet also leicht SD und zwar auf eine doppelte Art, durch das Dreyeck ASD nämlich und durch SBD, wie auch die Winkel ADS und BDS.

Der Winkel SAD oder SBD ist der Winkel an der Erde, und ASD oder BSD der Winkel an der Sonne. Durch diese Winkel läßt sich also die von der Erde beobachtete Breite des Planeten

*) Man sehe die 3 Anmerk. des 17 Briefes.

in die Sonnenbreite verwandeln. *) Eben so dient der Winkel an der Sonne ASD oder BSD, um die Sonnenlänge des Planeten zu bestimmen. Denn diese ist = CSD = CSA + ASD. Man erhält aber CSA, wenn man die aus der Erde A gesehene Länge der Sonne CAS oder CSE von 180 Graden abzieht. Die Sonnenlänge des Planeten kann man auf seine Bahn reduziren, deren Knoten man kennt; und aus der reduzirten Entfernung des Planeten SD läßt sich leicht seine wahre Entfernung von der Sonne berechnen. **) Auf diese Art kann man, wenn man eine große Menge genauer Beobachtungen der Planeten vergleicht, die Längen derselben in ihrer Bahn nebst ihren wahren Entfernungen von der Sonne finden, und ihre Bahnen so zeichnen, daß man dabey die mittlere Entfernung der Sonne von der Erde zum Maßstabe annimmt. Thut man aber dieses, so sieht man augenscheinlich, daß die Bahnen der Planeten keine Kreise sind, man mag nun die Sonne in ihren Mittelpunkt, oder außer ihn, setzen.

Kepler bemerkte dieses zuerst bey dem Planeten Mars, dessen Bahn vorzüglich stark ekzentrisch ist. Wiederholte genaue Untersuchungen des Laufs dieses und der übrigen Planeten bewogen ihn überhaupt anzunehmen, daß jeder Planet in einer Ellipse um die Sonne laufe, in deren einem Brennpunkte F sich die Sonne befindet (Fig. 22); und daß die Zeit, in welcher er einen gewissen Bogen seiner Bahn, z. B. DE, durchläuft, sich allezeit, wie die elliptische Fläche DFE, verhalte. Die Erfahrung hat diese Keplerische Theorie nachher so deut-

*) Man sehe die 5 Anm. des 17 Briefes.
**) Man sehe die 5 Anm. des 17 Briefes.

lich bekräftigt, daß heutzutage kein Sternkundiger weiter ihre Richtigkeit bezweifelt.

Jede Planetenbahn (Fig. 22) hat daher, als eine Ellipse, eine große Axe AB, welche man die Apsidenlinie nennt, weil die Punkte A und B die Apsiden heißen. In dem einen A ist der Planet in seiner Sonnennähe (Perihelium), in dem andern B in seiner Sonnenferne (Aphelium). Wenn aber C der Mittelpunkt der Ellipse ist, so heißt CF die Ekzentrizität, und ein Kreis, der aus C mit dem Halbmesser CA oder CB beschrieben wird, der ekzentrische Kreis der Planetenbahn. Die gerade Linie FD, welche, wenn in D der Planet ist, die Mittelpunkte der Sonne und des Planeten vereinigt, heißt der Führer (radius vector). Stellt man sich vor, daß der Planet sie, während seines ganzen Umlaufs, immer mit sich führt, und daß sie so wächst und abnimmt, wie des Planeten Entfernung von der Sonne, so verhält sich der Raum, den diese Linie beschreibt, immer wie die Zeit, in welcher der dazu gehörige Bogen durchlaufen wird. Die Bewegung eines jeden Planeten in seiner Bahn ist daher jederzeit mehr oder weniger ungleichförmig, am geschwindesten in der Sonnennähe, und am langsamsten in der Sonnenferne. Denn wenn BE und AD gleiche Bogen sind, so sehen Sie leicht, daß der Ausschnitt EFB größer ist, als der Ausschnitt AFD. Also ist auch die Zeit durch BE größer, als die durch AD, weil sich die eine zur andern, wie der eine Ausschnitt zum andern verhält, und der Planet geht folglich in BE langsamer, wie in AD. Ueberhaupt richtet sich die Zeit, in welcher ein Planet einen gewissen Bogen seiner Bahn beschreibt, weder nach der Größe dieses

Bogens,

Bogens, noch des Winkels, den zwey aus seinen Endpunkten an die Sonne gezogene gerade Linien mit einander machen, sondern bloß nach dem elliptischen Ausschnitte, der zwischen diesen Linien liegt.

Die Astronomen sehen den Zeitpunkt, da ein Planet in seine Sonnenferne kommt, als den Anfang seines Umlaufs an, und setzten daher gewöhnlich voraus, daß die elliptischen Ausschnitte, wodurch die Zeiten seiner Bewegung gemessen werden, in der Sonnenferne anfangen. Wenn ADG (Fig. 133), die halbe Bahn eines Planeten, AG ihre große Axe, C ihr Mittelpunkt, F ihr in die Sonne fallender Brennpunkt, und ABIG ihr halber ekzentrischer Kreis, der Planet aber aus seiner Sonnenferne A bereits bis D fortgelaufen ist, so heißt der Winkel AFD seine wahre Anomalie (anomalia vera seu coaequata). Zieht man durch D die BE auf AG senkrecht, so nennt man den Winkel ACB die ekzentrische Anomalie. Stellt man sich aber gleichsam einen erdichteten Planeten vor, der ganz gleichförmig in ebenderselben Zeit durch den ekzentrischen Kreis läuft, in welcher der wirkliche Planet durch seine Bahn geht, und befindet jener sich in I, indem der wirkliche Planet in D ankommt, so verhält sich der Bogen AI zu seinem ganzen Umkreise von 360 Graden wie die Zeit, in welcher der wirkliche Planet aus A nach D gekommen ist, zu der Zeit seines ganzen Umlaufs. Man nennt diesen Bogen, oder den dazu gehörigen Winkel ACI, die mittlere Anomalie, und Sie sehen leicht, daß sie sich allemal, so wie der elliptische Ausschnitt AFD, verhalten muß. Der Unterschied zwischen der mittleren und wahren Anomalie heißt

die Gleichung des Mittelpunkts (aequatio centri. Prostaphaeresis). Der Winkel CLF ist diese Gleichung, weil die mittlere Anomalie ACI, als der äußere Winkel des Dreyecks CLF, der Summe der Winkel CLF und CFL gleich, der letztre aber die wahre Anomalie ist. Da alle Planeten um die Zeit ihrer Sonnenfernen langsam, und um die Zeit der Sonnennähen, geschwinde fortgehen, so läßt sich leicht begreifen, daß Anfangs wenn der Planet aus A nach der Ordnung der Zeichen fortgeht, ACI immer größer, hernach aber, in der andern Hälfte seiner Bahn, immer kleiner seyn werde, als AFD. Denn wenn Sie sich vorstellen, daß die Linien FD und CI sich zusammen so drehen, daß sie beide zugleich in der Sonnennähe nnd hernach wieder zugleich in A ankommen, so sehen Sie deutlich, daß durch den halben Kreis ABG der Winkel ACI der äußere und größere, hernach aber durch den andern halben Kreis der innere und kleinere, in Ansehung des Winkels AFD, seyn müsse. Daher ist die Gleichung des Mittelpunkts in den ersten sechs Zeichen, von der Sonnenferne bis zur Sonnennähe, immer negativ, und in den letzten sechs Zeichen positiv. I

Wenn man den wahren Ort eines Planeten berechnen will, so muß man zuerst seinen mittleren Ort suchen. Daher sind die mittleren Anomalien der Planeten bey dergleichen Rechnungen ganz unentbehrlich. Die Aufgabe: aus der mittleren Anomalie eines Planeten seine wahre Anomalie zu finden, oder, welches ebendasselbe ist, aus der Zeit, die von dem Augenblicke, da er durch die Sonnenferne ging, bis jetzt verstrichen ist, den wahren gegenwärtigen Ort desselben in seiner Bahn

zu bestimmen, nennt man die Keplerische Aufgabe. Ihre Auflösung ist mit vielen Schwierigkeiten verknüpft, und die Astronomen behelfen sich dabey, so wie in vielen andern Fällen, mit Versuchen und Näherungen. [2]

Außer dem Zeitpunkte, da ein Planet durch seine Sonnenferne ging, den man als die Epoche ansieht, von welcher man seine mittlere Bewegung zu rechnen anfängt, und außer der mittleren Geschwindigkeit desselben, die man aus seiner Umlaufszeit bestimmt, muß man noch die Ekzentrizität und Neigung seiner Bahn, wie auch die Lage der Apsiden und der Knotenlinie nothwendig wissen, wenn man sich in den Stand setzen will, seinen Lauf gehörig zu berechnen. Man nennt diese Stücke die Elemente seiner Bahn, weil sie, um die letztere vollkommen zu bestimmen, wesentlich und unentbehrlich sind. Die Lage der Apsiden und den Durchgang des Planeten durch sie, kann man, so wie auch die Ekzentrizität, aus der größten und kleinsten Geschwindigkeit des Planeten in seiner Bahn finden, wenn man ihn häufig und genau beobachtet, und die Beobachtungen, die sich aber sehr nahe, und höchstens nur etwa um den 500sten Theil der ganzen Umlaufszeit von einander entfernt seyn müssen, auf die Bahn desselben zurückbringt. So sieht man, wenn er in seiner Bahn am geschwindesten und wenn er am langsamsten fortgegangen ist, wenn er also in der Sonnennähe und in der Sonnenferne war. Das Verhältniß aber seiner größten und kleinsten Geschwindigkeit giebt die Ekzentrizität seiner Bahn; nur muß man dabey nicht vergessen, daß die beobachteten und reduzirten Räume der Geschwindigkeiten bloße Winkel sind. [3]

Uebrigens sind die Astronomen gewohnt, die halbe große Axe jeder Planetenbahn durch 1; die kleine Axe aber und die Ekzentrizität durch einen Bruch, der sich auf jene Einheit bezieht, auszudrücken.

Wenn man die Umlaufszeit eines Planeten und also seine mittlere Geschwindigkeit kennt, so sind drey gute Beobachtungen, besonders wenn zwey um die Zeiten der mittleren und eine um die Zeit der größten oder kleinsten Entfernung des Planeten von der Sonne, gemacht worden sind, hinreichend, um die ganze Bahn des Planeten zu bestimmen. Man vergleicht nämlich die wahren Geschwindigkeiten des Planeten zwischen den Beobachtungen, oder die Winkel, durch welche er von der einen bis zur andern wirklich gelaufen ist, mit seiner mittleren Geschwindigkeit, oder mit den Bogen, die er in denselben Zeiten hätte durchlaufen müssen, wenn er mit seiner mittleren Geschwindigkeit fortgegangen wäre. Hernach sucht man die Ekzentrizität und die Lage der Axen einer Ellipse, in welche diese Verhältnisse der wahren und der mittleren Geschwindigkeit passen. Auch hier behilft man sich mehrentheils mit Näherungen und Versuchen, indem man Anfangs die Lage der Apsidenlinie und die Ekzentrizität bloß wahrscheinlich bestimmt, nachher die wahre Anomalie, dieser Voraussetzung gemäß, in die mittlere verwandelt, und sie mit den mittleren Geschwindigkeiten des Planeten vergleicht. Denn so sieht man leicht, ob und wie man geirret hat, und kann dem zu Folge sich der Wahrheit, durch neue Voraussetzungen, immer mehr nähern.

Ueberhaupt hat die Astronomie durch Keplers große Entdeckungen eine ganz neue Gestalt gewonnen, und man ist jetzt im Stande durch sie aus einigen

wenigen guten Beobachtungen, die ganze Bahn eines himmlischen Körpers viel genauer zu bestimmen, als es vordem selbst durch eine große Menge derselben nicht möglich war. Auch die Erde bewegt sich in einer Ellipse nach dem Keplerischen Gesetze um die Sonne, und es ist vorzüglich viel daran gelegen, ihre Bahn mit der äußersten Sorgfalt und Genauigkeit zu untersuchen, weil die beobachteten Längen und Breiten der Gestirne unmöglich richtig auf ihre Sonnenlängen und Sonnenbreiten reduzirt werden können, wenn die Ausmessungen der Erdbahn nicht aufs allergenaueste bestimmt sind, so daß man sagen kann, daß unsere Kenntnisse von den Bewegungen der himmlischen Körper um desto zuverlässiger sind, je genauer wir die Bewegung der Erde um die Sonne kennen.

Wenn man weit von einander entfernte Beobachtungen der Sonnenfernen, und der Längen, welche die Sonne in dem Augenblicke hatte, da die Erde am weitesten von ihr war, mit einander vergleicht, so findet man, daß die Apsiden der Erdbahn, nach der Ordnung der Zeichen, allmählich vorwärts rücken. Zum Theil ist diese Bewegung wohl nur scheinbar und dem Vorrücken der Nachtgleichen zuzuschreiben, durch welche auch die Länge der unbeweglichen Fixsterne vermehrt wird. Allein dennoch scheint das Vorrücken der Apsiden der Erde etwas größer zu seyn, als daß man es ganz allein dem Rückgange der Nachtgleichungspunkte zuschreiben könnte, wiewohl sich, aus Mangel alter guter Beobachtungen, nichts Zuverlässiges hierin bestimmen läßt. Man setzt indessen gewöhnlich das Vorrücken der Apsiden der Erde, in Beziehung auf die Punkte der Nachtgleichen, auf 1 Minute 4 bis 6 Sekunden jähr-

lich, und in Beziehung auf die Fixsterne auf $13\frac{1}{2}$ bis 17 Sekunden. Nach der Newtonschen Theorie beträgt es nur 6 Sekunden 55 bis 57 Terzien jährlich. Die Sonne braucht also, um aus der Erdferne wieder in dieselbe zu kommen, mehr, als ein tropisches Jahr, ja selbst mehr, als ein Sternjahr, Zeit. Delalande setzt diese Zeit auf 365 Tag 6 Stunden 15 Minuten 20 Sekunden und man nennt sie das anomalistische Jahr, weil die Erde, nach Ablauf dieses Jahres, wieder dieselbe mittlere Anomalie erhält, die sie im Anfange desselben hatte.

Auf eine ähnliche Art rücken auch die Apsiden aller übrigen Planetenbahnen sehr langsam vorwärts, so wie die Knoten derselben rückwärts. Man kann diese Bewegung der Apsiden, in Ansehung der Fixsterne, als eine, besonders durch die Beobachtungen des Mars, unleugbar bestätigte Thatsache ansehen.

Anmerkungen.

1. Wenn man über der großen Axe AB (Fig. 120) einer Ellipse aus ihrem Mittelpunkte C einen Kreis beschreibt, und aus irgend einem Punkte G die Linie GH durch die Ellipse in I auf AB senkrecht zieht, so verhält sich allezeit GH zu IH, wie die große Axe der Ellipse a zu der kleinen b (Brief 7 Anmerk. 2). Ist nun gh der GH unendlich nahe, so kann man GghH, IihH als Rechtecke ansehen, weil wirkliche Rechtecke von der Höhe GH, IH nur unendlich wenig von diesen Streifchen verschieden seyn würden. Also verhalten sich auch diese Streifchen Gh, Ih wie a zu b. *) Man kann aber offenbar den

*) III. Band Einleitung 47.

ganzen Raum BGH, BIH in gleich viele solche Streifchen zerlegen. Also verhalten sich auch diese Räume wie a : b. Eben das kann man von den Räumen GECH, IMCH sagen. Sie sind in demselben Verhältnisse. Ja die ganze Fläche des Kreises ADEB verhält sich zur ganzen elliptischen Fläche wie a : b. Nun verhalten sich die Kreisflächen wie die Quadrate ihrer Durchmesser. Hätte also ein Kreis eine der elliptischen völlig gleiche Fläche, und wäre sein Durchmesser d, so müßte sich $a^2 : d^2 = a : b$ verhalten, weil der Durchmesser des Kreises ADGB, a ist. In diesem Falle nämlich würde die Kreisfläche ADGB sich zu der elliptischen völlig eben so verhalten, als zu der Kreisfläche des Durchmessers d (Einleit. 116 III. Band). Also ist $d^2 = \frac{a^2 b}{a} = ab$, und $d = \sqrt{ab}$ oder der Durchmesser eines der Ellipse gleichen Kreises ist die mittlere geometrische Proporzionallinie zwischen der großen und der kleinen Axe der Ellipse (Einl. 44 III Band).

Stellt man sich also aus dem Brennpunkte F (Fig. 134), einer elliptischen Planetenbahn, mit einem Durchmesser FB oder FD, der die mittlere Proporzionale zwischen den Axen jener Bahn ist, einen Kreis beschrieben vor, so wird dieser die Ellipse in zweyen Punkten B und D durchschneiden, und seine Fläche der elliptischen Fläche gleich seyn. Bewegt sich nun ein Punkt ganz gleichförmig im Umfange dieses Kreises, und durchläuft er ihn genau in derselben Zeit, in welcher der Mittelpunkt des Planeten seinen Umlauf endigt, so hat er offenbar die mittlere Geschwindigkeit des Planeten, und jeder Bogen DH, den er in einer gewissen Zeit durchläuft, verhält sich zum ganzen

Umkreise von 360 Graden, wie jene Zeit zu der ganzen Umlaufszeit. Gesetzt e liege unendlich nahe an D, und Fe durchschneide die Ellipse in d, so verhält sich die unendlich kleine Zeit t, in welcher der Punkt den Bogen De durchläuft, zu der ganzen Umlaufszeit T, wie De zu 360 Graden, oder, welches einerley ist, wie der Ausschnitt DFe zu der ganzen Kreisfläche. Kommt aber der Mittelpunkt des Planeten nach D, so läuft er durch Dd in einer Zeit m, die sich zu seiner ganzen Umlaufszeit, wie der Ausschnitt DFd zu der ganzen elliptischen Fläche verhält. Da nun ed nur ein unendlich kleiner Theil von Fd ist, so kann man ihn als Nichts ansehn, wenn Fe und FD nur nahe genug an einander liegen. In diesem Falle also ist De = Dd, und DFd = DFe. Da es uns nun frey steht, Fe so nahe an FD uns vorzustellen, als wir wollen, und auch die Umlaufszeiten von beiden Seiten gleich sind, so folgt, daß der Planet in B und D seine mittlere Geschwindigkeit hat und t = m ist. Unter diesen Punkten, im Bogen BGD, ist seine Geschwindigkeit allenthalben größer, und über B und D, im Bogen BAD, ist sie allenthalben kleiner, als die mittlere. Jeder Winkel AFM im obern Theile der Ellipse wird langsamer beschrieben, als ein gleicher Winkel HFL im Kreise, weil der Ausschnitt AFM, also auch die Zeit durch AM, größer ist, als der Ausschnitt HFL und die Zeit durch HL. Im untern Theile der Ellipse verhält sich dagegen die Sache umgekehrt, weil hier die Ausschnitte des Kreises größer sind, als die der Ellipse.

Wenn also ein Planet (Fig. 133), aus seiner Sonnenferne A sich zu bewegen anfängt, so ist

Anfangs seine mittlere Anomalie ACI immer größer, als die wahre AFD, und der Ueberschuß der erstern über die letztre, oder die Gleichung CLF, nimmt täglich mehr zu, weil der wahre Planet immer fortfährt sich langsamer zu bewegen, als der erdichtete. Dies dauert, bis jener in H ankommt, wo sein Führer FH die mittlere Proporzionale zwischen den Axen der elliptischen Bahn ist. Von hier an wird die Geschwindigkeit des wahren Planeten größer, als des erdichteten, und wächst immer mehr, so, daß FLC immer mehr abnimmt. Also ist in H die Gleichung des Mittelpunkts am größten. In G ist sie = o, und in der andern Hälfte der Ellipse nimmt der Ueberschuß der wirklichen Geschwindigkeit über die mittlere, also auch die Gleichung, die aber hier negativ ist, immer mehr zu, bis zu einem Punkte, der H gegen über liegt, und eben so weit von F abstieht. Hier ist die Gleichung wieder am größten; weiterhin nimmt sie immer mehr ab, und verschwindet zuletzt in A ganz.

Die beiden Punkte der größten Gleichung des Mittelpunkts lassen sich durch häufige Beobachtungen ziemlich genau bestimmen. Denn sie liegen da, wo ein Planet sich mit seiner mittleren Geschwindigkeit bewegt. Die Astronomen brauchen sie vorzüglich zu einer genauen Bestimmung der Ekzentrizität der Planetenbahnen.

2. Man sucht gewöhnlich zuerst die ekzentrische Anomalie aus der mittlern auf folgende Art. Zuerst ist die mittlere Anomalie ACI (Fig. 133), oder vielmehr der Ausschnitt ACI zum ganzen ekzentrischen Kreise, wie der Bogen AI zu 360. Eben so verhält sich aber auch der elliptische Aus-

schnitt AFD zur ganzen elliptischen Fläche. Da nun die Kreisfläche sich zur elliptischen, wie ich in der ersten Anmerkung gezeigt habe, wie a : b verhält, so müssen auch die Ausschnitte ACI und AFD sich wie a : b, oder wie die elliptischen Axen, verhalten.

Weiter verhalten sich auch die Abschnitte ABE und ADE, wie ich in der ersten Anmerkung gezeigt habe, wie a : b oder wie BE : DE, und die rechtwinkligen Dreyecke EBF, EDF sind in demselben Verhältnisse. Daher ist auch die Fläche AFB zur Fläche AFD, wie a : b, und also ACI = AFB.

Von diesen beiden gleichen Räumen nehme man ACB weg, so bleibt BCI = BCF. Man verlängere BC und ziehe FO auf sie senkrecht, so ist das Dreyeck BCF = $\frac{1}{2}$BC.FO, und der Ausschnitt BCI = $\frac{1}{2}$BC.BI (III. Band Einl.). Also ist der Bogen BI der geraden Linie FO gleich.

Um nun diese beiden Linien vergleichen zu können, verwandelt man die Ekzentrizität CF in einen Bogen, welches leicht angeht, da man sie in einem Bruche ausgedrückt kennt, dessen Einheit CA ist, und CA die Länge eines Bogens von 57 Graden 17 Minuten 44,8 Sekunden des ekzentrischen Kreises hat (III. Band Einleitung 124). Nun kennt man AI aus der Zeit, die seit dem letzten Durchgange des Planeten durch seine Sonnenferne A bis zu seiner Ankunft in D verflossen ist. Man nimmt also AB etwas kleiner, als AI und da der Winkel FCO = ACB ist, so berechnet man nach dieser Voraussetzung zum Versuche FO aus CF, indem man letzteres mit sin. ACB vermehrt. Nun sieht man zu, ob FO so groß

wird, als BI nach der Annahme seyn muß. Findet dieses nicht Statt, so sieht man wenigstens gleich, ob man AB zu groß oder zu klein angenommen hat. Man probirt daher aufs neue und setzt das so lange fort, bis FO durch die Rechnung in Graden, Minuten und Sekunden eben so groß wird, als AI — AB nach der Annahme. Hat man dieses erlangt, so ist AB richtig bestimmt, und man kennt nunmehr die ekzentrische Anomalie ACB.

Um aber aus der ekzentrischen Anomalie ACB die wahre AFD zu finden, beschreibe man (Fig. 135) aus F durch D einen Kreis, der in H die große Axe durchschneidet, und ziehe BG und DH. Nennt man nun die große Axe der Ellipse a, die kleine b, so ist $FD = \frac{1}{2}a + \frac{2CE.FC}{a}$ und $FC = \frac{1}{2}\sqrt{(a^2 - b^2)}$ (7 Brief 2 Anm.). Nun ist $HE = FD + FC + CE = \frac{1}{2}a + \frac{2CE.FC}{a} + FC + CE = (\frac{1}{2}a + CE)(1 + \frac{2FC}{a})$. Da nun $GE = \frac{1}{2}a + CE$ ist, so wird $HE : GE = 1 + \frac{2FC}{a} : 1 = a + 2FC : a$. Verbindet man mit dieser die Proporzion: $BE : DE = a : b$, so wird $HE . BE : GE . DE = a + 2FC : b$.

Aber dieses Verhältniß ist auch $= \sqrt{FA} : \sqrt{FG}$. Denn FA ist $= \frac{1}{2}a + FC$ und $FG = \frac{1}{2}a - FC$, also, wenn man von beiden Seiten mit $\frac{1}{2}a + FC$ multiplizirt, $FA : FG = (\frac{1}{2}a + FC)^2 : \frac{1}{4}a^2 - FC^2$. Ist nun CM die

halbe kleine Axe und $= \frac{1}{2}b$, so wird $MF = \frac{1}{2}a$, also $\frac{1}{4}a^2 = \frac{1}{4}b^2 + CF^2$ und $\frac{1}{4}a^2 - FC^2 = \frac{1}{4}b^2$. Daher wird $FA : FG = (\frac{1}{2}a + FC)^2 : \frac{1}{4}b^2$, und $\surd FA : \surd FG = \frac{1}{2}a + FC : \frac{1}{2}b = a + 2FC : b = HE . BE : GE . DE$.

Es ist aber $HE : ED = 1 :$ tang. DHE und $GE : EB = 1 :$ tang. BGE; also $HE . BE : GE . DE =$ tang. BGE : tang. DHE $= \surd FA : \surd FG$. Nun sind die Winkel an den Umkreisen BGE und DHE halb so groß, als die Winkel an den Mittelpunkten BCE und DFE. Nennt man also jenen, oder die ekzentrische Anomalie, E, diesen, oder die wahre Anomalie A, so wird: tang. $\frac{1}{2}$ E : tang. $\frac{1}{2}$ A $= \surd FA : \surd FG$.

Rückwärts läßt sich die mittlere Anomalie aus der wahren leichter finden. Denn wenn diese, oder A, bekannt ist, so sucht man die ekzentrische Anomalie E durch die Formel: $\surd FG : \surd FA =$ tang. $\frac{1}{2}$ A : tang. $\frac{1}{2}$ E. Hat man E, oder ACB, so berechnet man FO aus der Ekzentrizität. Man macht nämlich $FO = FC$ sin. ACB, so hat man den Unterschied $BI = FO$ zwischen der ekzentrischen und mittleren Anomalie.

3. Wenn ein Körper sich um eine gewisse Axe dreht, so bewegt sich fast jeder seiner Punkte mit einer verschiedenen Geschwindigkeit. Indessen kann man die Geschwindigkeit aller seiner Punkte bestimmen, so bald man nur ihre Entfernung von der Axe und die Geschwindigkeit eines einzigen Punkts weiß. Um also die Geschwindigkeit des ganzen Körpers auf eine deutliche und bestimmte Art auszudrücken, nimmt man eine gewisse Entfernung von der Axe zur Einheit an, und nennt die Geschwindigkeit, welche ein jeder Punkt hat,

der sich in dieser Entfernung befindet, die Winkelgeschwindigkeit des Körpers. Man drückt sie durch den Kreisbogen p aus, den ein solcher Punkt in einer Sekunde gleichförmig durchläuft, oder durchlaufen kann. Hat ein anderer Punkt, in der Entfernung x von der Axe, die Geschwindigkeit c, so ist die Winkelgeschwindigkeit des Körpers $p = \frac{c}{x}$. Denn es ist $1 : x = p : c$. Was ich von einem Körper gesagt habe, gilt auch von einer jeden Linie, die sich um einen gewissen Punkt dreht.

Bey einem Planeten verhalten sich daher (Fig. 134) die Winkelgeschwindigkeiten seines Führers, wie die Winkel selbst, durch welche der Führer, bey der Bewegung des Planeten, in sehr kleinen und gleichen Zeiten geht. Denn es sey FH = FI = 1, und LH der Bogen des mit dem Halbmesser 1 beschriebenen Kreises, durch welchen der Punkt H, so wie IN der Bogen, durch welchen I, in derselben Zeit geht, da der Planet in seiner Bahn die Bogen AM, GO durchläuft; so verhalten sich HL und NI, wie die Winkelgeschwindigkeiten des Führers FA, wenn die Zeiten durch AM und GO gleich und sehr klein sind, weil man alsdann die Bewegung des Planeten in AM und GO als gleichförmig ansehen kann. Sie sind aber offenbar auch die Maße der Winkel AFM, GFO, durch welche der Führer indessen gleichförmig gegangen ist.

Wenn AM und GO sehr klein sind und etwa nur $\frac{1}{000}$ der ganzen Bahn ausmachen, so kann man sie als kleine Kreisbogen ansehen. Die zu den Halbmessern FA und FG gehören. Es

ist alsdann $LH = \frac{AM}{FA}$ und $NI = \frac{OG}{GF}$, also $LH : NI = \frac{AM}{FA} : \frac{OG}{GF}$. Werden nun AM und GO in gleichen Zeiten beschrieben, so sind die Ausschnitte AFM, FOG einander gleich. Also $AM \cdot FA = OG \cdot GF$ und $AM : OG = GF : FA$. Es ist daher auch $LH : NI = \frac{AM}{FA} : \frac{OG}{GF} = \frac{1}{FA^2} : \frac{1}{GF^2}$, oder die Winkelgeschwindigkeiten des Führers verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate seiner Längen.

Wenn man daher die Winkel, welche der Führer eines Planeten in zweyen sehr kleinen gleichen Zeiten durchgegangen ist, durch Beobachtungen gefunden hat, so kann man daraus das Verhältniß der Entfernungen von der Sonne, welche der Planet damals gehabt hat, folglich auch die Gestalt seiner Bahn, bestimmen.

Uebrigens läßt sich die Lage der Apsidenlinie auch dadurch finden, daß man solche Beobachtungen, wo der himmlische Körper in gerade entgegengesetzten Punkten seiner Bahn war, wie in A und G, oder in D und B, unter sich vergleicht. Denn nie, als wenn A und G die Apsiden sind, kann die Zeit seines Laufs von einer Seite, von G nach A, der Zeit von der andern Seite, von A nach G, gleich seyn. In allen übrigen Stellen sind beide Zeiten ungleich; z. B. die Zeit von D nach B ist kleiner, als die von B nach D, weil der Körper um G herum geschwinder läuft, als um A.

Neunzehnter Brief.

Die ganze Götterlehre der Alten scheint von der Sternkunde entsprungen, und nachher mit allerhand Fabeln ausgeschmückt worden zu seyn. Man machte die Planeten zu Bewohnern des Himmels, zu Göttern. Saturn war ein Sohn des Himmels, weil er, nach der Meinung der Alten, den höchsten Platz hatte und zunächst unter dem Himmel der Fixsterne stand. Er war ein abgelebter Alter, weil er sich so sehr langsam bewegte, und ein Gott der Zeit, weil er zu jedem Umlaufe so viele Zeit nöthig hatte. Jupiter war der größte und höchste Gott, weil er unter allen Planeten beynahe der größte, und nächst dem unansehnlichen Saturn, der höchste ist. Mars war der Gott des Krieges, weil er ein röthliches Licht hat, und blutig zu seyn scheint. Venus, der schönste und hellste Stern am Himmel, war die Gottheit der Schönheit, und eine Göttin, weil die Schönheit vorzüglich dem weiblichen Geschlechte eigen ist. Endlich machte man den Merkur zu einem Boten der Götter, weil man ihn allezeit nur nahe an der Sonne sah, um welche er schneller, als irgend ein anderer Planet, herumlief.

Saturn hat den höchsten Rang in unserm Sonnensystem, den er Jahrtausende hindurch behauptet hatte, verloren, nachdem Herr Herschel, der in England lebt, aber ein Deutscher ist, im Jahre 1781 einen neuen bisher ganz unbekannten Planeten entdeckt hat. Dieser Planet, den man nach seinem Entdecker Herschel ♅, sonst auch Uranus, nennt, ist so klein, als ein Fixstern

sechster Größe, und bloßen Augen kaum sichtbar. Er ist ins Mittel 19 Mal weiter von der Sonne entfernt, als die Erde, und braucht fast 84 Jahre Zeit, um seine Bahn ein Mal zu durchlaufen. Die Neigung seiner Bahn gegen die Ekliptik ist sehr geringe und macht etwa $\frac{3}{4}$ Grade aus. Sein Durchmesser hat noch nicht auf eine zuverlässige Art bestimmt werden können. Herr Herschel giebt seinen scheinbaren Durchmesser auf ungefähr 4 Sekunden an, und den wahren 4,31769 Mal so groß, als den Durchmesser der Erde. Ob und wie schnell er sich um seine Axe dreht, weiß man noch nicht. Aber es laufen um ihn zwey Trabanten, die auch Herr Herschel 1787 entdeckt hat. Ihre Umlaufszeit ist von einer bis zwey Wochen, und sie sind ihrem Hauptplaneten so nahe, daß sie sich von ihm nur, der eine auf 33, der andre auf etwas über 44 Minuten entfernen. Aber das sonderbarste ist die ungewöhnlich große Neigung ihrer Bahnen gegen die Ekliptik, die fast an 90 Grade beträgt. I

Zwischen 1790 und 1794 hat Herr Herschel vier neue äußerst schwach erleuchtete und selbst durch seine vortreffliche Werkzeuge schwer zu unterscheidende Trabanten um den seinen Namen führenden Hauptplaneten entdeckt. Der erste ist der innerste, und verrichtet seinen Umlauf in 5 Tagen 21 Stunden 25 Minuten. Der zweyte neuentdeckte ist der dritte in der Ordnung, und seine Umlaufszeit beträgt 10 Tage 23 Stunden 4 Minuten. Der dritte neuentdeckte ist der fünfte in der Ordnung, und läuft in 38 Tagen 1 Stunde 49 Minuten um seinen Hauptplaneten. Der vierte neuentdeckte endlich ist der äußerste und sechste. Seine Umlaufszeit beträgt 107 Tage 16

Stunden

Stunden 40 Minuten. Herschel ist also mit 6 Trabanten umgeben, von denen der zweyte und vierte bereits 1787 entdeckt worden sind.

Außerdem scheint dieser Planet, nach den neuesten Beobachtungen seines Entdeckers, um die Pole stark abgeplattet, und mit zweyen Ringen, die rechtwinklig auf einander stehen, umgeben zu seyn. Auch scheinen zwey von seinen Trabanten sich rückläufig in ihren Bahnen zu bewegen, und sich hierin von allen übrigen Planeten zu unterscheiden.

Saturn ♄ erscheint dem bloßen Auge, als ein bleicher unansehnlicher Stern. Er ist ins Mittel $9\frac{1}{2}$ Mal weiter von der Sonne entfernt, als die Erde, und durchläuft seine Bahn in $29\frac{1}{2}$ Jahren. Die Kugel des Saturns ist abgeplattet, und der Durchmesser ihres Aequators verhält sich zum Durchmesser ihrer Axe, nach Herrn Herschel, wie 2281 zu 2061. Nach demselben ist jener 11,29 Mal größer, als der größte Durchmesser der Erdkugel, und sie selbst daher, die Kugel des Saturns, an 1439 Mal größer, als die Erdkugel. Sie dreht sich um ihre Axe, und zwar in 10 Stunden 14 Minuten 4 Sekunden ein Mal, wenn man aus den zahlreichen unmittelbaren Beobachtungen Herrn Herschels ein Mittel nimmt. Man sieht auf ihr veränderliche Streifen. Daraus, und aus den Erscheinungen der Trabanten des Saturns, die, indem sie hinter ihn treten, lange an seiner Scheibe zu hängen scheinen, schließt Herr Herschel auf die Atmosphäre dieses Planeten. [2]

Als man den Saturn durch Fernröhre zu betrachten anfing, entdeckte man bald ganz ungewöhnliche Veränderungen in seiner Gestalt. Denn bald sah man an jeder Seite seiner Scheibe eine

Art von Henkel, bald verwandelten sich diese Henkel in helle Arme, bald verschwanden sie ganz, so daß sich bloß die runde Scheibe ohne allen Anhang zeigte. Hungens, welcher den Saturn mit vorzüglicher Aufmerksamkeit und durch besonders gute Fernröhre anhaltend beobachtete, bewies zuerst, daß Saturn mit einem sehr dünnen, aber breiten, dunkeln und von der Sonne erleuchteten Ringe umgeben sey, daß dieser Ring oder Gürtel um die Mitte seiner Kugel konzentrisch herumgehe, und daß zwischen ihm und der Kugel ein beträchtlicher leerer Raum sey; daß er beständig gleich weit von der Kugel entfernt und sich selbst parallel bleibe, ungeachtet er mit derselben gar nicht zusammen hänge, und daß sich auf diese Art alle Erscheinungen in der Gestalt des Saturns nicht nur vollkommen erklären, sondern auch im Voraus bestimmen ließen. Denn die Ebne dieses ungemein dünnen und sonderbaren Ringes, den man schon durch mittelmäßige Fernröhre, aber nicht mit bloßen Augen, deutlich unterscheiden kann, schneidet die Ebne der Bahn des Saturns unter einem Winkel von 30 Graden. Stellen Sie sich daher eine unendlich große Ebne, welche der Fläche des Ringes parallel ist, durch den Mittelpunkt der Sonne vor, so schneidet diese die Ebne der Ekliptik unter einem Winkel von 31 Graden 23 Minuten, die Linie des Durchschnitts aber, oder die Knotenlinie des Ringes, geht jetzt von einer Seite in 17 Graden 23 Minuten der ♓, von der andern im 17 Grade 23 Minuten der ♍ durch die Ekliptik. Kommt Saturn in diese Knoten seines Ringes, so wird die Sonne von der Ebne desselben gleichsam in 2 gleiche Hälften zerschnitten, und daher erleuchtet sie diese beide Flächen des Ringes auf gleiche Art,

aber beide sehr schief und sehr schwach, so daß wir keine von beiden sehen. Die gerade nach der Sonne gekehrte Kante des Ringes sehen wir auch nicht, weil sie zu dünn, und ihr Sehwinkel zu klein ist. So verschwindet der ganze Ring des Saturns aus unsern Augen, wenn dieser in den Knoten seines Ringes oder nahe dabey ist, und wir sehen bloß seine Kugel, die Erde mag sich in ihrer Bahn befinden, wo man will. Zwischen beiden Knoten ist durch die halbe Umlaufszeit des Saturns, oder fast durch 15 Jahre, die eine, und durch 15 Jahre die andre Fläche des Ringes erleuchtet, und die andre im Schatten. Da der Ring sich selbst immer parallel bleibet, so kehrt Saturn, wenn er mit der Erde in eine Linie kommt, die der Knotenlinie seines Ringes parallel ist, uns die Kante seines Ringes zu. Wir sehen also alsdann den Ring ebenfalls nicht, weil sein Sehwinkel zu klein ist, und schon einige Zeit vorher und nachher ist aus dieser Ursache der Ring unsichtbar. Dieser Fall kann in einem Jahre zwey Mal, und bald hinter einander, Statt finden, weil jede durch die Erdbahn gehende, der Knotenlinie parallele Linie die Erdbahn in zweyen Punkten durchschneidet, und die Erde, wenn sie in diesen Punkten oder nahe an ihnen ist, bloß die Kugel des Saturns sieht. Auch wenn jene parallele Linie zwischen der Erde und der Sonne durchgeht, sehen wir den Ring nicht, weil er uns alsdann seine dunkle Oberfläche zukehrt. Geht sie aber außer der Erdbahn durch die Ebne der Ekliptik, so sehen wir beständig den Ring, weil alsdann immer seine von der Sonne erleuchtete Fläche in unser Auge fällt. Da aber unser Auge in der Ebne der Ekliptik liegt, gegen welche die Ebne des

Ringes unter einem schiefen Winkel geneigt ist, so ist der Strahlenkegel, den das Auge vom Ringe erhält, schief; und da uns dennoch alle Theile des Ringes gleich weit entfernt scheinen, so sehen wir ihn, als in einer auf die Axe des Strahlenkegels senkrechten Ebne. Der senkrechte Durchschnitt aber eines schiefen Kegels ist allemal eine Ellipse, und daher erscheint uns auch der Ring allezeit elliptisch. Nahe bey den Knoten des Ringes ist diese Ellipse sehr schmahl. Daher scheint uns Saturn Arme zu haben, wenn wir ihren innern leeren Raum nicht unterscheiden können. Weiterhin öffnet sie sich immer mehr, und Saturn erscheint mit Henkeln (Fig. 136). Endlich wenn Saturn mitten zwischen den Knoten seines Ringes im 17 Grade 23 Minuten der ♊ oder im 17 Grade 23 Minuten des ♑ ist, hat jene Ellipse ihre größte Oeffnung. Ihre kleine Axe AB (Fig. 137), verhält sich alsdann zur großen CD wie sin. 31° 23′ zum Sinus totus, oder fast wie 1 : 2. Da nun die scheinbare große Axe CD $2\frac{1}{5}$ Mal größer ist, als der scheinbare Durchmesser der Kugel, so erscheint uns alsdann AB etwa um $\frac{1}{10}$ größer, als dieser.

Ich habe bisher nur von einem Ringe des Saturns geredet; Herr Herschel aber hat entdeckt, daß dieser Ring eigentlich aus zweyen konzentrischen und durch einen leeren Raum abgesonderten Reifen besteht, durch welchen man die Fixsterne sehen kann. Wenn man den Halbmesser der Kugel des Saturns zur Einheit annimmt, so hält die Breite des leeren Raums zwischen der Kugel und dem innern Rande des innern Reifen 0,6 die Breite dieses Reifens 0,4, die Breite des leeren Raums zwischen beiden Reifen 0,06, und die Breite des äußern Reifen 0,15, also die Breite

beider Reifen und ihres Zwischenraumes 0,61 nach diesem Maße. Die Reifen drehen sich um eine auf ihre Ebne senkrechte Axe, um welche sich auch Saturn selbst dreht. Sie werfen einen Schatten auf die Scheibe des Saturns der Sonne gegen über, woraus man offenbar sieht, daß sie dunkle Körper und von der Sonne erleuchtet sind. 3

Außerdem hat Saturn noch sieben Monde oder Trabanten, welche um ihn herumlaufen und auch zuweilen verfinstert werden. Man kann sie aber nur durch sehr gute und sehr stark vergrößernde Fernröhre sehen, und ihre Verfinsterungen sind schwer zu beobachten. Jedoch sieht man den größten, der sonst der vierte in der Reihe war, bey heiterm Himmel verschwinden, wenn er verfinstert wird. Diesen hat zuerst Hungens entdeckt. Nachher entdeckte Cassini nach und nach noch 4, und man glaubte lange, daß Saturn nicht mehr, als diese fünf Trabanten, hätte. Aber Herr Herschel fand 1789 durch seine außerordentlich gute Teleskope, daß Saturn noch zwey Trabanten hat, welche ihm näher, als alle übrigen, sind. Um durch die neue Ordnung der Trabanten keine Verwirrung zu veranlassen, nannte er den innersten von den neu entdeckten Trabanten den siebenten, den entferntern den sechsten, und ließ den übrigen ihre alte Namen des ersten, zweyten, dritten, vierten und fünften. Die Umlaufszeit und den Abstand des innersten und siebenten Trabanten hat Herr Herschel noch nicht ganz zuverlässig bestimmen können, weil er sehr schwer zu beobachten ist. Indessen scheint er in 23 Stunden 45 Minuten ein Mal seinen Umlauf zu vollenden. Die Bahnen aller Trabanten, außer der des fünften und äußersten, fallen in die Ebne des Ringes, der äußerste

Trabant aber der vom Saturne drey Mal so weit entfernt ist, als der nächste nach ihm, oder der vierte, durchläuft eine Bahn, die 15 Grade Neigung gegen die Ekliptik hat, in 79 Tagen 7 Stunden 47 Minuten, und Herr Herschel fand aus seinem periodischen Lichtwechsel, daß er in ebenderselben Zeit von 79 Tagen 7 Stunden 47 Minuten sich ein Mal um seine Axe dreht. Denn dieser Trabant ist auf seiner einen Seite so dunkel, und so voll von Flecken, daß er über einen Monat lang kaum zu sehen ist. Da nun auch unser Mond sich in derselben Zeit um seine Axe dreht, in welcher er um die Erde läuft, so scheinen alle Trabanten, deren eigentliche Umdrehungszeiten man übrigens durch unmittelbare Beobachtungen noch nicht hat bestimmen können, dem Monde hierin ähnlich zu seyn. Der vierte der Trabanten des Saturns scheint unter allen der größte zu seyn, und der fünfte gleich auf diesen zu folgen. Jedoch läßt sich bis jetzt über die eigentlichen Größen dieser kleinen Sterne nichts bestimmtes sagen. *)

Jupiter 24, welcher auf den Saturn folgt, ist, nächst der Venus, der hellste und glänzendste Stern am Himmel. Er ist ins Mittel $5\frac{1}{5}$ Mal weiter von der Sonne entfernt, als die Erde, und braucht gegen 12 Jahre Zeit, um seine Bahn ein Mal zu durchlaufen. Er dreht sich in 9 Stunden 56 Minuten ein Mal um seine Axe, wiewohl sich diese Zeit, bis auf einzelne Minuten, nicht genau bestimmen läßt. Er ist ebenfalls um die Pole abgeplattet, und der Durchmesser seines Aequators verhält sich zur Axe, wie 23 zu 25, wenn man aus den besten Messungen ein Mittel

*) Man sehe die Tabelle des folgenden Briefes.

nimmt. Sein größter Durchmesser verhält sich zum größten Durchmesser der Erde, wie 11,274 : 1, und er ist daher 1433 Mal so groß, als diese. Man sieht auf ihm durch gute Fernröhre dunkle Streifen, die ganz ungemein veränderlich sind, und daher höchst wahrscheinlich aus seiner Atmosphäre entspringen, ungeachtet Herr Herschel sie für Theile der Oberfläche des Planeten hält. Da sie immer in der Gegend des Aequators liegen, so scheint Jupiter hierin der Erde ähnlich zu seyn, auf welcher ebenfalls die Regenzeit und beständige Wolken um den Aequator, ein halbes Jahr diesseits, ein halbes Jahr jenseits herrschen. Außer den Streifen zeigen sich noch andre dunklere und hellere Flecken auf dem Jupiter. [4]

Dieser Planet hat vier Monden oder Trabanten, die durch ihre Finsternisse und durch die Leichtigkeit, mit welcher man sie beobachten kann, für die Erdbeschreibung sehr wichtig sind. Ihre Bahnen sind sehr wenig gegen die Ekliptik und gegen die Ebne der Bahn des Jupiters geneigt. Ihre Knoten fallen zwischen den ♒ und den ♌. Wenn also Jupiter in diesen Zeichen ist, so scheinen die Trabanten durch seinen Mittelpunkt oder doch sehr nahe bey ihm vorbey zu gehen, indem sie mit ihm in Zusammenkunft sind. Befindet sich aber Jupiter um drey Zeichen weiter, zwischen dem ♉ und ♏, so sind die kleinen scheinbaren elliptischen Axen der Bahnen der Trabanten am größten. Sie laufen, so wie alle Planeten und alle Trabanten ohne Ausnahme, nach der Ordnung der Zeichen, oder vorwärts, scheinen aber so wie die untern Planeten, bey ihrer untern Zusammenkunft mit der Sonne, und so wie die Sonnenflecken, rückwärts zu gehn, wenn sie sich zwischen der Erde und ihren Haupt-

planeten bewegen. Die wahre Größe dieser Trabanten ist unbekannt, weil sich ihr scheinbarer Durchmesser, wegen seiner Kleinheit, mit dem Mikrometer nicht genau messen läßt. Indessen möchte der Durchmesser des vierten etwa $\frac{1}{4}$ vom Durchmesser der Erde halten. Man hält diesen und den dritten für die größten Trabanten, und ihre Durchmesser für 5 bis 6 Mal größer, als den Durchmesser des zweyten, und für 10 bis 12 Mal größer, als den Durchmesser des ersten. Der Lauf des vierten Trabanten läßt sich übrigens bis jetzt noch nicht so genau berechnen, als der der übrigen. [5]

Zusatz.

Herr Schröter hält es, nach seinen Beobachtungen der Flecken der Trabanten des Jupiters, und nach den genau beobachteten periodischen Lichtwechseln der Trabanten des Saturn, für ausgemacht, daß sich alle diese Trabanten, so wie unser Mond, während eines jeden periodischen Umlaufes, auch ein Mal um ihre Axe drehen.

Anmerkungen.

1. Die Neigung der Bahn des Herschel ist von 46′ 16″; und ihre Ekzentrizität nach Delambre 0,0466837, in Theilen ihrer halben großen Axe. Seine kleinste Entfernung von der Sonne ist, nach demselben, 18,28806, seine mittlere 19,18362, und seine größte 20,07918 Mal größer, als die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne. Sein Durchmesser ist so klein, daß er sich mit der gehörigen Genauigkeit nicht messen läßt. Herr Herschel versichert, er sey ins Mittel sehr nahe von 4 Sekunden. So würde er in der mittleren Weite

der Erde von der Sonne 76,73 Sekunden halten. Da nun der größte Durchmesser der Erde in dieser Weite 17,4 Sekunden hält, weil die aequatorische Horizontalparallaxe der Sonne von 8,7 Sekunden ist, so muß der Durchmesser des Herschel 4,4 Mal größer seyn, als der Durchmesser der Erde, und er selbst die Erde 85 Mal an Größe übertreffen. Von seinen beiden Trabanten bewegt sich der erste und innerste in 8 Tagen 17 Stunden 1 Minute 19,3 Sekunden, der andre in 13 Tagen 11 Stunden 5 Minuten 1,5 Sekunden um ihn, und der mittlere Abstand des ersten von ihm erscheint uns unter 33,09″, des zweyten unter einem Winkel von 44,23 Sekunden, welches bey dem ersten ungefähr an $16\frac{1}{2}$, und bey dem zweyten 22 Halbmesser des Herschel ausmacht. Sie scheinen nicht kleiner zu seyn, als die Trabanten Jupiters.

2. Der größte Abstand des Saturns von der Sonne ist 10,07147, der mittlere 9,53937, und der kleinste 9,00727 Mal größer, als der mittlere Abstand der Erde von der Sonne. Nach Herrn Herschel ist der scheinbare Durchmesser des Aequators der Kugel des Saturns, aus ihrer mittleren Entfernung von der Sonne gesehen, von 20,6 Sekunden. Dieser Durchmesser erscheint also, in der mittleren Entfernung der Erde von der Sonne, unter einem Winkel von 196,5 Sekunden. Da nun der scheinbare größte Durchmesser der Erde, in derselben Entfernung 17,4 Sekunden beträgt, so ist er 11,29 Mal kleiner als der Durchmesser des Saturns. Folglich ist dieser an 1439 Mal größer, als die Erde.

3. Der größte Durchmesser des äußersten Ringes erscheint nach Herrn Herschel in der mittleren

Entfernung von der Sonne unter einem Winkel von 46,677 Sekunden. Also verhält er sich zum größten Durchmesser der Kugel des Saturns, wie 46,677 : 20,6 = 2,266 : 1. Wenn man nach diesem Verhältnisse die Ausmessungen, die Herschel für die beiden Reifen und ihren Zwischenraum besonders gegeben hat, reduzirt, so findet man: den Halbmesser des Aequators der Kugel des ♄ = 1, den größten oder äußersten Halbmesser des äußersten Reifen 2,266; die Breite dieses Reifen 0,1528; die Breite des leeren Raums zwischen beiden Reifen 0,0628; die Breite des innern Reifen 0,4397; den größten Halbmesser des innern Reifen 2,0503. Daher macht die Breite des leeren Raums zwischen der Kugel und dem innern Reifen 0,6106. Die Breite hingegen dieses Reifens und des zweyten, wie auch des Zwischenraums zwischen beiden, macht 0,6553; also nur etwas weniges mehr, als die Breite jenes leeren Raums um die Kugel.

4. Jupiters größte Entfernung von der Sonne ist 5,45375, die mittlere 5,20098, und die kleinste 4,94821 Mal größer, als die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne. Wenn man aus einigen Messungen des Jupiter, die vorzüglich genau zu seyn scheinen, ein Mittel nimmt, so verhält sich der Durchmesser seines Aequators zu seiner Axe wie 1 : 0,92 = 23 : 25. Der erste erscheint, in der mittlern Entfernung Jupiters von der Sonne, unter einem Winkel von 37,72″, also in der mittlern Entfernung der Erde von der Sonne unter einem Winkel von 196,18″. Er verhält sich demnach zum größten Durchmesser der Erdkugel, wie 11,274 : 1 und Jupiter ist daher 1433 Mal größer, als diese.

5. Da die Finsterniſſe der Jupiterstrabanten zur Bestimmung der geographiſchen Längen ſo wichtig ſind, ſo wird die Stellung dieſer Trabanten gegen ihren Hauptplaneten jeden Tag in den astronomiſchen Kalendern angezeigt. Um daher ohne weitläuftige Rechnungen dieſe Stellung ſo genau zu finden, als es zu dieſer Abſicht nöthig iſt, bedient man ſich eines ſogenannten Jovilabium, welches aus verſchiedenen Scheiben von Pappe beſteht, die ſich um ihren gemeinſchaftlichen Mittelpunkt, in welchem die Stelle des Jupiters iſt, drehen laſſen. Ihre Halbmeſſer verhalten ſich, wie die Entfernungen der Trabanten vom Mittelpunkte des Hauptplaneten, und ſie ſind mit einem Kreiſe eingefaßt, der die Ekliptik vorſtellt. Man ſucht erſtlich aus den Tafeln die Länge eines jeden Trabanten für einen gewiſſen Zeitpunkt, ſo wie ſie aus dem Jupiter erſcheint, und ſtellt darnach die einzelnen Scheiben. Hierauf ſucht man die Länge, welche Jupiter, von der Erde geſehen, in demſelben Zeitpunkte hat, und legt durch den gefundenen Ort der Ekliptik ein um den Mittelpunkt beweglicheſ Lineal. Mißt man nun hierauf die Entfernungen der bereits gehörig geſtellten Trabanten an der Schärfe dieſes Lineals, ſo ſieht man, wie weit zur Seite und auf welcher Seite des Planeten jeder Trabant alsdann von der Erde erſcheint. Ueberdieſes läßt ſich aus der Lage der Knotenlinien beurtheilen, ob der Trabant höher oder niedriger erſcheinen wird, als der Mittelpunkt Jupiters. Man hat ähnliche Saturnolabia und Planetolabia.

Zwanzigster Brief.

Es ist noch einer von den obern Planeten übrig, nämlich Mars ♂, der vierte in der Ordnung, von oben an gerechnet. Er hat ein feuerrothes Licht, und eine ungemein veränderliche Größe. Denn er ist uns zu gewissen Zeiten gegen $7\frac{1}{2}$ Mal näher, als zu andern, und sieht daher auch zuweilen bey seinen Gegenscheinen vorzüglich groß, und viel größer aus, als wenn er der Sonne nahe ist. Dieses kommt theils daher, daß seine Bahn der Erdbahn so nahe ist, theils auch von der starken Ekzentrizität jener Bahn, welche Keplern zuerst auf die Vermuthung brachte, daß alle Planeten in Ellipsen um die Sonne laufen. Denn die kleinste Entfernung des Mars von der Sonne verhält sich zur größten wie 1,381 zu 1,666, und die größte Entfernung der Erde von der Sonne beträgt 1,017 dergleichen Theile. Also verhalten sich die Entfernungen von der Sonne bey beiden Planeten, wenn beide am größten sind, wie 1,63 : 1, und dagegen wie 1,35 : 1, wenn die Entfernung des Mars am kleinsten, und die der Erde am größten ist. Befindet sich nun bey dem ersten Verhältnisse Mars in Zusammenkunft, und bey dem letztern im Gegenscheine mit der Sonne, so sind in beiden Fällen seine Entfernungen von uns, wie $2{,}63 : 0{,}35 = 7\frac{1}{2} : 1$. Er durchläuft seine Bahn in einem Jahre und beynahe 11 Monaten, und hat keine Trabanten, aber große dunkle Flecken, aus welchen man seine Umdrehung erkannt und sie

auf 24 Stunden 40 Minuten gesetzt hat. Diese Flecken verändern oft ihre Gestalt und sind nicht immer deutlich begrenzt, welches wahrscheinlich Wirkungen der Atmosphäre des Planeten sind. Die Axe, um welche er sich dreht, neigt sich, nach Herrn Herschel, gegen die Ekliptik unter einem Winkel von 59 Graden 42 Minuten und eine durch sie, senkrecht auf die Ekliptik, gesetzte Ebne würde durch den 18 Grad der ♓ gehn. Die Ebne des Aequators des Mars macht mit der Ebne seiner Bahn einen Winkel von 28 Graden 42 Minuten. Mars ist auch um die Pole abgeplattet, im Verhältnisse von 15 zu 16, nach Herrn Herschel. Nach demselben ist der scheinbare Durchmesser seines Aequators in der mittlern Entfernung der Erde von der Sonne von 9″ 8‴. Daraus folgt, daß sein größter Durchmesser sich zum größten Durchmesser der Erde wie 0,525 : 1 verhält, und er also nur $\frac{1}{7}$ oder vielmehr 0,1438 von der Erde ausmacht. Die höhern Planeten sind so weit von uns entfernt, daß die Seite, welche sie uns zukehren, von derjenigen, welche nach der Sonne gerichtet und von ihr erleuchtet ist, sich fast gar nicht merklich unterscheidet. Daher scheinen uns ihre Scheiben, selbst durch gute Fernröhre, zu jeder Zeit immer völlig rund zu seyn. Aber Mars ist uns schon so nahe, daß der Unterschied seiner erleuchteten und der uns zugekehrten Seite durch Fernröhre merklich wird, wenn er um etwa 90 Grade von der Sonne absteht. Wir sehen ihn alsdann nicht völlig rund, und seine Scheibe gleicht der des Mondes einige Tage vor oder nach dem Vollichte. Auch daraus sieht man augenscheinlich, daß er ein dunkler von der Sonne erleuchteter Körper ist. I

Die Erde ist der fünfte Planet in der Ordnung. Sie dreht sich nach der Ordnung der Zeichen um ihre Axe, und läuft, nebst ihrem Trabanten, dem Monde, nach derselben Richtung um die Sonne. In beiden Stücken ist sie allen übrigen Planeten ähnlich.

Die beiden untern Hauptplaneten, Venus und Merkur, sind rechtläufig, wenn sie hinter der Sonne fortgehen, und weiter von uns entfernt sind, als diese; laufen sie aber zwischen der Sonne und der Erde, so scheinen sie uns rückläufig zu seyn. Stehen sie der Sonne nach Osten, so sind sie des Abends; stehen sie nach Westen, so sind sie des Morgens sichtbar. Von ihrer größten östlichen Ausweichung an, gehen beide rückläufig nach Westen fort durch ihre untere Zusammenkunft mit der Sonne, und erscheinen alsdann zuweilen als schwarze Flecken in der Sonnenscheibe, wenn ihre Breite sehr gering ist. Haben sie ihre größte westliche Ausweichung erreicht, so kehren sie wieder um, werden rechtläufig, gehen durch die obere Zusammenkunft mit der Sonne, und entfernen sich hierauf von ihr nach Osten, bis sie ihre größte östliche Ausweichung erreicht haben.

Betrachtet man sie durch Fernröhre, so sieht man, daß ihr Licht, so wie das Licht des Mondes, wächst und abnimmt. Bey der größten Ausweichung sind ihre Scheiben nur halb erleuchtet; sie stehen in ihren Vierteln. Bey der obern Zusammenkunft haben sie ihr Vollicht, bey der untern ihr Neulicht. Wenn sie des Morgens erscheinen, sind sie in ihrem zunehmenden, und wenn man sie des Abends sieht, im abnehmenden Lichte. Kurz vor und nach ihrer untern Zusammenkunft mit der Sonne sehen sie sichelförmig aus; weil sie

uns aber um diese Zeit viel näher sind, als um die Zeit ihrer obern Zusammenkunft mit der Sonne, so glänzen sie zwischen ihren Vierteln und dem Neulichte stärker, als bey ihrem Vollichte. Allemal aber ist der erleuchtete Theil ihrer Scheibe der Sonne zugekehrt, welches aufs deutlichste beweiset, daß beide dunkle Körper sind, die ihr Licht von der Sonne empfangen. [2]

Es ist aber Venus ♀ viel heller, als Merkur, und überhaupt der schönste und hellste unter allen Sternen. Daher nennt man sie vorzüglich den Abendstern, wenn sie die Sonne nach ihrem Untergange in Westen begleitet, und den Morgenstern, wenn sie früh in Osten den Aufgang der Sonne ankündigt. Wenn sie gleich so nahe bey der Sonne steht, daß man sie mit bloßen Augen nicht sehen kann, so erblickt man sie dennoch auch alsdann durch Fernröhre neben ihr. Ihre Entfernung von der Erde verändert sich beynahe eben so stark, wie die des Mars. Denn ihre kleinste Entfernung von der Sonne beträgt 713, und die größte 728 solcher Theile, deren 983 auf die kleinste und 1017 auf die größte Entfernung der Erde von der Sonne gehen. Daher steht sie zuweilen um 983 — 728 oder um 255, zuweilen um 1017 + 728, oder um 1745 solcher Theile von der Erde ab. Daher erscheint uns bey ihrer obern Zusammenkunft mit der Sonne ihr Durchmesser zuweilen unter einem Winkel, der wenig über 9 Sekunden beträgt, und bey der untern unter einem Winkel von mehr als einer Minute. Sie durchläuft ihre Bahn in etwa $7\frac{1}{2}$ Monaten, und ist ungefähr so groß, als die Erde. Man hält sie gewöhnlich für etwas kleiner, allein Herr Herschel macht sie, vermöge seiner Beobachtungen, etwas größer. Sie

hat Flecken, die aber selten sichtbar sind, und sehr hohe Berge von mehr als 4 Meilen Höhe, wie auch eine ansehnliche Atmosphäre, deren Höhe Herr Schröter aus der auf der Venus beobachteten Dämmerung und ihrer Ausdehnung zu bestimmen sucht. Auch hat Herr Schröter durch sehr sorgfältige Beobachtungen gefunden, daß sich die Venus in 23 Stunden 21 Minuten ein Mal um ihre Axe dreht, und daß diese stark gegen die Ebne der Ekliptik geneigt ist. Indessen ist die eigentliche Größe dieser Neigung, wie auch das Verhältniß der Axe zum Durchmesser des Aequators der Venus noch unbekannt. Uebrigens hat dieser Planet keinen Trabanten, und diejenigen, welche einen neben ihm zu sehen geglaubt haben, sind unfehlbar durch eine optische Täuschung hintergangen worden.

Auf die Venus, als den sechsten Planeten in der Ordnung, folgt Merkur ☿, der siebente und nächste an der Sonne. Er hat ein glänzendes weißes Licht, aber dennoch macht seine Kleinheit und seine ungemeine Nähe bey der Sonne, daß man ihn nur selten, nur etliche Mal in jedem Jahre, mit bloßem Auge des Morgens oder des Abends in der Dämmerung, und nur eine kurze Zeit lang, sieht. Seine Bahn ist sehr ekzentrisch, indem seine kleinste Entfernung von der Sonne von 307, die größte von 466 solchen Theilen ist, deren die größte Entfernung der Erde von der Sonne 1017, die kleinste 983, und die mittlere 1000 hält. Seine kleinste Entfernung von der Erde beträgt also 983 — 466 oder 517, und die größte 1017 + 466 oder 1483 Theile, daher wir seinen Durchmesser bald unter einem Winkel von 4, bald unter einem von 11 Sekunden sehen. Seine Umlaufszeit hält fast 88 Tage; ob er aber

sich

sich um eine Axe dreht und wie seine Oberfläche beschaffen ist, hat man bis jetzt, wegen seiner grossen Nähe bey der Sonne, nicht genau bestimmen können. Er hat keinen Trabanten und sein scheinbarer Durchmesser hält, in der mittlern Entfernung der Sonne von der Erde, schwerlich mehr, als 5,7 Sekunden. Er ist also zum Durchmesser der Erde, wie 0,388 : 1, oder er hält etwa $\frac{8}{21}$ desselben. Merkur selbst hält 0,0584 oder $\frac{73}{1250}$ der Erdkugel. [3]

Venus und Merkur scheinen zuweilen, bey ihrer untern Zusammenkunft mit der Sonne, als schwarze Flecken durch die Sonnenscheibe zu gehn, und die Astronomen sind auf diese Durchgänge sehr aufmerksam, weil sie das einzige Mittel sind die Parallaxe der Sonne genau und zuverlässig zu bestimmen. Sie sind in der That Sonnenfinsternisse, die aber nicht durch den Mond, sondern durch die untern Planeten bewirkt werden. Daher muß die Breite dieser Planeten, bey ihrer Zusammenkunft mit der Sonne, kleiner seyn, als die Summe ihrer scheinbaren Durchmesser, des scheinbaren Durchmessers der Sonne, und des Unterschieds zwischen der Horizontalparallaxe der Sonne und der Planeten. *) Nach dieser Regel muß Venus weniger, als 17 Minuten Breite haben, folglich weniger als 1 Grad 49 Minuten von ihrem Knoten entfernt seyn, wenn bey ihrer untern Zusammenkunft mit der Sonne ein sichtbarer Durchgang vorfallen soll. Die mittleren Zeiten dieser Zusammenkünfte lassen sich leicht berechnen, **) da man denn nachher diejenigen absondern muß, die nahe genug bey den Knoten einfallen, um nach dem wahren Laufe der Planeten

*) Man sehe den 13 Brief.

**) Man sehe den 7 Brief 1 Anmerkung.

und der Erde zu prüfen, ob sie von Durchgängen begleitet seyn werden, oder nicht. Da z. B. die Knoten der Venus jetzt sich im 14 Grade der ♊ und des ♑ befinden, wohin die Sonne um den 5 Junius und 6 Dezember kommt, so kann Venus nie, als um diese Tage, durch die Sonne gehen. Aus einer ähnlichen Ursache fallen die Durchgänge des Merkur immer auf den 6 May und 8 November, oder nahe an diese Tage. Mehrentheils folgt nach einem Durchgange der Venus in 8 Jahren der zweyte bey demselben Knoten, hernach aber erstlich in 235 Jahren, zuweilen aber auch eher, wieder einer. So hatten wir 1761 und 1769 dergleichen Durchgänge, und die nächsten werden 1874 und 1882 seyn. Aehnliche Perioden hat auch Merkur, obgleich er viel öfterer durch die Sonne geht, als Venus, wie er denn z. B. 1786, 1789, 1799 durch die Sonne ging.

Kepler machte die Astronomen zuerst auf diese Durchgänge aufmerksam, die vor ihm niemand beobachtet hatte, und Halley zeigte nachher umständlich ihren großen Nutzen zur Bestimmung der Sonnenparallaxe wegen des Unterschiedes der Dauer, die sie an verschiedenen Orten der Erde zu haben scheinen. Wenn nämlich die Sonne in S, die Erde in C steht, und Venus in der Linie DE von D nach E geht (Fig. 21), so sieht man aus dem Mittelpunkte der Erde C die Venus zuerst in der Sonne in A, wenn sie nach L gekommen ist, hernach sieht man sie bey ihrem Außtritte aus der Sonne in B, wenn sie sich in O befindet. Aus dem Orte I hingegen, auf der Oberfläche der Erde, erscheint ihr Eintritt in A später, wenn sie nämlich in G ist. Der Unterschied der Zeit zwischen dem Eintritte in C und dem Eintritte

in I ist so groß, daß Venus indessen das Stück LG oder den Winkel LCG durchläuft, der = IGC — IAC, oder dem Unterschiede der Parallaxe der Venus und der Sonne gleich ist. So verhält es sich mit allen Punkten auf der Seite INH. Die eine Hälfte sieht den Eintritt später und die andre, unter der Linie CLA früher, als er aus C erscheint. Allenthalben aber verhält sich dieser Unterschied der Zeit, wie der Unterschied der Parallaxen der Venus und der Sonne, der zu der Höhe gehört, in welcher man an jedem Orte diese Gestirne sieht. Dagegen erscheint der Austritt der Venus, in demselben Verhältnisse, in jenen Punkten auch später, und in diesen früher, als im Mittelpunkte der Erde. Möchte sich daher die Erde nicht um ihre Axe drehen, so würde die ganze Dauer des Durchgangs dennoch allenthalben fast gleich groß seyn. Allein Venus ist bey ihrem Durchgange rückläufig, und die Erde dreht sich ihr entgegen, so, daß I durch N nach H geht. Dadurch wird die Dauer des Durchgangs allenthalben zwischen I, N und H verkürzt. Aus I z. B. sieht man den Eintritt, wenn Venus in G ist also später, als aus C. Kommt nun der Punkt I, während des Durchganges, aus I nach N, so sieht er, zugleich mit dem Mittelpunkte C, den Austritt, wenn Venus in O ist. Also ist die Dauer des Durchgangs in I allemal kürzer, als in C; und um desto kürzer, je schneller I fortgerissen wird. Kommt dieser Punkt, während des Durchganges, bis unter N, wie das immer der Fall ist, wenn Venus sehr nahe beym Mittelpunkte der Sonne vorbeygeht, so sieht er den Austritt früher, als C, und es verhält sich wieder der Unterschied der Zeit in dem Austritte wie

der Unterschied der Parallaxen, und daher der Unterschied der ganzen Dauer in I und der Dauer in C, wie die Summe der Unterschiede der Parallaxen, die zum Anfange und zum Ende des Durchgangs gehören. Wäre aber I, während des Durchganges, nicht einmal bis N gekommen, so würde jener Unterschied der Dauer sich nur wie der Unterschied der Unterschiede der Parallaxen verhalten.

Dagegen wird auf der andern Seite der Erdkugel, in HMI, durch ihre Drehung, die Dauer des Durchgangs durch die Sonne verlängert. Denn setzen Sie, daß in H die Sonne untergeht, indem Venus in die Sonne tritt, so befindet sich dieser Planet alsdann in F, und er muß noch durch den Winkel FCL laufen, ehe man seinen Eintritt aus C sieht. Es ist aber FCL wieder dem Unterschiede der Parallaxen der Venus und der Sonne, CFH — CAH, gleich. Dreht sich nun hierauf H durch M nach I, und sieht jener Punkt hier den Austritt der Venus in der aufgehenden Sonne, so sieht er ihn, wenn der Planet in E ist, also später, als aus C. Die ganze Dauer ist also im Verhältnisse der Summe der Unterschiede der Parallaxen, länger, die zum Anfange und zum Ende des Durchganges gehören, als die Dauer in C. Und wenn man einen Ort unter einem Parallelkreise wählt, dessen Nächte zur Zeit des Durchganges kurz sind, so kann man es allerdings dahin bringen, daß man den Eintritt der Venus in der untergehenden und den Austritt in der aufgehenden Sonne wahrnimmt. So kann der Unterschied in der an verschiedenen Orten beobachteten Dauer des Durchganges der Venus so groß werden, daß sich aus ihm die Parallaxe der Sonne ungemein genau bestimmen läßt, wenn man gleich beym Beob-

achten um eine oder zwey Sekunden in der Zeit gefehlt haben sollte.

Anmerkungen.

1. Wenn in S die Sonne (Fig. 130), in G die Erde und in C ein obrer Planet ist, so können wir augenscheinlich aus G nicht die ganze erleuchtete und gerade nach der Sonne gekehrte Seite des Planeten sehen. Je grösser der Winkel GCS ist, um desto grösser ist die Phase oder der Bruch des Planeten. Dieser Winkel ist aber, bey übrigens gleichen Umständen, am grösten, wenn CG die Bahn der Erde in G berührt. Alsdann wird $\sin. C = \frac{SG}{CS}$. Je grösser also CS ist, um desto kleiner wird jener grösste Winkel. Daher ist er bey den weit entfernten Planeten zu klein, als daß wir an ihnen Phasen bemerken sollten. Beym Mars aber macht er oft über 42 Grade aus, und daher ist der Abgang an der völligen Rundung seiner erleuchteten Scheibe uns merklich.

2. Ist dagegen die Erde in C (Fig. 130), und SH die Bahn eines untern Planeten, so läßt sich leicht einsehen, daß dieser nur voll erscheinen kann, wenn er sich nahe an der verlängerten CS befindet, und in seiner obern Zusammenkunft ist. Befindet er sich zwischen C und S in seiner untern Zusammenkunft, so kehrt er uns bloß seine dunkle Seite zu. Ist er in K, und CK eine Berührungslinie, so erscheint uns der Planet halb erleuchtet. Je weiter er aus K, nach der Linie CS zu, weggeht, um desto mehr nimmt sein Licht ab. Von der andern Seite hingegen in H ist er um mehr, als die Hälfte, erleuchtet. So kann man

an jedem Orte, wo er sich befindet, als in G. aus dem Winkel SCG seine Lichtgestalt berechnen, Man thut dieses auch in den astronomischen Kalendern wirklich, und die Erfahrung bestätigt die Richtigkeit dieser Berechnungen.

3. Um das ganze Planetensystem besser übersehn zu können, füge ich folgende Tabelle bey:

	Entfernung von der Sonne			Sonnenfernen			Jährliche Bewegung
	größte	mittlere	kleinste	Ort für 1750 Jenner 1			
☿	0,466070	0,387100	0,307500	8 Zeichen	13°	33′ 3″	1′ 10″
♀	0,728843	0,723333	0,713180	10 —	8	13 0	2 30
♁	1,016680	1,000000	0,983200	9 —	8	39 9	1 6
♂	1,665870	1,523690	1,381510	5 —	1	28 24	1 7
♃	5,455375	5,200980	4,948210	6 —	10	22 31	1 2
♄	10,071147	9,539370	9,007270	8 —	29	54 30	1 30
☉	20,079180	19,183620	18,288060	11 —	47	6 44	d. 1 Jenner 1784

Wenn man die kleinste Entfernung von der größten abzieht, und den Rest mit 2 theilt, so hat man die Ekzentrizität der Bahn eines jeden Planeten. Daher habe ich diese nicht besonders aufgeführt.

	Neigung		Neigung und Knoten der Bahn				Durchmesser u. Größe		
			1 Zeichen = 30°		8 1750				
					Jährliche Beweg.				
☿	7°	0′	0″	15°	21′	15″	0,′	45″	0,388
♀	3	23	20	2	14	26	18	0	31	ungefähr d.
♂	—	—	—	—	—	—	—	—	—	I
♃	1	51	0	1	17	36	30	0	40	0,525
♄	2	19	10	3	8	16	0	1	0	11,274
♅	1	23	20	3	21	31	17	0	30	11,29
♆	0	46	16	2	12	46	47	für 1784 Jenner 1		4,4

	Größe	
	Erde gleich	
☿	0,0594	
♀	I	
♂	0,1438	
♃	1433	
♄	1439	
♅	85	
♆		

Der Ring des ♄ hat eine Neigung von 31° 23′ zur Ekliptik und sein Knoten liegt im 11

Zeichen 17 Grade 23 Minuten. Wenn der Halbmesser der Kugel des ♄ = 1 ist, so wird der größte Halbmesser seines äußersten Reifen = 2,2660, die Breite desselben = 0,1528, die Breite des leeren Zwischenraums zwischen beiden Reifen = 0,0628, die Breite des innern Reifen 0,4397, der größte Halbmesser des innern Reifen 0,0503, die Breite des leeren Raums zwischen der Kugel und dem innern Reifen 0,6106. Ferner ist die Abplattung des Saturns, wie 2061 : 2281; des Jupiter, wie 23 : 25 und des Mars, wie 15 : 16.

Umlaufszeiten

	Sternjahr			tropisches Jahr			synodisches Jahr		
☿	87 T.	23 St.	15 M. 37 S.	87 T.	23 St.	14 M. 26 S.	115 T.	21 St.	3 M. 22 S.
♀	224	16	49 13	224	16	41 32	583	22	6 7
♁	365	6	9 11,6	365	5	48 48,016	—	—	— —
♂	686	23	30 43	686	22	18 27	779	22	28 8
24	4332	8	51 26	4330	8	58 27	398	21	15 45
♄	10761	14	36 42	10749	7	21 50	378	2	8 8
☉	—	—	— —	30589	8	38 24	—	—	— —

Der Sonne mittlere äquatorische Horizontalparallaxe ist von 8,7 Sekunden. Ihre mittlere Entfernung von der Erde beträgt 23708 Halbmesser der Erde. Kleinster scheinbarer Durchmesser der ☉ 31′ 28″, größter 32′ 33″, mittlerer 32′ 0,5″. Ihr wahrer Durchmesser verhält sich zum Durchmesser der Erde, wie 110,37 : 1 ihr körperlicher Raum zu dem der Erde, wie 1344476 : 1, ihre Oberfläche zu der Erdfläche, wie 12181,5 : 1. Anomalistisches Jahr 365 Tage 6 Stunden 15 Minuten 20 Sekunden. Schiefe der Ekliptik 23° 28′. Ihre Abnahme in 100 Jahren: 33 Sekunden. Vorrückung der Nachtgleichen: 50¼ Sekunden jährlich. Umwälzungszeit der Sonne: 25 Tage 10 Stunden. Neigung ihrer Axe gegen die Ekliptik 82 Grade 40 Minuten. Knoten ihres Aequators in dem 18 Grade der ♍ und der ♓. Umwälzungszeit der ♀: 23 Stunden 21 Minuten, der ☿ 23 Stunden 56 Minuten 3½ Sekunden, des ♂ 24 Stunden 40 Minuten, des ♃ 9 Stunden 56 Minuten, und des Saturns: 10 Stunden 14 Minuten 4 Sekunden.

Trabanten oder Nebenplaneten.

Trabanten	Periodischer Umlauf T.	St.	M.	S.	Neigung der Bahn	Abstand in Halbmessern des Hauptplaneten
☉ I	8	17	1	19,3	gegen 90 Grade	8¼
	13	11	5	1,5		11
♄ VII		23	45	0	31° 23′	1,4
VI		32	50	0	31° 23′	1,8
I	1	21	18	27	31° 23′	4,893
II	2	17	44	22	31° 23′	6,268
III	4	12	25	12	31° 23′	8,754
IV	15	22	34	38	31° 23′	20,295
V	79	7	47	0*)	15°	59,154

*) Dieser dreht sich in derselben Zeit von 79 Tagen 7 Stunden 47 Minuten ein Mal um seine Axe.

		T. St. ′ ″		
♄	I	1 18 27 33	3° 18′ 38″	5,67 bis 5,965
	II	3 13 13 42	3° 18′ bis 3° 48′ ″	9 — 9,494
	III	7 3 42 33	3° 13′ 58″ bis 3° 25′ 57	14,38 — 15,141
	IV	16 16 32 8	2° 36′	25,3 — 26,63

Des Mondes größte Horizontalparallaxe: 61′ 38″
— — kleinste — — — — 53 11
— — mittlere — — — — 57 24,5
— — größter scheinbarer Halbmesser 16 51″
— — kleinster — — — — 14 33
— — mittlerer — — — 15 42
— — größte Entfernung von der Erde — — 64,266
— — kleinste — — — — 55,494
— — mittlere — — — — 59,88

Der Halbmesser des Mondes ist zum Halbmesser der Erde, wie 1 : 3,656

Die Oberfläche des Mondes ist zu der Oberfläche der Erde wie 1 : 13,366

Der körperliche Inhalt des Mondes ist zu dem Inhalte der Erde, wie 1 : 48,867

Die Bewegung der Knoten der Mondbahn macht täglich ins Mittel $3′\ 10\frac{2}{3}″$

Die Bewegung der Apsiden der Mondbahn 40° 39′ 52″

Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik, größte — 5° 17′ 58″

Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik, kleinste — 5 0 18

Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik, mittlere — 5 9 8

Mittlere Ekzentrizität der Mondbahn 0,055

Ein Sternmonat und die Umwälzungszeit des ☾ macht: 27 T. 7 St. 43 M. 11,5069 S.

Ein periodischer Monat beträgt: 27 T. 7 St. 43 M. 4,648 S.

Ein synodischer Monat beträgt: 29 T. 12 St. 44 M. 2,6304 S.

Ein anomalistischer Monat beträgt: 27 T. 13 St. 18 M. 35 S.

Ein Drachenmonat beträgt: 27 T. 5 S. 6 M. 56 S.

Ein und zwanzigster Brief.

Ich habe mich mit Ihnen letzthin von den Durchgängen der untern Planeten durch die Sonne unterhalten, und es ist nöthig, daß wir uns bey dieser Materie noch etwas verweilen. Da der scheinbare Durchmesser der Sonne an 32 Minuten beträgt, und Venus bey ihrer untern Zusammenkunft mit ihrer relativen Bewegung ungefähr 1 Minute in einer Viertelstunde zu durchlaufen pflegt, so sehen Sie leicht, daß ihr Durchgang durch die Sonne bis 8 Stunden dauern kann, wenn sie durch den Mittelpunkt der Sonne selbst geht. Ihre Entfernung von der Erde verhält sich alsdann zur Entfernung der Sonne von der Erde ungefähr, wie 3 : 10, und daher macht ihre Parallaxe an $\frac{10}{3}$ p aus, wenn p die Parallaxe der Sonne bedeutet. Der Unterschied aber der Parallaxen, von welchem der Unterschied der Zeit abhängt, da man ihren Eintritt oder Austritt von der Erde sieht, ist $\frac{7}{3}$ p, also beträchtlich größer als p. Wäre das, was man unmittelbar aus dem Unterschiede der beobachteten Zeiten findet, kleiner als p, so würde der bey der Beobachtung etwa begangene

Fehler sich, wenn man die Sonnenparallaxe p daraus berechnet, noch vergrößern. So aber wird er wirklich um mehr als die Hälfte verkleinert, und eben deßhalb sind die Durchgänge der Venus, bey der Bestimmung der Sonnenparallaxe, den Durchgängen des Merkurs vorzuziehen. Denn die Parallaxe des Merkurs ist so klein, daß ihr Unterschied von der Sonnenparallaxe weniger beträgt, als diese.

Setzen Sie daher indessen die Horizontalparallaxe der Sonne auf 9 Sekunden, so wird $\frac{7}{3}$ p $= 21''$, und es würden also die Zeiten, in welchen zwey Orte den Eintritt oder den Austritt, der eine bey aufgehender, der andre bey untergehender Sonne sehen, um den Zeitraum verschieden seyn, in welchem Venus den doppelten Bogen von $21''$, oder $42''$, durchläuft, das ist: um 10 bis 11 Minuten, wenn dieser Planet ein bloßer Punkt wäre und keine Breite hätte. Er hat aber einen ansehnlichen scheinbaren Durchmesser, und da seine Breite für einen Ort der Erde durch die Parallaxe vergrößert, für den andern vermindert wird, so macht dieser Umstand in den Zeitpunkten, da man die Berührung der beiden Scheiben des Planeten und der Sonne sieht, einen noch größern Unterschied, so daß derselbe überhaupt auf 15 Minuten und darüber steigen kann, wenn der Planet nicht sehr nahe beym Mittelpunkte durch die Sonnenscheibe gehet. Da 15 Minuten 900 Sekunden ausmachen, so sehen Sie leicht, daß auch ein Fehler von 3 Sekunden Zeit in der Beobachtung nur $\frac{1}{300}$ des Ganzen beträgt, also auch die daraus berechnete Parallaxe nur um $\frac{1}{300}$ ihrer Größe unsicher machen kann. Eben aus dieser Ursache hatte Halley die Beobachtung der Durch-

gänge der Venus den Astronomen so angelegentlich empfohlen, weil man kein anderes Mittel kennt, durch welches die Sonnenparallaxe sich so genau bestimmen läßt, als durch einen solchen Durchgang.

Man kann also bloß aus der Vergleichung der verschiedenen Zeitpunkte, in welchen der Durchgang der Venus an verschiednen Orten anfängt oder sich endigt, die Parallaxe der Sonne sehr genau finden, besonders wenn der Planet vom Mittelpunkte der Sonne etwas entfernt bleibt. Nur muß man alsdann die Verschiedenheit in der geographischen Länge dieser Oerter genau wissen, deren richtige Bestimmung mehrentheils sehr schwer ist. Man kann aber auch die Sonnenparallaxe aus der Dauer des Durchganges an verschiedenen Orten berechnen, und diese zweyte Methode hat den Vorzug, daß man bey ihr weder die Breiten noch die Längen der Orte genau zu wissen nöthig hat. Nur muß man die Höhe der Sonne an jedem Orte beym Eintritte und beym Austritte genau kennen, um zu wissen, zu welchen Höhen die gefundenen Parallaxen gehören. Diese Methode ist unfehlbar der ersten vorzuziehn, wenn der Planet sehr nahe beym Mittelpunkte durch die Sonnenscheibe geht, weil da der Unterschied zwischen der Dauer des Durchganges, nachdem er von der Oberfläche der Erde oder aus ihrem Mittelpunkte betrachtet wird, doppelt so groß werden kann, als der Unterschied in dem Anfange oder dem Ende desselben. Hat aber Venus eine etwas starke Breite, so kann der letztere Unterschied größer seyn, als der in der Dauer, weil alsdann oft der Fall eintritt, daß derselbe Ort den Eintritt sowohl, als den Austritt, früher

oder später sieht, als der Mittelpunkt der Erde, so, daß man, um den Unterschied in der Dauer zu erhalten, die Unterschiede der Parallaxen nicht addiren, sondern von einander abziehen muß, da man denn nothwendig einen Rest erhält, der weniger ausmacht, als diese Unterschiede selbst.

Es ist bey diesen Durchgängen, wenn sie recht brauchbar seyn sollen, ungemein viel daran gelegen die vortheilhaftesten Orte zu ihrer Beobachtung zu wählen. Nach beiden Methoden sind die Zeitunterschiede am größten, wenn der Eintritt und Austritt beym Aufgange oder Untergange der Sonne beobachtet werden kann, weil alsdann die Parallaxen am größten sind. Braucht man die erste Methode, so muß man Orte aufsuchen und mit einander vergleichen, wo entweder die eine, oder die andre Seite des Halbschattens der Venus zuerst die Erde trifft, oder wo sie die Erdkugel verläßt. Denn in zweyen solchen Orten ist der Unterschied in der Zeit des Eintritts oder des Austritts so groß, als möglich. Braucht man die zweyte Methode, so muß man, wo möglich, zwey Orte wählen, deren der eine eine starke nördliche, und der zweyte eine starke südliche Breite hat, damit an dem einen der Tag, und an dem andern die Nacht nicht länger sey, als die Zeit des Durchganges, und also in beiden der Eintritt und Austritt auf den Aufgang und Untergang der Sonne falle. Die Sonne muß zur Zeit der Mitte des Durchganges durch den Mittagskreis beider Orte gehn.

Man rechnet die Dauer eines solchen Durchganges, von der innern Berührung der Ränder des Planeten und der Sonne an, bis wieder zur innern Berührung derselben. Denn die äußere

Berührung läßt sich mit keiner Zuverlässigkeit beobachten, und selbst die Beobachtung der innern Berührung wird durch die Atmosphäre der Venus etwas unsicher. Werden nun dergleichen Beobachtungen wirklich angestellt, so berechnet man den Durchgang, so wie eine Sonnenfinsterniß, indem man dabey die Sonnenparallaxe, so genau man sie kennt, zum Grunde legt. Indem man nachher diese Rechnungen mit den besten und zuverlässigsten Beobachtungen vergleicht, sieht man sogleich, ob man die Sonnenparallaxe, nach den Beobachtungen, noch etwas größer oder kleiner annehmen müsse. Man macht daher immer neue Versuche, bis man endlich diejenige Parallaxe findet, welche mit jenen Beobachtungen am besten übereinstimmt. So verfuhr man bey den Durchgängen der Venus von 1761 und 1769, und setzte dadurch die mittlere Entfernung der Sonne von der Erde, bis etwa auf $\frac{1}{100}$ ihrer Größe, oder bis auf 237 Erdhalbmesser, wie es scheint, außer Zweifel. Unsern Nachkommen ist es vorbehalten, sie noch genauer zu bestimmen.

Außer den Planeten aber, welche Sie jetzt umständlich kennen, giebt es noch viele andre Himmelskörper, die eben so gut, wie die Planeten, Bürger unsers Sonnensystems sind, ungeachtet sie uns nur selten erscheinen. Man nennt sie Kometen, oder Haarsterne, weil sie mehrentheils mit einem Schweife versehen sind, den man mit den Haaren des Kopfes verglichen hat. Dieser Schweif, ihr blasses Licht, und ihre seltene Erscheinung, machten, daß man diese Sterne für ganz außerordentliche Erscheinungen, und für Vorboten großer Unglücksfälle hielt. Indessen haben nicht alle Kometen Schweife, sondern einige er-

scheinen bloß als runde Scheiben, sind aber dennoch wie in einen Nebel gehüllt. Ueberhaupt unterscheidet man durch Fernröhre in ihrem Kopfe, auch wenn sie einen Schweif haben, mehrentheils den Dunstkreis und den inwendigen hellen und undurchsichtigen Kern. Man hat aber auch an einigen, die einen ansehnlichen Schweif hatten, gar keinen eigentlichen Kopf erkennen können. Ihr Licht ist blaß, trübe und weißlich, zuweilen aber auch, wiewohl selten, hell und glänzend. Ihr Schweif befindet sich allezeit an der von der Sonne abgewendeten Seite, und ist mehrentheils gerade, oft aber auch gegen sein Ende etwas gekrümmt, und wohl gar getheilt. Zuweilen ist er klein, zuweilen aber auch ungemein groß, so daß seine Länge bis 70 Grade am Himmel einnimmt; allemal aber so dünn, daß man die Sterne durch ihn hindurch sehen kann. Die meisten Kometen sind wegen ihrer großen Kleinheit bloß durch Fernröhre sichtbar; einige aber werden, indem sie sich der Sonne nähern, viel größer, als die Planeten, und ihr scheinbarer Durchmesser ist zuweilen dem des Mondes gleich. Sie sind zuweilen nur eine einzige Nacht, überhaupt nur eine kurze Zeit, und höchstens einige Monate lang, dem bloßen Auge sichtbar. Im ersten Anfange ihrer Sichtbarkeit sind sie gewöhnlich klein und blaß, und gehen sehr langsam zwischen den Fixsternen fort. Nach und nach werden sie größer, ihr Licht wird heller, ihr Schweif, wenn sie einen haben, länger, und ihr Lauf schneller. Sie nähern sich indessen der Sonne immer mehr. Sieht man sie nun nachher, wenn sie sich wieder von ihr entfernen, so werden sie wieder nach und nach immer kleiner und langsamer in ihrem Laufe, bis sie in kurzer Zeit uns

ganz aus dem Gesicht verschwinden. Sie durchkreuzen den Himmel bald nach dieser, bald nach jener Gegend, und gehen nicht so, wie die Planeten, bloß nach der Ordnung der Zeichen. Auch haben sie keinen gewissen Thierkreis, sondern sie zeigen sich bald in diesen, bald in jenen Sternbildern. Niemals aber durchläuft ein Komet, so lange er sichtbar ist, einen ganzen Umkreis von 360 Graden am Himmel, sondern immer nur einen Theil davon.

Die Kometen gehen, so lange sie sichtbar sind, so wie andre Sterne, täglich auf und unter. Sie nehmen also an der Drehung der Erde keinen Theil, und sind Himmelskörper, nicht aber, wie die meisten Alten glaubten, Lufterscheinungen. Newton zeigte zuerst, daß sie sich in länglichen Ellipsen um den Mittelpunkt der Sonne, als ihren Brennpunkt, so wie die Planeten, bewegen; und da seine Theorie mit den Beobachtungen so genau übereinstimmt, daß Halley sogar im Stande war, nach ihr die Wiederkunft eines Kometen, der auch 1759 wirklich erschien, an 70 Jahre voraus anzukündigen, so darf man wohl weiter an ihrer Richtigkeit und Gewißheit nicht zweifeln. Ueberdieses ist auch die Größe der Kometen oft so ansehnlich, als die der Planeten. Der Kern des Kometen von 1744 war länglichrund, und nach den besten Beobachtungen an 1376 Meilen lang und 917 Meilen breit. Er übertraf also den Mond etwa 14 Mal an Größe, und die Höhe seines Dunstkreises über dem Kerne wurde auf 8000 Meilen berechnet. Sein Schweif aber dehnte sich im Anfange des Februars durch eine Länge von 7 Millionen Meilen aus.

Die Kometen haben ihr Licht von der Sonne, weil es um desto stärker wird, je mehr sie sich der Sonne nähern, und weil es an der nach der Sonne gekehrten Seite am lebhaftesten zu seyn pflegt. Ueberdieses ist es auch gewöhnlich zu bleich und zu schwach, als daß es ein ihnen eigenthümliches Licht seyn könnte. Ihr Kern wird oft, wenn sie sich der Sonne sehr nähern, zertheilt, aufgelöst oder entzündet, wenigstens sehr verändert, und man kann wohl nicht zweifeln, daß die Sonnenhitze die wahre Ursache dieser Veränderung ist. So war der Komet von 1680, als er aus seiner Sonnennähe zurückkehrte, viel kleiner, als vorher. So sah man an dem Kometen von 1744 den 5 Februar aus dem der Sonne zugekehrten Theile seines Kerns einen hellen Dampf aufsteigen, und am 27 Februar fast den ganzen Kern dampfen. Man konnte auch durch die ungleichen Stufen des Lichts in seinem Dunstkreise mehrere Schichten von Dämpfen deutlich unterscheiden, die nach und nach aufstiegen und einander folgten. Andre Kometen haben nahe bey der Sonne fast ihren ganzen Kern eingebüßt, indem dieser nach und nach aufgelöst wurde, und den Dunstkreis und den Schweif vergrößerte. Auch der Komet von 1769 war sich fast nicht mehr ähnlich, als er von der Sonne zurückkehrte. Es ist also wohl unleugbar, daß die Kometen, wenn sie sich der Sonne sehr nähern, eine außerordentlich große Hitze ausstehn, die wahrscheinlich oft bis zur Entzündung geht, ihre ganze Masse durchdringt und verändert, und die sie nachher sehr lange beybehalten, ehe sie sie gänzlich verlieren. Auch läßt sich aus den Beobachtungen über die Kometen schließen, daß ihr Schweif ein Theil ihres Dunstkreises ist, der durch

die eigne Materie des Kerns, wenn sie sich von der Hitze auflöst, vergrößert wird. Der Schweif weicht von der geraden Linie, die durch die Mittelpunkte der Sonne und des Kometen gezogen wird, allezeit nach derjenigen Gegend etwas ab, von welcher der Komet herkommt, oder er bleibt in seiner Bewegung allezeit etwas zurück, und wird besonders in der Sonnennähe an seinem Ende oft merklich gekrümmt oder gar getheilt. Sie sehen ohne mein Erinnern, daß die geschweiften Kometen sich nicht um eine gewisse Axe drehen. Denn ihr Schweif müßte sonst an dieser Bewegung Antheil nehmen, und um dieselbe Axe herum mit fortgerissen werden.

Es giebt nicht nur Kometen, welche der Sonne nahe kommen, und dennoch keine Schweife haben, sondern auch solche, die weit von ihr entfernt bleiben, und dennoch mit Schweifen erscheinen. Zwar hatten die Kometen von 1729 und 1747, welche der Sonne nicht einmal so nahe kamen, als Mars, keine Schweife; allein es waren unter andern auch die Kometen von 1683, 1706, u. s. w. ohne Schweife, obgleich sie zwischen der Venus, und dem Mercur durchgingen. Dagegen erschienen die Kometen von 1652, 1723, 1742, die der Sonne nicht so nahe kamen, als Venus, mit Schweifen. Einige Kometen bekommen nahe an der Sonne lange Schweife, bey andern bleibt der Schweif kurz, ungeachtet sie sich der Sonne mehr nähern, als jene. Der Komet von 1744 zeigte sich Anfangs ohne Schweif, erhielt aber einen, als er sich der Sonne näherte. Der Schweif wurde hierauf immer größer, und als der Komet von der Sonne zurückkehrte, sah man bloß seinen sehr großen Schweif, der in 5 Streifen zertheilt war.

Zwey und zwanzigster Brief.

Nach der Newtonschen Theorie bewegen sich alle Himmelskörper, die zu unserm Sonnensysteme gehören, in Ellipsen, in deren einem Brennpunkte sich der Mittelpunkt der Sonne befindet. Ich habe Ihnen bereits gesagt, daß die Erfahrung diese Theorie, auch in Ansehung der Kometen, bestätigt hat, und Sie werden sich von ihrer Gewißheit in der Folge noch mehr überzeugen. Die elliptischen Bahnen aber der Planeten und Kometen unterscheiden sich vorzüglich darin, daß jene nur wenig, diese sehr stark, von Kreisen abweichen. Eben deßhalb sind die Kometen nur so kurze Zeit sichtbar. Denn ihr bleiches Licht macht, daß wir sie nur in dem Theile B A H (Fig. 23), ihrer länglichen Bahn sehn, welcher der Sonne F nahe ist, und sie während der ganzen Zeit, da sie den übrigen viel größern Theil derselben durchwandern, und so weit oder weiter von uns entfernt sind, als Jupiter, gar nicht bemerken. Und diese Zeit ihrer Unsichtbarkeit ist um desto länger, da sie sich um desto langsamer bewegen, je weiter sie sich von der Sonne entfernen und am langsamsten in ihrer Sonnenferne in B; weil auch bey ihnen die Zeiten sich so verhalten, wie bey den Planeten, und z. B. die Zeit des Laufs durch den Bogen A D durch den elliptischen Ausschnitt A F D gemessen wird.

Die Bahnen fast aller Kometen, die man bis jetzt beobachtet hat, sind so ungemein ekzentrisch, daß die kleinen Theile derselben, in welchen die

Kometen uns sichtbar sind, sich von Parabeln fast gar nicht merklich unterscheiden. [1] Daher pflegt man, wenn ein Komet erscheint, anzunehmen, daß er sich in einer Parabel bewegt, und unter dieser Voraussetzung seine Bahn zu berechnen. Dadurch wird die Berechnung ungemein erleichtert, weil in einer Parabel ABMN (Fig. 138), deren Axe AD, der Brennpunkt F ist, sich die Ausschnitte AFM, AFN viel leichter bestimmen lassen, als in der Ellipse. Es mag der Punkt M liegen, wo man will, so hält, wenn man aus ihm die Linie MP senkrecht auf die Axe zieht, der Abschnitt APM zwey Dritttheile von dem Rechtecke aus AP und PM. [2] Zieht man nun das Dreyeck FMP von diesem Abschnitte ab, so bleibt der Ausschnitt AFM übrig, welcher die Zeit des Laufs durch den Bogen ABM mißt. Ferner findet man, wenn man AF oder die Entfernung der Sonnennähe von dem Mittelpunkte der Sonne weiß, die Entfernung FM sehr leicht in jedem Punkte der Parabel aus der wahren Anomalie, oder umgekehrt diese aus jener. [3] Ja selbst wenn AF unbekannt ist, und man zwey verschiedne Entfernungen FM, FN nebst dem Winkel kennt, den sie einschließen, läßt sich die wahre Anomalie und daher auch der Punkt der Sonnennähe ohne viele Schwierigkeit finden. [4]

Da man auf diese Art von einer Kometenbahn weder die große Axe noch die Sonnenferne kennt, so sieht man die Zeit der Sonnennähe des Kometen, als die Epoche an, von welcher man seine Bewegung rechnet, und setzt den Anfang der wahren Anomalie in A. Ferner betrachtet man den Abstand der Sonnennähe AF, als die Einheit, in Ansehung der übrigen Ausmessungen seiner Bahn,

wiewohl man sie insgesammt auch in Halbmessern der Erdbahn auszudrücken pflegt. Die Elemente einer Kometenbahn sind also folgende: der Zeitpunkt der Sonnennähe; der Punkt der Sonnennähe in der Bahn; der Abstand desselben vom Brennpunkte; die Lage der Knotenlinie, und die Neigung der Bahn gegen die Ekliptik. Sind diese fünf Elemente bekannt, so kann man die Erdlänge und Erdbreite des Kometen für eine jede Zeit berechnen, und hernach untersuchen, ob die Beobachtung mit der Berechnung übereinstimmt.

Ein ansehnlicher scheinbarer Durchmesser und eine große Schnelligkeit der scheinbaren Bewegung sind mehrentheils sichre Merkmahle, daß ein Komet der Erde nahe ist. Ob er schon in seiner Sonnennähe gewesen ist, oder nicht, läßt sich mehrentheils sehr leicht erkennen. Sogar die wahre Richtung seiner Bewegung, aus der Sonne gesehen, läßt sich oft besonders zur Zeit seiner Zusammenkunft mit der Sonne, sehr wahrscheinlich beurtheilen. Denn ist er alsdann der Erde näher, als die Sonne, so muß er rückläufig scheinen, wenn er rechtläufig ist, und umgekehrt; bey einer obern Zusammenkunft hingegen verhält sich die Sache auf die entgegengesetzte Art. Man kann daher bloß durch genaue und anhaltende Beobachtungen eines Kometen verschiedne wichtige Umstände, die sich auf seine Bewegung beziehn, mit ziemlicher Wahrscheinlichkeit erkennen, und diese Kenntnisse muß man sich vorzüglich alsdann vorläufig zu verschaffen suchen, wenn man die Bahn desselben genauer bestimmen will. Denn die Zeit der Sichtbarkeit der Kometen ist so kurz, und der Theil ihrer Bahn, den sie uns zeigen, in Ansehung des übrigen Theils, so ungemein klein, daß wir nicht aufmerksam genug

auf sie seyn können und alle Umstände zur Hülfe nehmen müssen, um uns eine einigermaßen richtige Vorstellung von ihrem Laufe zu machen.

Daher sind auch solche Beobachtungen zur Bestimmung der Bahn eines Kometen die besten, welche, der Zeit nach, so weit als möglich aus einander liegen und bey denen der Komet mit sehr verschiedenen Geschwindigkeiten fortgegangen ist. Jedoch muß überhaupt seine Geschwindigkeit ansehnlich gewesen seyn, und über 20 Minuten täglich betragen haben, weil sonst geringe Fehler, die man in der Beobachtung des Orts des Kometen begeht, große Irrthümer bey Bestimmung seiner Bahn nach sich ziehn. Wenn man zwey gute Beobachtungen von der Art wählt, und durch eine wahrscheinliche Schätzung weiß, ob zur Zeit derselben der Komet der Erde näher, oder weiter von ihr entfernt war, als die Sonne, so muß man auf dieselbe Zeit die Länge der Sonne und ihre Entfernung von der Erde berechnen, und dadurch die Ausweichung des Kometen so genau, als möglich, bestimmen. Es sey T (Fig. 139), der Ort der Erde zu der Zeit der einen Beobachtung, S der Ort der Sonne. Man mache den Winkel STA der beobachteten Ausweichung des Kometen gleich, indem man TA nach Westen oder nach Osten zieht, und in der Ebne der Ekliptik bis in A, gerade unter oder über den Ort C verlängert, in welchem sich wahrscheinlich der Komet befindet, so, daß die Linie CA auf jene Ebne, also auch auf die Linien AT und AS senkrecht ist. So wird offenbar SA die reduzirte und CS die wahre Entfernung des Kometen von der Sonne, CSA ist die Sonnenbreite und CTA die Erdbreite des Kometen, CSA aber der Winkel an

der Sonne. Giebt man nun z. B. der reduzirten Entfernung S A eine gewisse wahrscheinliche Größe, so läßt sich daraus der Winkel T A S und A S T berechnen. Den letztern addirt man zur beobachteten Länge des Kometen, oder man zieht ihn von ihr ab, und erhält auf die Art die Sonnenlänge desselben. Eben so läßt sich der Winkel A S C oder die Sonnenbreite des Kometen nebst dem Führer odes der wahren Entfernung S C finden, da seine Erdbreite C T A bekannt ist.

Sucht man nun aus der zweyten guten Beobachtung, die von der erstern weit genug entfernt ist, auf eine ähnliche Art, durch die willkührliche Annahme einer Linie, wie S A, oder eines Winkels, die Sonnenlänge und Sonnenbreite des Kometen, nebst der wahren Entfernung, so findet man zugleich den zwischen beiden Entfernungen enthaltenen Winkel, oder den Unterschied der wahren Anomalien, und hieraus die Anomalien selbst nebst der Entfernung und der Zeit der Sonnennähe. Zeigt es sich nun, wie das gewiß allemal der Fall seyn wird, daß der Komet in der gefundnen Parabel mehrere oder wenigere Zeit brauchen würde, um den zwischen beiden Beobachtungen enthaltenen Bogen zu durchlaufen, als er nach der Beobachtung wirklich braucht, so muß man neue Versuche machen, und die willkührlich angenommenen Linien oder Winkel so bestimmen, daß die Rechnung mit der Erfahrung immer mehr übereinstimmt. Hat man endlich eine genaue Uebereinstimmung erlangt, so berechnet man aus den beiden gefundnen Sonnenbreiten auch die Neigung und die Knotenlinie der Bahn; und hieraus den Ort des Kometen sowohl aus der Sonne, als aus der Erde gesehen, für einen dritten Zeitpunkt, für welchen man eben-

falls eine gute Beobachtung hat. Stimmt die Rechnung mit dieser Beobachtung nicht überein, so nimmt man seine Zuflucht zu neuen Versuchen, bis man es endlich dahin bringt, daß auch die dritte Beobachtung in die gefundne Parabel paßt, da man denn versichert seyn kann, daß sie der wahren Bahn des Kometen überhaupt so nahe kommt, als möglich, und näher, als irgend eine andre Parabel.

Um sich diese weitläuftige und verdrießliche Arbeit zu erleichtern macht man im Anfange nur ungefähr Ueberschläge, bey welchen man in den Winkeln die Sekunden vernachlässigt, und die willkührlich angenommnen Linien oder Winkel nur in großen Theilen ausdrückt. Je weiter man aber die Versuche fortgesetzt, um desto genauer kann und muß alles bestimmt werden. Will man zuletzt die Genauigkeit so weit treiben, als möglich, so muß man sehr gute Beobachtungen vor sich haben, und diese wegen der Parallaxe und der Abirrung des Lichts verbessern, nach Beschaffenheit der Entfernung des Kometen von der Erde, die man bey den letzten Versuchen schon ziemlich genau kennt. Hat man endlich die Parabel aufs genaueste bestimmt, so bleibt nichts übrig, als eine Ellipse zu suchen, welche ebendenselben Brennpunkt, dieselbe Entfernung der Sonnennähe, dieselbe Neigung und Knotenlinie, und um die Sonnennähe herum dieselbe Krümmung hat, als die Parabel. Denn diese Ellipse ist eigentlich die wahre Bahn des Kometen, durch welche man auch die periodische Umlaufszeit desselben berechnen kann.

Sie sehen leicht, daß wegen der Kleinheit des Stücks der Bahn, in welchem man einen Kometen

beobachten kann, diese Umlaufszeit immer sehr unsicher ist, und der fürchterliche Komet von 1680, welcher der Sonne näher kam, als ein andrer, den man kennt, ist ein einleuchtendes Beyspiel dieser Unsicherheit. Halley hatte ihn selbst gesehen und seine Bahn nach den besten Beobachtungen berechnet. Nachdem er seine Berechnung mit der Geschichte verglichen hatte, setzte er die Umlaufszeit desselben auf 575 Jahre, so, daß er erstlich gegen 2255 wieder erscheinen müßte. Er hielt ihn für denselben Kometen, der gleich nach dem Tode des Diktator Cäsar sich 7 Tage lang zeigte, und dem Oktavius einen Tempel baute. Dagegen findet Euler durch seine Berechnung aus denselben Beobachtungen, daß jener Komet in 170,77 Jahren ein Mal herum kommt, und also 1850 oder 1851 wieder erscheinen wird. Ein andres Beyspiel giebt der Komet von 1770, für den die auf eine Menge sehr guter Beobachtungen gegründeten Berechnungen eine Umlaufszeit von $5\frac{1}{2}$ Jahren bestimmten, ungeachtet er seit 1770 nicht wieder erschienen ist.

Man begnügt sich deßhalb damit, bloß die parabolischen Elemente der Kometenbahnen zu berechnen, und hat deren auch wirklich bis jetzt einige und achtzig berechnet. Findet man nachher, daß die Elemente von zweyen zu verschiednen Zeiten erschienenen Kometen völlig oder beynahe einerley sind, so sieht man beide als einerley Kometen an, und bestimmt aus der Entfernung jener beiden Zeiten von einander die Umlaufszeit desselben, woraus sich denn auch die Axen seiner Bahn finden lassen. So machte es Halley mit dem Kometen von 1682, welchen er mit dem, der 1531 und 1607 erschien, für einerley erkannte, und auf das Jahr

1759 voraus ankündigte. Er erschien 1759 auch wirklich und wird 1835 wieder erscheinen, weil seine Umlaufszeit 27937½ Tage beträgt. Aber er ist auch bis jetzt der einzige Komet, den man mit Gewißheit voraus ankündigen kann. Denn auch diese Methode, durch Vergleichung der zu verschiednen Zeiten erschienenen Kometen ihre Umlaufszeiten zu bestimmen, ist nicht ganz sicher, vorzüglich deßwegen, weil die ältern Beobachtungen größtentheils unzuverlässig sind. Selbst Halley betrog sich mit dem Kometen von 1661, den er auf das Jahr 1789 ankündigte, weil er ihn mit dem von 1532 nach dem Apian für einerley hielt. Denn Apians Beobachtungen waren wahrscheinlich unrichtig, und der Komet erschien nicht. Eben so wenig ist der Komet von 1744, den viele mit dem von 1699 für einerley hielten, 1785 wieder erschienen, und ob der von 1737, der 1556 auch gesehen worden seyn soll, 1917 wieder erscheinen wird, muß die Zukunft lehren. Der Lauf der Kometen scheint überhaupt durch die Wirkung der Planeten, besonders der obern und großen, denen sie oft sehr nahe kommen, sehr gestört und oft ganz verändert zu werden. Vielleicht leiden sie auch noch andre Veränderungen, wenn wir sie weiter nicht sehn, von denen wir keinen Begriff haben; wenigstens sind sie gewiß nicht durchgehends so fest und dicht, als Newton geglaubt hat.

Alle bisher beobachteten Kometen sind der Sonne näher gekommen als Jupiter, und ihre Bahnen hatten ungemein verschiedne Neigungen, bald nur von 2 Graden 19 Minuten wie der von 1743, bald von 88 Graden 36 Minuten, wie der von 1707. Man findet auch nicht, daß diese Neigungen um desto größer seyn sollten, je

mehr die Kometen sich der Sonne nähern. Es ist also auch falsch, daß die Neigungen der Bahnen der Kometen nur deßhalb so groß sind, damit sie den Planeten um desto besser ausweichen können. Denn hätte dieses Vorgeben einigen Grund, so müßten jene Neigungen um desto größer seyn, je näher die Kometen der Sonne kommen. Die Erfahrung aber lehrt unwidersprechlich das Gegentheil.

Anmerkungen.

1. Denn wenn man aus dem Brennpunkte F (Fig. 23), auf den kleinen Theil der uns sichtbaren Bahn HAD irgendwohin nach D eine gerade Linie, und von da eine andre DG nach dem andern Brennpunkte zieht, so ist der Winkel bey G so klein, weil F und G so weit aus einander liegen, daß man DG als parallel mit der Axe AB, also diese als unendlich groß, in Ansehung des Stücks AF, folglich HAD als einen parabolischen Bogen ansehen kann (III. Band Einleitung 220).

2. Denn wenn man pm parallel mit der halben Ordinate PM zieht (Fig. 138), und sich vorstellt daß beide Linien einander unendlich nahe liegen, so ist PpmM als ein Rechteck, und als ein unendlich kleiner Theil des Abschnittes APM anzusehn. Nennt man nun PM, y, AP, x, so ist jenes Rechteck $=$ y d x (III Band Einleit. 237). Da aber $p x = y^2$ ist (III Band Einleit. 224), so wird $p dx = 2ydy$ (Einleit. 241) und $\frac{p dx}{2y} = dy$. Nun ist von dem Produkte $\frac{2}{3}$ xy das Differenzial $= \frac{2}{3} x dy + \frac{2}{3} y dx$ (Einleit. 238).

Also ist dasselbe $= \frac{2}{3} x . \frac{p dx}{2y} + \frac{2}{3} y dx = \frac{p x dx}{3y}$ $+ \frac{2}{3} y dx = \frac{y^2 dx}{3y} + \frac{2}{3} y dx = \frac{1}{3} y dx +$ $\frac{2}{3} y dx = y dx$, also eben so groß, als das Differenzial des Abschnittes APM. Folglich ist dieser Abschnitt $\frac{2}{3}$ von dem Rechtecke xy gleich.

Da $AF = \frac{1}{4} p$ ist (III Band Einleit. 224), so wird, wenn man AF als die Einheit ansieht, $p = 4$, und $4x = y^2$, also auch $4 . AF = FB^2$, also $FB = 2$, und $AP . PM = \frac{1}{6} y^3$ und $FP = x - 1 = \frac{1}{4} y^2 - 1$, also das Dreyeck $FPM = \frac{1}{8} y^3 - \frac{1}{2} y$ und der Ausschnitt $AFM = \frac{1}{2} y + \frac{1}{24} y^3$.

3. Wenn die Winkelgeschwindigkeit des Kometen oder vielmehr seines Führers, in $A = C$, und in $B = c$ ist, so wird $C : c = \frac{1}{AF^2} : \frac{1}{BF^2}$ (18 Brief 3 Anmerk.) $= BF^2 : AF^2 = 4 : 1$.

Bey den Kometenbahnen ist AFM die wahre Anomalie, welche zu M gehört. Man nenne die Tangente dieses halben Winkels, a, und ziehe MT, die Berührungslinie an M, so ist $TF = FM$ (III Band Einleit. 223) und bey T und M sind im Dreyecke TFM gleiche Winkel. Sind nun FE und MD beide senkrecht auf MT, so wird $MFE = FMD$ und $EFT = MDT$. Da nun auch $MFE = EFT$ ist, so wird $MDT = \frac{1}{2} TFM$. Nun sind die Dreyecke PMD, TPM einander ähnlich. Daher wird $PD : PM = PM : TP$. Ist nun $PM = y$, $AP = x$, $AF = 1$, so wird $4x = y^2$, TP aber ist $= 2x$ (III Band Einl. 222), also $PD : y = y : 2x$, folglich PD

$= y^2 : 2x = 2$. Nun ist aber auch PD:PM $= 1$: tang. D. Also ist tang. D $= \frac{1}{2} y$. Da nun D $= \frac{1}{2}$ TFM ist, so wird tang. $\frac{1}{2}$ TFM oder tang. $\frac{1}{2}$ AFM $= \frac{1}{2} y = a$.

Daher ist der Ausschnitt AFM $= a + \frac{1}{3} a^3$ (2 Anmerk.) und der Ausschnitt AFB (wo bey F ein rechter Winkel, also a $=$ tang. $\frac{1}{2}$ R $=$ tang. $45° = 1$ ist) $= 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$. Nennt man nun die Zeit des Laufs durch AB, t, durch ABM, T; so ist t : T $= \frac{4}{3} : a + \frac{1}{3} a^3$, also 4 T $=$ $(a^3 + 3a)$ t. Und auf diese Art findet man, wenn man nur die Zeit des Laufs durch AB weiß, aus der Zeit, in welcher irgend ein Bogen ABM durchlaufen wird, die zu ihm gehörige wahre Anomalie, oder umgekehrt aus dieser jene Zeit.

Man setze die halbe wahre Anomalie, oder den Winkel EFM $=$ o, AF $=$ d, und FM $=$ r; so ist FM $=$ TF $= x + \frac{1}{4} p$, weil AF, oder d, $= \frac{1}{4} p$ wird, wenn p den Parameter der Axe bedeutet und $px = y^2$ ist (2 Anmerk.). Also ist $4x$. FM oder $4rx = 4x^2 + px = 4x^2 + y^2 =$ TM^2, weil TP $= 2x$ ist. Ferner ist sin. FMT $=$ cos. EFM $=$ cos. o und 1 : sin. FMT $=$ r : FE, also FE$^2 =$ r^2 (cos. o)^2. Nun ist FE$^2 =$ r$^2 -$ $\frac{1}{4}$ TM$^2 =$ r$^2 -$ rx. Also wird r (cos. o)$^2 =$ r $-$ x $=$ d und r $=$ $\frac{d}{(\cos. o)^2}$; und so findet man FM aus o, wenn man d weiß.

4. Es seyn M und N zwey Punkte in der Parabel; die zu dem einen gehörige wahre Anomalie AFM $=$ q, die zum andern gehörige AFN $=$ p, und $\frac{1}{4} q + \frac{1}{4} p =$ m und $\frac{1}{4} q - \frac{1}{4} p =$ n, so wird p $=$ 2m + 2n, q $=$ 2m $-$

2 n. Ferner sey r = MF und s = NF, so wird

$$r = \frac{d}{(\cos.\ \frac{1}{2}\ q)^2}\ \text{(3 Anm.)} = \frac{d}{(\cos.\ (m-n))^2}$$

und eben so $s = \frac{d}{(\cos.\ (m+n))^2}$. Daher ist $\sqrt{r} : \sqrt{s} = \cos.\ (m+n) : \cos.\ (m-n) =$ cos. m. cos. n — sin. m. sin. n : cos. m. cos. n + sin. m. sin. n (III Band Einl. 186); also auch $\sqrt{r} + \sqrt{s} : \sqrt{s} - \sqrt{r} =$ cos. m. cos. n : sin. m. sin. n. Man dividire beides durch sin. m. cos. n, so bleibt: $\sqrt{r} + \sqrt{s} : \sqrt{s} - \sqrt{r} = \frac{\cos.\ m}{\sin.\ m} :$ tang. n = cot. m. tang. n. Es ist aber n dem vierten Theile des Winkels MFN gleich, daher man durch diese Formel aus den Entfernungen FM, FN und dem Winkel MFN, den Winkel m, also auch m + n und m — n das ist: die Anomalien p und q, finden kann.

Drey und zwanzigster Brief.

Sie können sich leicht überzeugen, daß die Zahl der Kometen, die zu unserm Sonnensysteme gehören, sehr ansehnlich seyn müsse. Denn wir sehen unfehlbar die meisten selbst von denen nicht, die der Erde nahe genug kommen, um auf ihr sichtbar zu seyn. Einige haben eine so große südliche Breite, indem sie sich der Sonne nähern, daß man sie alsdann nur jenseit der Linie sieht, und bey ihrer Rückkehr bleiben sie oft unter den Sonnenstrahlen verborgen. Daher hat man zuweilen

bey großen Sonnenfinsterniſſen Kometen neben der Sonne erblickt, von denen man vorher nichts wußte, und die man nachher auch weiter nicht sah. Andre Kometen gehn bey Tage auf und unter, oder mitten im Sommer bey den hellen Nächten, oder auch im Winter, wenn der Himmel oft ganze Wochen lang immer bewölkt iſt. Selbſt ein ſtarker Mondſchein kann oft die Kometen unſichtbar machen, und da die meiſten ſo klein ſind, daß man ſie nur durch gute Fernröhre wahrnimmt, ſo iſt ihre Entdeckung mehrentheils ein bloßer Zufall. So fand Halley, da er 1717 den 21 Junius durch ein ſtarkes Fernrohr den Mars beobachtete, nahe bey ihm einen Kometen, von welchem wir, ohne dieſen Zufall, gar nichts wiſſen würden. Es ſcheint alſo, daß wir ſelbſt von den Kometen, die der Sonne ſo nahe oder näher kommen, als Mars, und die allermeiſten, welche wir kennen, haben ſich in dieſem Falle befunden, vielleicht nur den vierten oder fünften Theil wirklich ſehn. Nach dieſer Vorausſetzung müßte man ins Mittel an zwey Kometen, die bis an den Mars, oder noch tiefer, herabſteigen, auf jedes Jahr rechnen.

Aber alle in dem letztverfloßnen Jahrhunderte beobachtete Kometen waren von einander verſchieden, und man kennt bis jetzt überhaupt mit Gewißheit noch keinen, der eine kürzere Umlaufszeit hätte, als der von 1759. Die übrigen Kometen haben nach der größten Wahrſcheinlichkeit Umlaufszeiten von einigen hundert Jahren. Nehmen wir alſo an, daß von denen, die bis zum Mars, oder noch tiefer, zur Sonne herabſteigen, die mittlere Umlaufszeit an 300 Jahre beträgt, ſo müſſen wenigſtens an 600 dergleichen Kometen vorhanden ſeyn.

seyn. Nun ist die Entfernung des Mars von der Sonne nur ein Punkt, in Ansehung des Halbmessers unsers ganzen Sonnensystems. Giebt es also eben so gut Kometen, deren Sonnennähe über den Mars fällt, als es deren giebt, die sich der Sonne mehr nähern, als Mars, so müssen viele tausend Kometen zu unsrer Sonne gehören und um sie laufen, die wir nie zu Gesichte bekommen.

Die Verwandlung der Kometen in Planeten, welche einige Naturforscher als sehr wahrscheinlich angesehen haben, ist nicht nur äußerst unwahrscheinlich, sondern sogar unmöglich. Denn erstlich gehen die Planeten insgesammt von Westen nach Osten, die Kometen aber nach allen möglichen Richtungen. Welch ein erstaunender Zufall, wenn unter so vielen tausenden bloß sieben Kometen von denen, die sich von Westen nach Osten bewegen, zu Planeten gereift seyn sollten? Zweytens sind die Bahnen aller Hauptplaneten und des größten Theils ihrer Monde in einen kleinen Streifen, den Thierkreis, eingeschlossen, dessen Breite kaum den achtzehnten Theil des ganzen Umfanges der Himmelskugel ausmacht. Man kann daher viele Millionen gegen Eins setzen, daß die Planeten, wenn sie aus Kometen entstanden wären, sich nicht bloß im Thierkreise bewegen würden. Fügen Sie noch hinzu, daß auch die Ebne des Aequators der Sonne in diesen Streifen fällt, daß alle Bahnen der Planeten fast kreisförmig sind, und daß diese Himmelskörper sich alle, so weit wir davon unterrichtet sind, nebst der Sonne, von Westen nach Osten um ihre Axen drehen, und Sie werden die Unmöglichkeit der Verwandlung der Kometen in Planeten noch lebhafter fühlen.

Ueberhaupt finden wir die Kometen und Planeten in allen Stücken, in welchen wir sie vergleichen kön-

nen, gänzlich von einander verschieden. Die erstern scheinen höchst locker zu seyn, und ganz aus einem dicken Nebel zu bestehen, der sich kugelförmig zusammengehäuft hat, und ebendeßhalb in der Mitte mit einem dichten Kerne versehen zu seyn scheint. Dieses beweist das matte Licht der Kometen, die Zertheilung oder Auflösung ihres Kerns nahe an der Sonne, ihr Schweif, der Mangel des Kopfes bey vielen, und ihre ungemein geringe Masse. Der Komet von 1540 ging zwischen dem Monde und der Erde durch, ohne beide im geringsten in ihrem Laufe zu stören. Er warf einen Schatten auf den vollen Mond, zum Beweise, daß er ein dunkler von der Sonne erleuchteter Körper war. Und der Komet von 1744 kam dem Merkur so nahe, daß er den Lauf dieses Planeten nothwendig merklich hätte verändern müssen, wenn seine Masse einigermaßen beträchtlich gewesen wäre. Der Komet von 1770 hatte einen sehr unregelmäßigen Lauf, als er der Erde nahe war, ohne daß er in der Bewegung der Erde die geringste merkliche Veränderung verursacht hätte.

Wir stellen uns gemeiniglich, wenn wir uns das Sonnensystem gedenken, unsere Sonne bloß mit Planeten umringt vor, und vergessen die Kometen gänzlich, die doch das ganze Ansehen der zahlreichsten und ältesten Bürger unserer Welt haben. Die Zahl der Planeten ist gegen die ungeheure Menge der Kometen, und der Raum, den jene einnehmen, gegen den ganzen Wirkungskreis unserer Sonne, in welchem wahrscheinlich allenthalben Kometen herumschweifen, so unbeträchtlich, daß die Planeten nur zufällige Theile unsers Systems, vielleicht Stücke, die von der Sonne selbst abgerissen worden sind, zu seyn scheinen. Wenn Sie Sich von dem Wirkungskreise unserer Sonne einigen Begriff machen wollen, so erinnern

Sie Sich nur, daß nach Bradleys Beobachtungen die Sonne, selbst von den nächsten Fixsternen, wahrscheinlich um mehr, als 400000 mittlere Halbmesser der Erdbahn, entfernt ist. Die Fixsterne aber leuchten mit einem ihnen eignen Lichte, und sind folglich selbst Sonnen, die unsrer Sonne an Größe nichts nachgeben, weil diese, in der ungeheuern Entfernung der Fixsterne, uns, so wie sie, bloß als ein heller Punkt erscheinen würde. Unfehlbar sind also auch die Fixsterne mit dunkeln Körpern umgeben, welche um sie laufen, und von ihnen erleuchtet werden. Jede Sonne zieht die Körper, die ihr nahe genug sind, gleichsam an, wie Sie in der Folge sehen werden. Sie hat also einen gewissen Wirkungskreis um sich her, ein gewisses Gebiet, welches man als das ihrige ansehen kann. Theilt man daher die Entfernung der nächsten Fixsterne von der Sonne in zwey gleiche Hälften, so muß man wahrscheinlich die eine Hälfte als den Halbmesser der Wirkungssphäre oder des Gebiets unsrer Sonne ansehen. Diese Hälfte aber macht an 200000 mittlere Halbmesser der Erdbahn aus, eine unermeßliche Weite von mehr als 4 Billionen Meilen, die eine Kanonenkugel nur in etwa 5 Millionen Jahren durchlaufen würde, wenn gleich ihre anfängliche Bewegung durch keinen Widerstand der Luft oder andrer Körper geschwächt würde. Alle unsre gewöhnliche Maße sind bey dieser himmlischen Meßkunst unendlich klein. Selbst das Licht braucht über drey Jahre Zeit, um von der Sonne bis an die äußersten Grenzen ihres Gebiets zu gelangen.

Alle Fixsterne, die einzeln über den Himmel zerstreut sind, sie mögen dem bloßen Auge sichtbar seyn oder nicht, scheinen uns viel näher zu liegen als die,

welche in der Milchstraße oder in den Nebelflecken zusammengehäuft sind. Sie machen also unfehlbar auch mit unsrer Sonne ein besondres System von Sonnen aus. Wie soll man aber die unzählbare Menge dieser Sterne schätzen? da sie sich um desto häufiger zeigen, je besser die Fernröhre sind, durch welche man den Himmel betrachtet. Man hat bloß um den Gürtel und das Schwert Orions an 2000 Fixsterne gezählt. Herr Herschel versichert, er habe in einem Raume von 15 Graden Länge und 2 Graden Breite einmal in Zeit von einer Stunde eine Menge von Sternen deutlich durch sein Teleskop gehen gesehn, die er auf 50000 schätzt. Lambert schätzt den Durchmesser des Systems, zu welchem unsre Sonne gehört, an 150 Mal größer, als den Durchmesser ihres eignen Gebiets. Lassen Sie uns indessen annehmen, daß er nur hundert Mal so groß ist, und Sie sehen leicht, daß das Licht über 600 Jahre Zeit braucht, um von einer Grenze dieses Systems bis zur andern zu gelangen, so daß, wenn wir in dem Mittelpunkte desselben wären, und einer der Sterne des äußersten Umfanges erlöschen möchte, wir ihn noch 300 Jahre lang nachher immerfort in seiner alten Stelle sehen würden. Aber unsre Sonne befindet sich wahrscheinlich nicht in der Mitte jenes Systems. Denn der Himmel scheint in der Gegend des Orions vorzüglich dicht, und an der entgegengesetzten Seite vorzüglich sparsam mit Sternen besetzt zu seyn. Daher ist es glaublich, daß wir uns dem nach dieser Gegend liegenden Theile des Systems näher befinden, als dem, der nach jener Gegend zu liegt.

Dieses System, zu welchem unsre Sonne gehört, ist von der Milchstraße durch einen ungemein

großen leeren Zwischenraum abgesondert. Man erkennt dieses am deutlichsten daraus, daß die Ränder der Milchstraße so deutlich abgeschnitten sind. Sie selbst besteht aus einer ganz unglaublichen Menge von Sternen, deren Herr Herschel einmal 588 zugleich in dem Felde seines Teleskops zählte. Dieses hielt einige Minuten an, so daß in einer Viertelstunde, nach Herrn Herschels Schätzung, 116000 Sterne durch sein Fernrohr gingen. Und wenn ein gutes Fernrohr die größern Sterne absondert und dem Auge deutlich macht, so blicken doch noch immer aus dem Hintergrunde äußerst entfernte matte Pünktchen hervor, die selbst ein geübtes Auge kaum unterscheiden kann. Diese Beobachtungen beweisen, daß die Milchstraße aus einer großen Menge von Fixsternsystemen besteht, die neben und hinter einander liegen, und durch einen Raum verbreitet sind, der in Ansehung seiner Länge nur schmal ist. Unser Fixsternsystem, welches mit zu diesem Haufen von Systemen gehört, befindet sich nicht in der Mitte desselben, sondern etwas zur Seite, und deßhalb sehen wir die Milchstraße, als einen über den ganzen Himmel verbreiteten schmalen Streifen.

Aber es giebt unfehlbar unzählig viele ähnliche aus Fixsternsystemen zusammengesetzte Systeme, die wie kleine Wolken oder Nebelflecken zu beiden Seiten der Milchstraße durch den Himmel zerstreut zu seyn scheinen. Diese entfernten Milchstraßen, deren besonders durch Herrn Herschels Bemühungen bereits so ungemein viele entdeckt worden sind, bestehn aus Millionen von Sonnen, deren vereinigten Glanz wir wahrnehmen und deren Licht wahrscheinlich Jahrtausende auf dem Wege bis zu unserm Auge zubringt. So sehr aber auch diese Größe des sichtbaren Theils der Welt alle mensch-

liche Einbildungskraft übersteigt, so ist dennoch unfehlbar das ganze Weltgebäude noch unendlich größer.

Herr Herschel glaubt, daß alle diese Sonnen gewisse Bewegungen haben, die uns aber, wegen ihrer ungeheuern Entfernung von uns, ganz unmerklich sind. Selbst von unsrer Sonne behauptet er aus Gründen, daß sie, nebst allen Planeten und Kometen, die zu ihrem Gebiete gehören, sich gegen das Sternbild des Herkules bewege und jährlich einen Weg durchlaufe, der nicht kleiner ist, als der ganze Durchmesser der Erdbahn. Wenigstens läßt sich auf diese Art das scheinbare Fortrücken von 22 Fixsternen, unter den ~~den~~ 29, von welchen es ausgemacht ist, daß sie eine eigne Bewegung haben, sehr gut und hinlänglich erklären.

Unterdessen kann man nicht mit Gewißheit behaupten, daß alle Nebelflecken aus zusammengehäuften Sternen bestehen. Denn es giebt unter ihnen einige, welche wahrscheinlich bloß teleskopische Kometen sind; es giebt andre, in welchen selbst die besten Teleskope nicht die geringste Spur einer Auflösung in einzelne Sterne zeigen. Auch bey den stärksten Vergrößerungen erscheinen sie immer als ein schwaches, weißliches, allenthalben gleichförmig vertheiltes Licht, zuweilen von unregelmäßiger Gestalt, wie der große Lichtflecken, welcher einen dreyfachen Stern im Schwerte des Orions umgiebt, zuweilen aber auch regelmäßig und rund, mit einem sehr hellen Sterne im Mittelpunkte, der mit jenem lichten Nebel ein Ganzes auszumachen scheint. Was dieser Nebel eigentlich ist, wissen wir so wenig, als wir jene schwarzen Flecken an der südlichen Halbkugel des Himmels auf eine befriedigende Art zu erklären im Stande sind. Ueberhaupt beurtheilen wir das ganze Weltgebäude bloß nach unserm Sonnensysteme, welches

wir etwas kennen, da doch die Natur gewiß in ihren großen Werken eben so unendlich mannigfaltig ist, als in den kleinen. Wir sehen bloß die hellen Theile des Weltgebäudes, ob es aber nicht auch dunkle giebt, die aus Mangel einer hinlänglichen Erleuchtung uns unsichtbar sind, wissen wir nicht.

Anmerkung.

Um die Kenntniß der Gestirne und ihrer scheinbaren Bewegungen zu erleichtern, hat man künstliche Himmelskugeln, auf welchen alle Sternbilder und die vornehmsten Kreise des Himmels gehörig gezeichnet sind. Sie bestehen gewöhnlich, so wie die künstlichen Erdkugeln, aus einem Gerippe von dünnen hölzernen mit einer Gypslage überzognen Reifen. Diese hohle und glatte Gypskugel wird mit einem Netze von Papierstreifen überklebt, auf welchen die Sterne und Kreise, in Kupfer gestochen, abgedruckt sind. Jeder Streifen ist der 140 Figur ähnlich, und in die krummen Seiten NAS, NBS eingeschlossen, deren jede die Länge eines Meridians hat, so daß die Spitzen aller Streifen, wie N und S, in den Polen der Kugel zusammenstoßen. In der Mitte wird jeder Streifen durch die gerade Linie AB, welche den Aequator vorstellt, in zwey gleiche und ähnliche Hälften ANB, ASB, getheilt. Und da die gerade Linie ADS auf dem Papiere kürzer ist, als NAS oder NBS; auf der Kugel aber, so gut wie NAS, einen Meridian vorstellen, also den Seiten NAS und NBS gleich seyn muß, so macht man die Streifen überhaupt nur schmal, damit das feuchte Papier, beym Aufkleben, sich gehörig recken könne, nimmt aber schon im Voraus, bey Verzeichnung der Netze, auf diese Ausdehnung des Papiers Rücksicht.

Ein solcher Globus hat über seinen beiden Polen zwey metallne Stifte, als die Enden einer durch ihn gehenden messingnen Axe, die an zweyen Stellen durch einen messingnen gehörig eingetheilten Kreis, welcher den Meridian eines jeden Ortes vorstellt, durchgehn, so, daß die Kugel sich in diesem allenthalben auf ihr fast aufliegenden Kreise frey in die Runde drehen läßt. Der Kreis selbst ruht auf einer kleinen Unterlage in einem hölzernen Gestelle, und wird von beiden Seiten durch die Einschnitte eines breiten hölzernen Reifen gehalten, der den Horizont vorstellt, und die Kugel so umgiebt, daß seine Ebne, in jeder Stellung der Kugel, durch ihren Mittelpunkt geht. Der Stift im Nordpole der Kugel hat einen Zeiger über einem kleinen messingnen, auf dem Meridiane befestigten und in 24 gleiche Theile oder Stunden eingetheilten Kreise, so, daß er sich, bey jeder ganzen Umdrehung der Kugel, durch 24 Stunden bewegt. Ueberdieses ist ein messingner in 90 Grade getheilter Quadrant bey der Kugel, den man den Höhenquadranten nennt, und abnehmen, oder auch, wo man will, an den messingnen Meridian festschrauben kann. Er dient die Bogen größter Kreise auf der Kugel, besonders aber die Höhen der Gestirne, zu messen, da er denn im letztern Falle an den höchsten Punkt des Meridians, welcher das Zenit vorstellt, angeschraubt wird. Eine solche Himmelskugel dient das Aufgehn und Untergehn der Sterne zu gewissen Zeiten und an gewissen Orten, ihre Lage gegen einander, die Umstände einer Sonnenfinsterniß, und viele andre Dinge, deutlich und sinnlich zu machen.

Den Himmelskugeln sind die Ringkugeln oder Armillarsphären, in Absicht auf die Axe, den Meridian, das Gestelle und den Stundenkreis, völlig

ähnlich. Sie haben aber keine Sternbilder, und sind auch keine Kugeln, sondern bloß aus verschiednen mit einander verbundnen metallnen Reifen und Ringen zusammengesetzt, deren einer den Thierkreis, ein andrer den Aequator, einer die Ekliptik, einer die Koluren vorstellt. Auch findet man die Wendekreise und die Polarkreise, und im Mittelpunkte eine kleine Erdkugel mit ihren Kreisen. Die Ringkugel kann, in Ansehung der Sonne, des Mondes und der übrigen Planeten, völlig eben so gebraucht werden, als die Himmelskugel.

Wohlfeiler, als diese, sind hohle Kegel von Pappe, oder Sternkegel, deren hohle Fläche man mit einem in Kupfer gestochnen Netze, welches die Sternbilder vorstellt, überzieht. Man kann sie ebenfalls so einrichten, daß sie einigermaßen die Stelle der Himmelskugeln, auch in Absicht der scheinbaren Bewegungen der Sterne, vertreten. Auf eine ähnliche Art lassen sich auch Polarentwürfe der Himmelskugel einrichten, die man Planiglobien oder Planisphären nennt. Man hat auch andre Sternkarten, welche kleinre Theile des Himmels vorstellen, unter denen die besten und vollständigsten die von Flamstead sind.

Die Bewegungen und Lagen der Hauptplaneten um die Sonne lassen sich, so wie die der Jupitertrabanten um den Jupiter, durch Scheiben von Pappe, die um einen gemeinschaftlichen Mittelpunkt beweglich sind, durch Planetolabien, sinnlich machen. Die großen Planetenmaschinen, in welchen alle Planeten nebst ihren Trabanten, als Kugeln, durch künstliche Räderwerke um die Sonne geführt werden, haben schwerlich einen Nutzen, der ihrer großen Kostbarkeit entspricht. Die Engländer nennen eine solche Maschine ein Orrery, so wie eine, die

bloß die Erde, den Mond und die Sonne, nebst ihren Bewegungen gegen einander, vorstellt, ein Tellurium. Wohlfeiler sind solche Planetenmaschinen, in welchen die Himmelskörper, wenigstens zum Theil, nicht durch ein Uhrwerk, sondern bloß mit der Hand, bewegt werden, und die dennoch die Lagen derselben gegen die Sonne mit hinlänglicher Richtigkeit anzeigen.

Vier und zwanzigster Brief.

Wir kommen nunmehr zu demjenigen Theile der Astronomie, der im vorzüglichen Verstande zu der Physik gehört, und deßhalb auch der physische genannt wird. Er zeigt uns die Ursachen und die Kräfte der himmlischen Bewegungen. Zwar scheint die Kenntniß dieser Ursachen ganz außer der Sphäre des menschlichen Wissens zu liegen. Allein dennoch hat ein Sterblicher dieses Geheimniß, welches bloß höhern Wesen vorbehalten zu seyn schien, glücklich entdeckt; und dieser große Sterbliche war Newton.

Die Entdeckungen Newtons gründen sich auf die Mechanik, oder die Lehre von der Bewegung und den Kräften, welche diesem außerordentlichen Manne fast eben so viel zu verdanken hat, als die Astronomie. Er entwickelte ihre Grundsätze und erweiterte ihre Grenzen, weil sie ihm in der physischen Astronomie unentbehrlich war. Sie gehört in die Naturlehre, in so fern sie sich bloß mit den Bewegungen und Kräften der natürlichen Körper beschäftigt, und wir würden ohne sie unzählig viele natürliche Erschei-

nungen gar nicht begreifen. Man kann die physische Astronomie als einen Theil der Mechanik ansehen, welcher die Anwendung der mechanischen Grundsätze auf die Bewegungen der himmlischen Körper enthält; und aus diesem Gesichtspunkte werde ich sie auch in der Folge behandeln.

Das Universum ist ein System unendlich vieler Körper, welches sich unaufhörlich verändert. Jede Veränderung aber desselben, jede Veränderung auch eines einzelnen und kleinen Systems von Körpern, ist Bewegung. Dieses ist die wirkliche Seite der Bewegung; lassen Sie uns auch ihre scheinbare Seite betrachten.

Wir können uns nie ein ganzes System von Dingen, sondern immer nur einzelne Dinge, auf einmal deutlich vorstellen. Daher gedenken wir uns auch die wirklich vorhandnen Körper nur einzeln, aber wir gedenken sie uns allemal zugleich in einem gewissen Orte, in so fern sie Theile eines gewissen Systems sind. So entspringen in uns die Begriffe von Raum und Zeit. Wenn sich also ein Körper bewegt, wenn sein System sich verändert, so verändert er seinen Ort. Die Bewegung ist also in der That ganz etwas anders, als was wir uns unter ihr vorstellen. Unser Begriff von ihr ist bloß idealisch; er entspringt aber aus einer wirklichen Begebenheit in der Natur, aus der Veränderung des Universum.

Auch ein einzelner Körper ist ein System von physischen Punkten. Wir können uns also seine ganze Bewegung auch nicht auf einmal gedenken, sondern müssen bey der Bewegung der Punkte anfangen. Ein geometrischer Punkt ohne alle Theile kann sich gar nicht bewegen, weil er bloß in unsrer Vorstellung vorhanden ist. Es ist also, nach der geometrischen Strenge zu urtheilen, unrichtig, daß eine Linie durch

die Bewegung eines Punkts entsteht. Denn auf diese Art müßte sie bloß die Oerter enthalten, die der Punkt nach und nach eingenommen hat; sie müßte aus diesen Oertern, das ist: aus Punkten, zusammengesetzt seyn. Aber ein physischer Punkt, das heißt: ein Körper, in welchem wir weiter nicht die geringsten Theile unterscheiden können, kann sich allerdings bewegen, und er beschreibt durch seine Bewegung eine physische Linie, an welcher wir weder einige Breite noch Dicke wahrnehmen. Zuweilen kann ein physischer Punkt ein sehr großer Körper seyn, der aber ungemein weit von uns entfernt ist. So sind die Fixsterne für uns physische Punkte, weil wir nicht vermögend sind in ihnen einige Theile zu unterscheiden.

Wie aber, werden Sie mich fragen, weiß man es, daß ein Körper seinen Ort verändert, da der Ort bloß etwas idealisches ist? Dadurch, antworte ich, daß wir die Körper mit gewissen festen Punkten in der Nähe in ein System zusammenziehn. Aendert sich dieses System, oder die Entfernung jenes Körpers von den Punkten, die wir für fest halten, so sagen wir, der Körper verändre seinen Ort, oder er bewege sich. So urtheilen wir, daß ein Mensch sich bewegt, den wir auf der Gasse sehn, wenn wir bemerken, daß er seine Entfernung von den Häusern ändert. So legen wir den Planeten eine eigne Bewegung bey, weil wir sehen, daß sie ihre Entfernungen von den Fixsternen ändern. Alle feste Körper, die mit der Erde verbunden sind, und deßhalb unbewegliche Körper genannt werden, geben uns eine Menge fester Punkte, auf welche wir die beweglichen Körper beziehn, die uns umgeben. Aber selbst bewegliche feste Körper dienen oft zu diesem Endzwecke,

und überhaupt alle Punkte, von denen wir wissen oder glauben, daß sie ihre Entfernungen unter einander nicht ändern, sind für uns feste Punkte. So beurtheilen wir die Bewegung des Zeigers einer Uhr aus der Veränderung seiner Entfernung von den Zahlen des Zifferblatts, ungeachtet dieses beweglich ist. Glauben wir, daß gewisse feste Punkte ganz ohne alle Bewegung sind, so nennen wir die Bewegung und Ruhe eines beweglichen Punkts, in Beziehung auf jene festen Punkte, eine absolute Bewegung oder absolute Ruhe; haben aber jene Punkte selbst eine gewisse Bewegung, so ist Bewegung und Ruhe, in Beziehung auf sie, nur relativ. In der That sind alle Bewegungen, welche wir kennen, bloß relative Bewegungen.

Jeder bewegte Punkt geht in einer gewissen Zeit durch einen gewissen Raum, er beschreibt eine Linie von einer gewissen Länge. Diese Eigenschaft der Bewegung nennt man ihre Geschwindigkeit. Geht der bewegte Punkt immer in gleichen Zeiten durch gleiche Räume, so bewegt er sich gleichförmig, und seine Geschwindigkeit bleibt immer gleich groß; sind aber die Räume ungleich, die er in gleichen Zeiten durchläuft, so ist seine Bewegung ungleichförmig und seine Geschwindigkeit veränderlich. Man drückt in der Mechanik die Geschwindigkeit gewöhnlich durch den Raum aus, den ein bewegter Punkt in jeder Sekunde zurücklegt, wenn er sich gleichförmig bewegt, oder den er in einer Sekunde durchlaufen würde, wenn seine Geschwindigkeit unverändert bliebe. Geht also ein gleichförmig bewegter Punkt in t Sekunden durch den Raum s, so beschreibt er in einer Sekunde den Raum $\frac{s}{t}$, und

seine Geschwindigkeit c ist also $= \frac{s}{t}$. Folglich ist s $= ct.^2$

Bey den Bewegungen der himmlischen Körper geschieht es oft, daß uns der eine ohne alle Bewegung zu seyn scheint, ungeachtet er sich eben so gut bewegt, als der andre. In diesem Falle ist die Bewegung, welche wir diesem beylegen, indem wir ihn auf den ersten beziehn, eine relative Bewegung, deren Geschwindigkeit entweder dem Unterschiede oder der Summe der Geschwindigkeiten beider Körper gleich ist, nachdem sich beide nach einerley Richtung oder nach entgegengesetzten Richtungen bewegen. Denn gesetzt es seyn überhaupt zwey Körper da, welche beide nach einerley Richtung, der erste durch einen, der andre durch drey Fuß in einer Sekunde fortgehn, so wird offenbar dieser von jenem sich in jeder Sekunde immer um zwey Fuß weiter entfernen. Ein Auge also, welches im ersten Körper wäre, und diesen für ruhend hielte, würde dem zweyten eine Geschwindigkeit von zwey Fuß beylegen. Hier ist die relative Geschwindigkeit der Unterschied der beiden wirklichen Geschwindigkeiten; aber sie ist ihrer Summe gleich, wenn beide Körper nach entgegengesetzten Richtungen fortgehn, weil in diesem Falle sie sich in jeder Sekunde um vier Fuß weiter von einander entfernen. Unter andern muß man bey den Finsternissen und den Durchgängen der Planeten durch die Sonne immer auf die relativen Geschwindigkeiten der Planeten sehn, weil wir bey solchen Begebenheiten die Sonne und den Schatten der Erde als ruhend ansehn.

Wenn eine Bewegung ganz unverändert fortdauert, so bleibt sie sich beständig gleich und ähnlich. Die Veränderung des Orts ist also immer in gleichen

Zeiten gleich groß, und die Bewegung gleichförmig. Aber außerdem bleibt auch die Linie, welche der bewegte Punkt beschreibt, sich immer völlig ähnlich, die Zeit, in welcher sie durchlaufen wird, mag groß oder klein seyn. Nun aber giebt es, außer der geraden Linie, keine andre, von der ein jeder Theil der ganzen ähnlich wäre. Also beschreibt ein jeder Punkt, dessen Bewegung ganz unverändert fortdauert, eine gerade Linie, und diese heißt die Richtung seiner Bewegung. Jede Bewegung hat also eine gewisse Geschwindigkeit und Richtung; das heißt: sie geht, wenn sie unverändert fortdauert, allemal nach einer gewissen geraden Linie in einer gegebnen Zeit durch einen gewissen Raum. Es giebt gleichförmige Bewegungen, die nicht geradlinicht sind, wie die Bewegung eines Punkts in dem Umfange eines Wasserrades, wenn die Mühle im Gange ist. Solche Bewegungen bleiben sich nicht ähnlich, weil sie ihre Richtung beständig ändern.

Eine ungleichförmige Bewegung ist entweder beschleunigt oder verzögert, nachdem ihre Geschwindigkeit entweder wächst oder abnimmt. Eine solche Bewegung kann in jedem folgenden Zeitpunkte eine andre Geschwindigkeit haben, als in dem vorhergehenden, wenn sie in Eines fort beschleunigt oder verzögert wird. Die Geschwindigkeit einer ungleichförmigen Bewegung läßt sich nicht durch den Raum messen, der in einer Sekunde beschrieben wird. Denn ist sie während dieser Zeit beschleunigt worden, so war der beschriebne Raum größer, als er gewesen seyn würde, wenn die Bewegung gleichförmig geblieben wäre; und ist sie verzögert worden, so muß der beschriebne Raum kleiner gewesen seyn. Weiß man aber wie groß der Raum ist, den der bewegte Punkt, von einem gewissen Zeitpunkte an, in einer

Sekunde, mit ganz unveränderter Bewegung beschreiben möchte, so kann man diesen Raum mit Recht als das Maß derjenigen Geschwindigkeit ansehn, welche der Punkt in jenem Augenblicke gehabt hat.

Unter denen in Eines fort beschleunigten Bewegungen ist vorzüglich die gleichförmig beschleunigte sehr merkwürdig, weil sie sich bey dem freyen Falle schwerer Körper findet. Ihre Geschwindigkeit nimmt beständig zu, eben so, wie die Zeit ihrer Dauer. Gesetzt Sie theilen diese Zeit t in so viele gleiche Theile, als Sie wollen, z. B. in 4; so ist die Geschwindigkeit des gleichförmig beschleunigten Körpers am Ende des zweyten Zeittheils zwey Mal, am Ende des dritten drey Mal, und am Ende des vierten vier Mal so groß, als am Ende des ersten Zeittheils. Ist also die letzte Geschwindigkeit, am Ende der ganzen Zeit t, = c, so läßt sich leicht übersehn, daß der Körper mit der mittleren Geschwindigkeit $\frac{1}{2}$ c, in ebenderselben Zeit t, einen eben so großen Raum s gleichförmig durchlaufen würde, als er mit seiner gleichförmig beschleunigten Bewegung wirklich durchläuft. In der ersten Hälfte der Zeit nämlich durchläuft er weniger als $\frac{1}{2}$ s, weil seine Geschwindigkeit beständig kleiner ist, als $\frac{1}{2}$ c; in der zweyten Hälfte von 1 aber durchläuft er mehr, als $\frac{1}{2}$ s, weil seine Geschwindigkeit hier immer größer ist, als $\frac{1}{2}$ c. Und da die Geschwindigkeiten beständig ganz gleichförmig zunehmen, da ihre Unterschiede von $\frac{1}{2}$ c zu beiden Seiten und in gleichen Entfernungen vom mittleren Zeitpunkte einander gleich sind, so müssen auch die Unterschiede der durchlaufnen Räume in beiden Zeithälften einander gleich seyn; der Körper muß in der einen um so viel mehr durchlaufen, als $\frac{1}{2}$ s, als er in der andern weniger durchlaufen hatte. Er muß

also in der ganzen Zeit t denselben Raum s wirklich zurücklegen, den er in derselben Zeit, mit der mittleren Geschwindigkeit $\frac{1}{2}$ c, gleichförmig beschrieben haben würde. [3]

Es ist aber bey einer gleichförmigen Bewegung von der Geschwindigkeit $\frac{1}{2}$ c, wie ich Ihnen vorhin gezeigt habe, $\frac{1}{2}$ c = s t, also c t = 25, und c = $\frac{25}{t}$. Sie können also sehr leicht die Geschwindigkeit finden, die ein gleichförmig beschleunigter Körper in einem gewissen Zeitpunkte hat, wenn Sie nur wissen, durch wie einen großen Raum s vom Anfange seiner Bewegung an bis zu dem angenommnen Zeitpunkte er gegangen ist. Denn Sie dürfen jenen Raum s nur doppelt nehmen, und ihn mit der Zeit t theilen, in welcher er durchlaufen worden ist.

Gesetzt ein gleichförmig beschleunigter Punkt geht, vom Anfange seiner Bewegung an zu rechnen, in der Zeit t durch s, in der Zeit T durch S; und seine Geschwindigkeit ist, am Ende der Zeit t, = c; am Ende der Zeit T, = C; so ist c t = 25 und C T = 2 S; also s : S = c t : C T. Nun ist aber bey jeder gleichförmig beschleunigten Bewegung allemal t : T = c : C; also auch t c : T C = $c^2 : C^2$, und $t^2 : T^2$ = c t : C T. Folglich wird auch s : S = $c^2 : C^2$ = $t^2 : T^2$. Es verhalten sich also die Räume, die ein gleichförmig beschleunigter Körper in verschiednen Zeiten durchläuft, wie die Quadrate dieser Zeiten, oder wie die Quadrate der Geschwindigkeiten, welche der Körper am Ende jener Zeiten besitzt. Nur müssen sowohl die Räume, als die Zeiten, vom Anfange der Bewegung an gerechnet werden. Hat der Körper z. B. in der ersten Minute, oder in den ersten 60 Sekunden, weil hier

die Zeit immer in Sekunden gerechnet wird, 1 Fuß zurückgelegt, so ist er in den ersten 2 Minuten durch 4 Fuß, in den ersten 3 Minuten durch 9 Fuß, in den ersten 4 Minuten durch 16 Fuß u. s. w. gegangen; also in der ersten Minute durch 1; in der zweyten durch 3; in der dritten durch 5, in der vierten durch 7 Fuß u. s. w. nach der natürlichen Ordnung der ungeraden Zahlen, weil diese, wenn man sie nach und nach summirt, die natürliche Reihe der Quadrate 1, 4, 9, 16, 25 u. s. w. geben. Finden Sie daher daß bey einer gewissen Bewegung sich die Räume wie die Quadrate der Zeiten, vom ersten Anfange der Bewegung an gerechnet, verhalten, so können Sie gewiß seyn, daß diese Bewegung gleichförmig beschleunigt ist. [4]

Anmerkungen.

1. Man theilt die Astronomie gewöhnlich in die sphärische, theorische und physische. Die erstre betrachtet die himmlischen Körper und ihre Bewegungen, so wie sie uns am Himmel erscheinen; die zweyte entwickelt die wahre Beschaffenheit und Größe beider; und die dritte erforscht die Ursachen dieser Bewegungen.

Auch die Mechanik hat verschiedne Theile: die Statik, die eigentliche Mechanik, die Dynamik. Die erste handelt vom Gleichgewichte, die zweyte von der Bewegung, die dritte von den Ursachen der Bewegung und ihren Kräften überhaupt. Ferner handelt die Hydrostatik von dem Gleichgewichte, die Hydraulik von der Bewegung, und die Hydrodynamik von den Kräften des Wassers und andrer flüssiger Materien, die dem Wasser ähnlich sind. Endlich be-

trachtet die Aerostatik das Gleichgewicht und die Pnevmatik die Bewegungen und Kräfte der Luft und luftähnlicher Materien insbesondre. Die Maschinenlehre verhält sich zu diesen Wissenschaften, wie die Feldmeßkunst zur Geometrie.

2. Man kann den Raum, den ein gleichförmig bewegter Punkt beschreibt, durch ein Rechteck von unveränderlicher Höhe, und die Zeit, in welcher er ihn beschreibt, durch die Grundlinie des Rechtecks vorstellen. Man theile die Grundlinie in so viele gleiche Theile, als man will, so gehören zu allen auch gleiche kleine Rechtecke, die Theile des großen sind; und eben so gehören zu allen gleichen Zeittheilen der Bewegung auch gleiche Theile des durchlaufnen Raums. Da sich nun alle Rechtecke von gleichen Höhen wie ihre Grundlinien verhalten, so müssen auch die durchlaufnen Räume immer im Verhältniß der Zeiten seyn. Hat also der gleichförmig bewegte Punkt in einer Sekunde den Raum c, und in t Sekunden den Raum s, zurückgelegt, so ist $1 : t = c : s$, also $ct = s$. Die Geschwindigkeit aber des Punkts wird durch den Raum c gemessen, den der Punkt in einer Sekunde beschreibt. Sie bleibt bey jeder gleichförmigen Bewegung beständig von gleicher Größe. Denn es sey T eine andre Zeit, und S der ihr zugehörige Raum, so ist auch hier $1 : T = k : S$, also $k = \frac{S}{T}$, wenn k die zu der Zeit T gehörige Geschwindigkeit bedeutet. Da nun auch $t : T = s : S$, also $\frac{S}{T} = \frac{s}{t}$ ist, so wird $c = k$.

3. Jede ungleichförmige Bewegung verändert ihre Geschwindigkeit. Zu einer solchen Verände-

rung aber gehört eine gewisse Zeit, und daher können in einem sehr kleinen Zeittheile auch die Geschwindigkeiten nur sehr wenig verschieden seyn. Da wir nun uns einen Zeittheil so klein vorstellen können, als wir wollen, so folgt, daß in einem unendlich kleinen Zeittheile jede auch noch so ungleichförmige Bewegung ihre Geschwindigkeit nur unendlich wenig verändert hat. Man kann daher überhaupt jede Bewegung, während eines unendlich kleinen Augenblicks, als gleichförmig, ansehn. Ist also während der Zeit t durch sie der Raum s beschrieben worden, und hat sie am Ende jener Zeit die Geschwindigkeit c gehabt, so blieb diese, während des unendlich kleinen Zeittheils dt, da der Raum ds beschrieben wurde, unverändert. Daher ist $c = \frac{ds}{dt}$ oder $cdt = ds$.

Ist nun die ungleichförmige Bewegung gleichförmig beschleunigt, und T eine andre Zeit, welche, so wie t, vom Anfange der Bewegung an gerechnet wird, S der in der Zeit T beschriebne Raum, und C die Geschwindigkeit am Ende der Zeit T, so ist $c : C = t : T$ weil die Bewegung gleichförmig beschleunigt wird, also $c : t = C : T$. Setzt man also $c = nt$ so wird $n : 1 = C : T$ und $C = nT$, daß also n eine beständige und unveränderliche Zahl ist. Da also $cdt = ds$ ist, so muß hier auch $ntdt = ds$, folglich $\frac{1}{2} nt^2 = s$ seyn. Denn das Differenzial von $\frac{1}{2} nt^2$ ist ntdt, (III. Einleitung 241) und man darf hier keine beständige Größe hinzufügen, weil $s = o$ ist, wenn $t = o$ wird. Also ist auch $\frac{1}{2} ct = s$. Wenn daher ein Körper z. B. mit einer gleichförmig beschleunigten Bewegung in den ersten 4 Sekunden 8 Fuß durchläuft, so ist $4c = 2 . 8$, also $c = 4$; man muß

nämlich den durchlaufnen Raum verdoppeln, und sodann mit der Menge von Sekunden theilen, die seit dem Anfange der Bewegung verflossen sind. So erhält man einen deutlichen und bestimmten Begriff von der Geschwindigkeit des Körpers am Ende dieser Zeit. Sie ist nämlich so groß, daß der Körper so viel Fuß, als man durch jene Theilung erhalten hat, in einer Sekunde durchlaufen würde, wenn er, ohne weiter beschleunigt zu werden, gleichförmig fortgehn möchte.

4. Bey einer jeden ungleichförmigen Bewegung ist $cdt = ds$. Verhalten sich nun bey ihr, wie hier angenommen wird, die Räume, wie die Quadrate der Zeiten, so ist $s = mt^2$ und m eine beständige unveränderliche Zahl. Also wird $ds = 2mtdt$, und daher $cdt = 2mtdt$, und $c = 2mt$. Es verhalten sich also bey dieser Bewegung die erlangten Geschwindigkeiten immer, wie die Zeiten, in welchen sie erlangt werden, weil m, also auch $2m$, eine beständige Zahl ist. Folglich ist die Bewegung gleichförmig beschleunigt.

Fünf und zwanzigster Brief.

Es können unstreitig in einem Körper mehrere Bewegungen zugleich erzeugt werden, und dennoch kann dieser sich nicht zugleich nach verschiednen Richtungen bewegen. Vielmehr entsteht in ihm aus zweyen vereinigten einfachen Bewegungen allemal eine dritte zusammengesetzte, deren Beschaffenheit Sie am deutlichsten und leichtesten begreifen werden, wenn Sie sich den Körper auf einer Ebne mit der einen

Bewegung fortgehend gedenken, während daß die Ebne selbst die andre Bewegung hat, und den Körper mit sich fortreißt. In der That findet dieser Fall, wenn wir auf einem fortsegelnden Schiffe gehn, und bey vielen andern Gelegenheiten Statt. Einen bloßen Punkt, der zwey Bewegungen zugleich hat, können Sie sich auf einer beweglichen Linie gedenken, und dieser die eine, dem Punkte aber auf ihr bloß die andre Bewegung geben.

Wenn also in einem Punkte zwey Bewegungen nach der gemeinschaftlichen Richtung A E (Fig. 24) vereinigt sind, so stellen Sie sich in dieser Richtung eine bewegliche gerade Linie A E vor, welche gegen F die eine Bewegung hat, während daß der Punkt auf ihr bloß mit der andern fortgeht. Setzen Sie, die Geschwindigkeit der ersten Bewegung sey E F, und der zweyten A B; so würde, wenn beide Bewegungen eine Sekunde lang unverändert fortgesetzt werden möchten, jeder Punkt der Linie A E durch einen Raum, der = E F = A C ist, also die ganze Linie A E in C F, fortrücken, der Punkt aber auf der Linie sich zugleich von dem Endpunkte A um das Stück A B entfernen. Nun aber ist, am Ende der Sekunde, A in C. Macht man also C D = A B, so würde der bewegte Punkt mit beiden Bewegungen zusammen in einer Sekunde gleichförmig durch A D gehn. Also ist seine Geschwindigkeit A D = A C + C D = A C + A B. Man erhält daher die Geschwindigkeit der zusammengesetzten Bewegung, wenn man die Geschwindigkeiten der einfachen Bewegungen summirt. Eben dieses gilt, wie Sie leicht sehn, auch von dreyen und mehreren einfachen Bewegungen, die alle einerley Richtung haben. Die aus ihnen zusammengesetzte Bewegung hat immer dieselbe Richtung, und ihre Geschwindigkeit in jedem

Augenblicke ist der Summe der Geschwindigkeiten der einfachen Bewegungen für denselben Augenblick gleich. Denn daß der Raum A D gleichförmig beschrieben wird, und also die Geschwindigkeit der zusammengesetzten Bewegung ausdrückt, wenn A C und A B gleichförmig durchlaufen werden, habe ich wohl nicht nöthig zu erweisen. Wenn die eine einfache Bewegung, in $\frac{1}{2}$ Sekunde, durch $\frac{1}{2}$ A C, die andre durch $\frac{1}{2}$ A B, geht, so muß die zusammengesetzte, in derselben Zeit, durch $\frac{1}{2}$ A D gehn, und so müssen sich überhaupt bey der zusammengesetzten Bewegung die Räume wie die Zeiten verhalten, wenn die beiden einfachen Bewegungen unverändert fortgesetzt werden.

Wären die beiden einfachen Bewegungen einander gerade entgegengesetzt, das ist: fielen ihre Richtungen beide in dieselbe gerade Linie F A, (Fig. 25.) die eine aber ginge von F nach A, die andre von A nach F; so stellen Sie sich wieder auf jener Linie eine andre Linie E A vor, die sich von E nach F bewegt, und auf ihr nehmen Sie einen Punkt an, der aus E nach A geht. Mag die Geschwindigkeit der ersten Bewegung = E F, die der zweyten = F D seyn. Da der Anfangspunkt E der Linie E A in einer Sekunde aus E nach F kommt, so sehen Sie offenbar, daß der bewegte Punkt, wenn die einfachen Bewegungen eine Sekunde lang unverändert fortdauern, am Ende dieser Zeit, in D seyn muß, weil er sich, in dieser Zeit, um die Weite F D, von dem jetzt in F befindlichen Anfangspunkte der Linie E A entfernt hat. Die Geschwindigkeit also der zusammengesetzten Bewegung ist = E D = F D — F E. Also ist in diesem Falle jene Geschwindigkeit dem Unterschiede der Geschwindigkeiten beider einfachen Bewegungen gleich.

Wäre EF = FD, so würde die zusammengesetzte Bewegung = o seyn, oder ein Punkt, in welchem zwey gleiche einander gerade entgegengesetzte Bewegungen vereinigt sind, bleibt, in Ansehung der festen Punkte, auf welche seine zusammengesetzte Bewegung bezogen wird, immer an demselben Orte und bewegt sich gar nicht. Ist aber FD größer oder kleiner als EF, so sehn Sie die eine Richtung als positiv, die andre als negativ an. So wird FD — EF entweder positiv oder negativ, nachdem EF größer oder kleiner ist, als FD, und Sie erkennen die Richtung der zusammengesetzten Bewegung sogleich aus dem Zeichen + oder —. Ist sie positiv, so geht sie zur Rechten, wie FD; ist sie negativ, zur Linken, wie EF.

Wenn endlich die Richtungen der in einem Punkte vereinigten einfachen Bewegungen in verschiedne Linien AD und AB (Fig. 26) fallen; so sey AD die Geschwindigkeit der einen, und AB die Geschwindigkeit der andern Bewegung. Ziehn Sie BE mit AD, und DE mit AB parallel; so wird die Diagonale AE des Parallelogramms ABED die Richtung und Geschwindigkeit der zusammengesetzten Bewegung ausdrücken. Denn gebea Sie einer auf AB liegenden beweglichen Linie die eine Bewegung nach AD, oder lassen Sie jeden Punkt dieser Linie die Geschwindigkeit und Richtung AD haben; und Sie sehen leicht, wenn die Bewegung eine Sekunde lang unverändert bleibt, und AD durch die Punkte F, G und H z. B. in vier gleiche Theile getheilt wird, daß jene Linie längs der AD immer parallel mit sich selbst fortgehn, und nach $\frac{1}{4}$ Sekunde in FP, nach $\frac{1}{2}$ Sekunde in GQ, nach $\frac{3}{4}$ Sekunde in HR, und am Ende der Sekunde in DE seyn wird. Nehmen Sie ferner an, daß zugleich auf dieser Linie

ein Punkt aus A mit der unveränderten Bewegung AB eine Sekunde lang fortgeht, und daß AB durch die Punkte C, I und L ebenfalls in 4 gleiche Theile getheilt wird; so wird der bewegte Punkt sich in $\frac{1}{4}$ Sekunde um AC, in $\frac{1}{2}$ Sekunde um AI, in $\frac{3}{4}$ Sekunde um AL, und in einer ganzen Sekunde um AB, von A entfernen. Ziehn Sie also auf FP, GQ, HR die Linien CM, IN, LO mit AD parallel, so muß der bewegte Punkt, wegen der Bewegung der Linie AB, am Ende von $\frac{1}{4}$ Sekunde in M, am Ende von $\frac{1}{2}$ Sekunde in N, am Ende von $\frac{3}{4}$ Sekunde in O, und am Ende der ganzen Sekunde in E seyn. Alle diese Oerter aber, als A, M, N, O, E liegen, Sie mögen AD und AB in so viele gleiche Theile theilen, als Sie wollen, allezeit in einer und ebenderselben geraden Linie AE, weil sich immer AC: CM, AI: IN, AL: LO, so wie AB: BE verhält. Da nun auch die Stücke AM, MN, NO, OE einander gleich sind, und also die Bewegung durch AE, die eine Sekunde dauert, gleichförmig ist, so drückt AE nicht nur die Richtung, sondern auch die Geschwindigkeit der zusammengesetzten Bewegung aus. Diese Geschwindigkeit ist also allezeit kleiner, als die Summe der Geschwindigkeiten der einfachen Bewegungen. Denn die Diagonale AB ist immer kleiner, als die Summe der Seiten AB + BE. Sind z. B. die Winkel AEB und ABE gleich, so ist sie so groß, als AB. [2]

So kann man, wenn in einem Körper mehrere Bewegungen vereinigt sind, in allen Fällen, die Geschwindigkeit und Richtung der zusammengesetzten Bewegung, *für einen gewissen Zeitpunkt*, bestimmen. Verändern sich aber nachher

die einfachen Bewegungen, so müßte man ihre Zusammensetzung für jeden folgenden Zeitpunkt, nach Beschaffenheit der Richtungen und Geschwindigkeiten, die sie nach und nach haben, wiederholen, wenn man die Veränderungen der zusammengesetzten Bewegung bestimmen wollte. Indessen kann man auch ohne dieses Mittel den Einfluß erkennen, den die Veränderungen der einfachen Bewegungen auf die zusammengesetzte Bewegung haben, wenn jene nur immer einerley Richtung behalten. Denn in diesem Falle sey AD (Fig. 26) der Raum, der bloß mit der einen Bewegung in einer gewissen Zeit, und AB derjenige, welcher bloß mit der andern einfachen Bewegung in derselben Zeit beschrieben werden würde; und Sie sehen leicht, daß ein Pnnkt, der beide Bewegungen zugleich hat, am Ende jener Zeit, in E seyn müsse. Wissen Sie nun die Räume AF und AC, AG und AI, AH und AL, die zugleich in gleichen Zeittheilen beschrieben werden, so lassen sich die Punkte M, N, O auf eine ähnliche Art bestimmen, es mögen nun die Stücke AF, FG, GH, HD, und die ähnlichen Theile von AB, einander gleich seyn, oder nicht.

Wenn die beiden einfachen geradlinichten Bewegungen nach AD und AB sich auf eine ähnliche Art verändern, das heißt: wenn die Räume, durch welche beide zugleich gehen, wie AF und AC, FG und CI, GH und IL, HD und LB, immer einerley Verhältniß unter einander haben, so liegen die Punkte M, N, O allezeit in der geraden Linie AE, weil alsdann AC zu AF oder zu CM so ist, wie AI : IN, wie AL: LO, wie AB : BE, u. s. w. es mögen übrigens die Stücke AF, FG, GH, HD, und die ähn-

lichen Stücke von AB, einander gleich seyn, oder nicht. [3] Verändern sich aber beide einfache Bewegungen auf eine unähnliche Art, wird die eine stärker beschleunigt, als die andre, oder wird nur die eine beschleunigt, die andre aber nicht, u. s. w. so ist der Weg der zusammengesetzten Bewegung nie eine gerade, sondern gewöhnlich eine krumme Linie.

Unter den Bewegungen, die sich auf eine ähnliche Art verändern, sind vorzüglich die gleichförmig beschleunigten merkwürdig. Wenn Sie sich zwey solche Bewegungen vorstellen, die zugleich anfangen, und deren die eine im ersten Augenblicke durch den Raum n, die andre durch r geht; so geht jene im zweyten gleichen Augenblicke durch 3 n, diese durch 3 r; im dritten gleichen Augenblicke geht jene durch sn, diese durch sr; u. s. w. mit einem Worte: die Räume, durch welche beide zugleich gehn, verhalten sich immer, wie n : r, und die Bewegungen verändern sich also auf eine ähnliche Art. Wenn daher zwey gleichförmig beschleunigte Bewegungen, die geradlinicht, und nach AB und AD gerichtet sind, zugleich in einem Punkte A anfangen, so geht dieser immer in der geraden Linie AE fort. Und da AM zu AC sich, wie MN : CI, wie NO : IL, wie OE : LB, verhält; so verändert sich auch die zusammengesetzte Bewegung auf eine ähnliche Art, wie die einfache nach AB. Sie ist also ebenfalls gleichförmig beschleunigt, und es bewegt sich daher ein Punkt, in welchem zwey gleichförmig beschleunigte Bewegungen nach den Richtungen AB und AD zugleich entstehn, eben so, als wenn er nur eine einzige gleichförmig beschleunigte geradlinichte Bewegung nach der Diagonale AE erhielte, die in derselben Zeit durch AE geht, in welcher die eine einfache Bewegung AB, die andre AD, beschreibt.

Wenn aber z. B. eine geradlinichte gleichförmige Bewegung, die nach AD geht, (Fig. 27) mit einer geradlinichten gleichförmig beschleunigten, die nach AB gerichtet ist, verbunden wird, so geht die erstre in gleichen Zeiten durch die gleichen Räume AF, FG, GD, die andre aber zugleich durch ungleiche Räume AC, CI, IB. Es ist nämlich CI = 3AC, IB = 5AC u. s. w. Der Punkt geht also mit der zusammengesetzten Bewegung in einer krummen Linie AMNE fort. Wenn man die Zeit, in welcher AC oder AF beschrieben wird, t, und die zu irgend andern zweyen übereinstimmenden Räumen, als AI und AG, gehörige Zeit T nennt, so ist bey der gleichförmigen Bewegung $AF : AG = CM : IN = t : T$, und bey der gleichförmig beschleunigten $AC : AI = t^2 : T^2 = CM^2 : IN^2$. Nennt man daher das beständige Verhältniß $AC : CM^2$, $1 : p$; so wird überhaupt $1 : p = AI : IN^2 = AB : BE^2$, und daher $IN^2 = p \cdot AI$ und $BE^2 = p \cdot AB$. Durch diese Gleichung läßt sich jeder Punkt der krummen Linie AMNE bestimmen, welche eine Parabel ist [4] (III. Einleit. 224).

Anmerkungen.

1. Man hat Maschinen mit großen Treträdern, in welchen Menschen gehn, um auf diese Art die Räder zu drehn. Ist nun eine solche Maschine gehörig im Gange, so geht der Umfang des Rades so geschwinde herunter, als die Menschen darin heraufsteigen. Daher scheinen diese, in Ansehung der festen Theile des Gebäudes, in welchem die Treträder hängen, sich gar nicht aus ihrem Orte zu bewegen, weil sie zwey gleiche einander gerade entgegengesetzte Bewegungen zugleich haben.

2. Wenn AB und AD (Fig. 141) zwey ähnliche Bewegungen vorstellen, das ist: solche, die sich entweder gar nicht, oder auf eine ähnliche Art verändern, und man beschreibt das Parallelogramm ABED nebst der Diagonale AE, so stellt diese die Richtung und Größe der zusammengesetzten Bewegung vor, welche allemal den beiden einfachen AB und AD ähnlich ist. Es sey AB = a, AD = b und der Winkel BAD oder EDC = p. Man ziehe EC senkrecht auf die verlängerte AD, so ist $AE^2 = AC^2 + CE^2 = AD^2 + 2AD.DC + DC + CE^2 = AD^2 + 2AD.DC + DE^2$. Nun ist AD = b, DE = AB = a, sin. DEC = cos. EDC = cos. p, und DC zu DE oder AB, wie cos. p . 1. Also wird $AE = \sqrt{(a^2 + b^2 + 2ab . cos. p)}$. Nennt man nun den Winkel BAE, n, und DAE, m, so hat man auch AE : b = sin. p : sin. n und AE : a = sin. p : sin. m, also $sin. n = \frac{b . sin. p}{AE}$, und $sin. m = \frac{a . sin. p}{AE}$. Es wird folglich cos. n =

$$\sqrt{\left(1 - \frac{b^2 . (sin. p)^2}{AE^2}\right)} = \sqrt{\left(1 - \frac{b^2 (1 - (cos. p)^2}{AE^2}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{a^2 + 2ab . cos. p + b^2 (cos. p)^2}{AE^2}}$$

$$= \frac{a + b . cos. p}{AE}. \quad \text{Daher ist tang. n} = \frac{sin. n}{cos. n}$$

$$= \frac{b . sin. p}{a + b . cos. p}. \quad \text{Eben so findet man tang. m}$$

$$= \frac{a . sin. p}{b + a . cos. p}.$$

3. Hierauf gründet sich das in der 29 Figur abgebildete Werkzeug, durch welches man die Zusam-

menſetzung der Bewegung ſinnlich zu machen ſucht. Es beſteht aus einem glatten lothrechten Brete mit ſeinem Fußgeſtelle. In A iſt ein Faden befeſtigt, der über eine Rolle B geht, und an ſeinem Ende ein Gewichtchen D trägt. Die Rolle B iſt auf zweyen horizontal geſpannten Meſſingdräthen beweglich, und man zieht ſie bey E, von A nach C, durch einen beſondern Faden, der über die Rolle C geht. Indem man aber zieht, ſteigt das Gewichtchen D, welches eine lothrechte und wagrechte Bewegung zugleich hat, in der Diagonale DC herauf. Es wird nämlich durch den Faden EC wagrecht, und durch den feſten Punkt bey A und die Rolle B zugleich lothrecht gezogen, beide Bewegungen aber ſind ſo verbunden, daß die Räume, durch welche ſie zugleich gehn, immer einerley Verhältniß gegen einander haben. Daher ſteigt D in einer geraden, und nicht in einer krummen Linie hinauf, wenn gleich ſeine Bewegung ſehr ungleichförmig iſt.

4. Wenn von der Spitze des Maſtes eines ſchnell fortſegelnden Schiffs eine Kugel gerade herunter fiele, ſo würde ſie, in Anſehung des Schiffes, eine gerade lothrechte, in Anſehung aber der feſten Körper an den Küſten, eine paraboliſche Linie beſchreiben, weil ſie zugleich die gleichförmige Bewegung des Schiffes und die Bewegung des freyen Falles haben würde, die letztre aber gleichförmig beſchleunigt iſt. Auf eine ähnliche Art ſind alle Bewegungen auf unſrer Erde beſchaffen, inſofern die Erde ſich ſelbſt bewegt. Eine Kanonenkugel, die man vollkommen lothrecht in die Höhe ſchießt, fällt nach einiger Zeit völlig auf denſelben Punkt wieder zurück, aus welchem ſie aufſtieg, ungeachtet die Erde indeſſen weiter fortgegangen iſt. Denn ſie hat, ſo wie alle Körper auf der

Erde, die Bewegung derselben, und nicht bloß diejenige, mit welcher sie aufsteigt oder niederfällt.

Sechs und zwanzigster Brief.

Die Zusammensetzung der Bewegungen, von welcher ich in meinem letztern Schreiben geredet habe, kann unter andern dazu dienen, Sie zu überzeugen, daß in jedem bewegten Körper wirklich eine neue Bewegung entsteht, so oft er seine Bewegung auf irgend eine Art verändert. Denn bleibt seine Richtung ebendieselbe, seine Geschwindigkeit aber hat in einer gewissen Zeit um einen gewissen Theil c zugenommen oder abgenommen, so ist wirklich in ihm in der gedachten Zeit die Geschwindigkeit c, entweder nach derselben Richtung, die er schon hatte, oder nach der gerade entgegengesetzten, entstanden. Hat aber der Körper im Anfange einer gewissen Zeit die Richtung ABC und die Geschwindigkeit BC, (Fig. 28) am Ende derselben hingegen die Richtung und die Geschwindigkeit BD gehabt, so ziehe man CD und beschreibe das Parallelogramm BEDC. Da die Bewegung BD aus BC und BE zusammengesetzt ist, so sehen Sie offenbar, daß in der gedachten Zeit in dem Körper die Bewegung BE nach und nach entstanden seyn, und sich mit der Bewegung, die er schon im Anfange jener Zeit hatte, vereinigt haben müsse.

Es wird Ihnen also auch jetzt leicht seyn zu begreifen, daß ein bewegter Körper seine einmal erhaltne Bewegung, ohne eine äußerliche Ursache,

eben so wenig zu ändern vermögend ist, als ein ruhender Körper sich von selbst zu bewegen anfangen kann. In beiden Fällen müssen neue Bewegungen entstehen, welche nothwendig eine gewisse äußerliche Ursache voraussetzen. Da diese allgemeine Eigenschaft der Körper, welche man ihre Trägheit (inertia) nennt, von sehr großer Wichtigkeit ist, und da man sich von ihr mehrentheils nicht ganz richtige Begriffe macht, so werde ich mit Ihrer Erlaubniß bey ihrer Entwickelung etwas umständlich seyn.

Die unbelebten Körper, von welchen eigentlich hier bloß die Rede ist, unterscheiden sich dadurch von den belebten, daß die letztern sich von selbst bewegen, in den erstern dagegen keine Bewegung, ohne eine äußere Ursache, entsteht. Wenn Sie ein Blatt Papier oder ein Buch irgendwo hingelegt haben, und es hernach an demselben Orte nicht wieder finden, so fällt es Ihnen gewiß nie ein, zu vermuthen, daß es sich von selbst weggewegt habe, sondern Sie sind überzeugt, daß es durch einen Menschen, oder eine andre äußere Ursache, weggeschafft worden sey. Ein Automat kann zwar einige Bewegungen der Menschen und Thiere nachahmen, aber nur wenn es aufgezogen wird, und also durch eine äußere Ursache. Eine Stahlfeder bewegt sich nicht, als wenn sie durch eine äußere Ursache zusammengedrückt oder zusammengezogen worden ist. Eine Magnetnadel bewegt sich, wenn man ihr Eisen oder einen Magnet nähert, also durch eine äußere Ursache. Bey dem Stoße bringt der stoßende Körper in dem gestoßnen, und dieser in jenem, Bewegung hervor. Allemal also ist die Ursache der Bewegung von dem bewegten Körper verschieden. So verhält sich auch die Sache,

wenn

wenn Körper einander auf irgend eine Art anziehn. Selbst fallende Körper werden eigentlich von der Erde angezogen, und ihre Richtung wird durch die Erde, vermittelst der Ziehkräfte ihrer Theile, also durch eine äußere Ursache, bestimmt.

Kann aber in einem ruhenden Körper, ohne eine äußere Ursache, keine Bewegung anfangen, so kann sich auch in einem bewegten, ohne eine äußere Ursache die Bewegung nicht verändern. Daraus fließt der wichtige Grundsatz: daß ein jeder Körper die Bewegung, welche er einmahl erhalten hat, so lange ohne die allergeringste Veränderung beybehält, und sich also immerfort nach einerley Richtung gleichförmig bewegt, bis eine äußere Ursache in ihn wirkt und seinen Zustand ändert. Dieser Grundsatz ist eine nothwendige Folge des andern Grundsatzes: daß nämlich kein ruhender Körper, ohne die Wirkung einer äußern Ursache, anfangen kann sich zu bewegen. Er ist aber nicht so einleuchtend, wie dieser, weil man ihn durch keine Versuche erläutern oder sinnlich machen kann. Denn wenn wir einen Körper bewegen, so stoßen wir ihn entweder auf der Oberfläche eines andern Körpers fort, oder wir werfen ihn durch die Luft. In beiden Fällen wirken beständig verschiedne äußere Ursachen auf ihn, so lange er sich bewegt. Die Reibung oder der Widerstand der Luft schwächen seine Bewegung beträchtlich, und die Schwere verändert nicht nur seine Geschwindigkeit, sondern oft auch die Richtung. Mit einem Worte: wir können auf der Erde einen bewegten Körper nie in die Umstände setzen, daß nicht äußere Ursachen, während seiner Bewegung, auf ihn wirken sollten. Nur bey den himmlischen Körpern kommt weder Reibung noch Widerstand des Mittels in einige Betrachtung und

daher bleiben ihre Bewegungen auch immer von gleicher Stärke.

Newton hat die Eigenschaft der Körper, von welcher ich hier rede, zuerst deutlich entwickelt, und ihr den Namen der Trägheit gegeben, dadurch aber verschiedne Mißdeutungen veranlaßt. Denn bald glaubte man, daß die Körper, als träge Wesen, mehr zur Ruhe als zur Bewegung geneigt wären; bald hielt man die Trägheit für eine Kraft, mit welcher die Körper jeder Veränderung widerständen, so wie etwa ein Gewicht der Bewegung nach oben zu widersteht. Aber alle dergleichen Vorstellungen sind unrichtig, und ein Körper ist gegen Ruhe und Bewegung ganz gleichgültig. Er ist zu der einen nicht mehr geneigt als zu der andern, und widersteht durch seine Trägheit der einen so wenig als der andern. Im Grunde ist die Trägheit der Körper nichts weiter, als eine nothwendige Folge jenes allgemeinen Naturgesetzes, welches auch zuerst Newton in die Mechanik eingeführt hat, daß nämlich eine jede Wirkung mit einer gleichen und entgegengesetzten Gegenwirkung verbunden ist. Denn kann in der Natur keine Veränderung in einem Körper ohne eine gleiche und entgegengesetzte Veränderung in einem andern Körper entstehn, so ist die eine die Ursache der andern, die Größe der einen richtet sich nach der Größe der andern, und es hat also jede Veränderung, die in einem Körper anfängt, eine äußere Ursache.

Von den beiden Körpern, deren Zustand zugleich und gleich stark, aber auf eine entgegengesetzte Art, verändert wird, gedenken wir uns den einen als wirkend, den andern als leidend; und die Eigenschaft des erstern, daß er wirken, daß er Bewegung hervorbringen kann, nennen wir die Kraft. Ein jeder Körper wirkt mit einer gewissen Kraft, das

heißt: er bringt in einer gewissen Zeit eine gewisse Bewegung hervor. Es giebt also keine stoßende, ziehende oder sonst auf irgend eine Art wirkende Kräfte. Denn ein Ding, welches zieht, stößt, oder sonst wirkt, muß wirklich vorhanden seyn; die Kraft aber ist bloß eine Eigenschaft wirklich vorhandner Dinge. So zieht das Pferd den Wagen mit einer gewissen Kraft, der Mensch wirft einen Stein mit einer gewissen Kraft fort, u. s. w. Man kann aber nicht sagen: die Kraft des Pferdes ziehe den Wagen, oder die Kraft des Menschen werfe den Stein. Hätte man auf diesen Unterschied zwischen der wirkenden Ursache und ihrer Kraft in der Mechanik allezeit die gehörige Rücksicht genommen, so würde man sich viele Irrthümer und manche unnöthige Streitigkeiten erspart haben.

Je länger eine gewisse Ursache wirkt, um desto größer wird die Bewegung, welche sie hervorbringt, wenn sie anders immer nach einerley Richtung wirkt. Denn in diesem Falle geht der leidende Körper mit der Summe der erzeugten Bewegungen fort. Nehmen Sie also an, daß die Kraft der wirkenden Ursache eine gewisse Zeit hindurch ganz unverändert bleibt, daß sie folglich immer einerley Größe und Richtung behält, so muß der bewegte Punkt, nach 2 Sekunden der Wirkung, zwey Mahl, nach 3 Sekunden drey Mahl, nach 4 Sekunden vier Mahl u. s. w. so viele Geschwindigkeit haben, als er nach der ersten Sekunde hatte, weil wirklich in ihm in jeder Sekunde eine neue und gleiche Bewegung entsteht, alle diese Bewegungen aber gleiche Richtungen haben, und der Punkt sich daher, vermöge seiner Trägheit, mit ihrer Summe bewegt. Seine Bewegung muß also gleichförmig beschleunigt seyn, wenn sonst, wie ich hier immer annehme, keine andere äußere Ursache da ist,

wodurch sie geschwächt oder sonst verändert wird. In diesem Falle sagt man, daß jene Ursache gleichförmig oder mit gleichförmiger Kraft wirke. Eine gleichförmige Kraft muß also immer eine gleiche Richtung und Größe behalten, und jede gleichförmig beschleunigte Bewegung, die immer in einer geraden Linie fortgeht, setzt eine gleichförmige Kraft voraus, durch welche sie erzeugt wird.

Je größer die Bewegung ist, welche in einer gewissen Zeit erzeugt worden ist, um desto größer muß auch die zu ihrer Erzeugung nöthige Kraft gewesen seyn. Gleichförmige Kräfte also, die ihre Größe nie ändern, verhalten sich beständig, wie die Bewegungen, welche durch sie in gleicher Zeit, z. B. in einer Sekunde, erzeugt werden. Wenn daher in einem Punkte, während einer Sekunde, durch die gleichförmige Kraft 1, die Geschwindigkeit 1, und durch die gleichförmige Kraft f die Geschindigkeit k erzeugt wird, so ist $1 : f = 1 : k$, und $f = k$. Erhält nun der Punkt durch die Kraft f, in t Sekunden, die Geschwindigkeit c; so hat man, weil seine Bewegung gleichförmig beschleunigt ist, $1 : t = k : c$, also $k = \frac{c}{t}$. Daher ist überhaupt die Kraft $f = \frac{c}{t}$. ^{2}

Ein bewegter Punkt, in welchen gar keine äußere Ursache wirket, geht immer in gerader Linie gleichförmig fort, weil er seine Bewegung von selbst nicht im geringsten ändern kann. Aendert er sie aber, es sey in Ansehung der Geschwindigkeit, oder der Richtung, so ist das der sicherste Beweis, daß äußere Ursachen in ihn wirken. Alle ungleichförmige Bewegungen setzen daher gewisse Kräfte voraus, ohne welche sie nicht bestehen können, aber bloß bey den gleich-

förmig beschleunigten, die immer einerley Richtung behalten, sind diese Kräfte gleichförmig.

Man kann die gleichförmigen Kräfte eben so zusammensetzen, wie die Bewegungen. Wenn sie einerley Richtung haben, und durch die eine f die Geschwindigkeit k, durch die andere F die Geschwindigkeit K, in einer Sekunde erzeugt wird, so hat der bewegte Punkt, am Ende der ersten Sekunde, die Geschwindigkeit $k + K$, am Ende der zweyten $2k + 2K$, der dritten $3k + 3K$ u. s. w. mit einem Worte, er bewegt sich gleichförmig beschleunigt in einer geraden Linie, als wenn er durch eine gleichförmige Kraft V die $= f + F$ ist, fortgetrieben würde. Denn da $f = k$ und $F = K$ ist, so muß auch $V = k + K = f + F$ seyn. Eben so läßt sich zeigen, daß man den Unterschied zweyer gerade entgegengesetzter gleichförmiger Kräfte nehmen müsse, um die zusammengesetzte Kraft zu erhalten, und daß also zwey gleiche gerade entgegengesetzte gleichförmige Kräfte einander gleichsam vernichten.

Hat aber die eine gleichförmige Kraft f die Richtung AD (Fig. 26) die andere F die Richtung AB, und gehn die durch beide besonders erzeugten Bewegungen in einer Sekunde durch AD und AB; so ist $k = 2AD$, und $K = 2AB$, wenn AD und AB in einer Sekunde durchlaufen werden. *) Nun geht alsdann der bewegte Punkt, wenn beide Bewegungen in ihm vereinigt sind, in einer Sekunde gleichförmig beschleunigt durch AE; eben so, als wenn er bloß mit einer nach AE gerichteten gleichförmigen Kraft V, die sich zu f, wie AE:AD und zu F, wie AE:AB verhält, getrieben würde. Denn da die durch V in einer Sekunde erzeugte Geschwindigkeit $= 2AE$ ist,

*) Man sehe den vier und zwanzigsten Brief.

so ist auch $V = 2AE$ und $V:f = 2AE:2AD = AE:AD$. Man kann also in allen Fällen, anstatt der vereinigten Kräfte nach AB und AD, die einzige Kraft nach der Diagonale AE setzen. [2]

Anmerkungen.

1. Man nennt die gleichförmige, und überhaupt eine jede Kraft, die, wie die Kraft der Schwere und jede andre gleichförmige Kraft, immer gleich groß bleibt, der Körper, welcher durch sie bewegt wird, mag ruhen oder in Bewegung seyn, eine absolute Kraft, und setzt sie der relativen Kraft entgegen, die sich, nach Beschaffenheit der Bewegung des Körpers, verändert. So ist die Kraft, mit welcher wir einen Körper fortschieben oder fortstoßen, relativ. Denn sie wird um desto kleiner, je stärker der Körper sich fortbewegt und dem Stoße ausweicht.

Uebrigens ist die Formel $f = \frac{c}{t}$ vollkommen richtig, wenn man annimmt, daß durch die gleichförmige Kraft 1, in 1 Sekunde, die Geschwindigkeit 1 erzeugt wird. Da wir aber den deutlichsten Begriff von der Kraft der Schwere haben, welche gleichförmig ist, so thut man am besten, wenn man diese 1 nennt, und jede andre gleichförmige Kraft mit ihr vergleicht. Es treibt aber die Schwere auf der Erde alle Körper, wenn ihrer Bewegung nichts widersteht, oder wenn sie in einem leeren Raume fallen, in der ersten Sekunde durch einen gewissen Raum g, der sich durch Versuche genau bestimmen läßt. Sie bringt also in dieser Zeit in ihnen die Geschwindigkeit 2g hervor.

Daher ist $2g:k = 1:f$, und $f = \frac{k}{2g} = \frac{c}{2gt}$ oder

$2gtf = c$. In einem unendlich kleinen Zeittheile dt wird mit der Kraft f die unendlich kleine Geschwindigkeit dc hervorgebracht. Daher ist auch $2gfdt = dc$.

Wenn a die Höhe ist, durch welche ein schwerer Körper aus der Ruhe im leeren Raume fallen muß, um die Geschwindigkeit c zu erlangen, so ist $4g^2 : c^2 = g : a$. Denn $2g$ ist die in einer Sekunde durch den Raum g, und c die in einer andern Zeit, durch den Raum a erlangte Geschwindigkeit, die Räume aber verhalten sich bey allen gleichförmig beschleunigten Bewegungen, wie die Quadrate der Geschwindigkeiten. Also wird $\frac{c2}{4g} = a$. Es ist aber auch, wenn durch die gleichförmige Kraft f die Geschwindigkeit c in der Zeit t erlangt, und der bewegte Körper durch den Raum s getrieben wird, $\frac{1}{2}ct = s$, oder $ct = 2s$. Also wird auch $\frac{s^2}{gt^2} = a$ oder $\frac{s^2}{a} = gt^2$. Nun ist $2gtf = c$. Also wird $\frac{2s^2f}{at} = c$ oder $2s^2f = act$ folglich $fs = a$; oder wenn s der Raum ist, durch welchen ein Punkt mit der Kraft f getrieben werden muß, um die Geschwindigkeit c zu erlangen, und a die Höhe, durch welche ein schwerer Körper fallen muß, um dieselbe Geschwindigkeit c zu erhalten, so verhalten sich beide Räume umgekehrt, wie die beiden gleichförmigen Kräfte, nämlich f und die Kraft der Schwere 1. Ist also die Geschwindigkeit c unendlich klein, so sind auch s und a nur Differenziale, und man erhält $fds = da$.

2. Wenn daher eine gleichförmige Kraft nach AB (Fig. 141) $= a$, die andre nach $AD = b$, und der Winkel BAC, den beider Richtungen einschließen,

$= p$ ist, so ist die zusammengesetzte gleichförmige Kraft $AE = \sqrt{(a^2 + b^2 + 2ab. \cos. p)}$, und die Winkel, welche ihre Richtung mit den Richtungen der einfachen Kräfte einschließt, erhält man durch die Formeln: $\text{tang. } n = \frac{b. \sin. p.}{a + b. \cos. p}$; $\text{Tang. } m = \frac{a. \sin. p.}{b + a. \cos. p.}$, indem n den Winkel B A E, und m den Winkel D A E bedeutet. (25. Brief 2. Anmerkung.)

Sieben und zwanzigster Brief.

Ich habe bisher bloß von Kräften geredet, durch welche einzelne Punkte oder Elemente der Körper in Bewegung gesetzt werden. Man nennt dergleichen Elementarkräfte, sie mögen gleichförmig seyn oder nicht, auch Beschleunigungskräfte (vires acceleratrices). Die Totalkräfte hingegen, durch welche ganze Körper bewegt werden, heißen auch Bewegungskräfte (vires motrices). Die Größe der erstern hängt lediglich von der in einer gewissen Zeit erzeugten Geschwindigkeit ab, es mögen übrigens die bewegten Punkte zu dichten oder zu lockern Körpern gehören. So verhält sich die Elementarkraft der Schwere, welcher alle andre Elementarkräfte ähnlich sind. An jedem Orte der Erde fallen, wie Sie wissen, die lockersten und die dichtesten Körper in einer gleichen Zeit gleich tief und mit gleichen Geschwindigkeiten. Wenn bloß gleich dichte Körper von verschiedner Größe und Masse

gleich geschwinde fielen, so würde daraus noch nicht folgen, daß die Dichtigkeit und Lockerheit der Körper, in Ansehung der Elementarkräfte, etwas ganz Gleichgültiges wäre. Denn verschiedne gleich dichte Stücke von Bley z. B. müßten unfehlbar an jedem Orte der Erde, wo die Schwere immer mit gleichen Elementarkräften wirkt, gleich geschwinde fallen, auch wenn sie nicht zusammenhingen, sondern in viele Theile getrennt wären, wenn gleich die Größe der Bewegung der körperlichen Elemente, und folglich auch die Größe der Kraft, durch welche jene Bewegung erzeugt wird, von ihrer Dichtigkeit abhinge. Da aber die Erfahrung lehrt, daß nicht bloß gleich dichte Körper, sondern die lockersten so gut, wie die dichtesten, an jedem Orte der Erde gleich geschwinde fallen, so ist dieses ein augenscheinlicher Beweis, daß die Elemente aller Körper sich gegen die Bewegung auf gleiche Art, und so, als wenn sie alle gleich dicht wären, verhalten. Wird in der Zeit t die Geschwindigkeit c erzeugt, so ist der Quozient $\frac{c}{t}$ bey allen Körpern immer von einerley unveränderlichen Größe. Da nun auch die Elementarkraft der Schwere, durch welche jene Geschwindigkeit erzeugt wird, sich immer gleich bleibt, so kann man jenen Quozienten mit Recht als das richtige Maß dieser Kraft ansehn; und daher finden alle in meinem letztern Schreiben gegebne Formeln und Gleichungen allemal Statt, wenn von gleichförmigen Elementarkräften die Rede ist.

Aber ganz anders verhalten sich die Totalkräfte; und die Dichtigkeit der Körper hat auf ihre Größe einen sehr starken Einfluß. Um dieses deutlich einzusehn, müssen wir die Bewegung ganzer Körper etwas umständlich betrachten. Die einfachste Bewe-

gung, welche überhaupt ein ganzer Körper haben kann, ist die, wenn alle seine Punkte immer in parallelen Linien und mit gleicher Geschwindigkeit fortgehn, oder, welches einerley ist, wenn alle seine Theilchen in jedem Zeitpunkte einerley Richtung und Geschwindigkeit haben; weil man parallele Richtungen mit Recht als einerley ansieht. Eine solche Bewegung heißt eine fortgehende (motus progressionis), und wir finden sie sehr häufig besonders bey allen festen Körpern, wenn sie z. B. frey fallen oder fortgeschoben werden. Sie ist so einfach, daß man die Bewegung des ganzen Körpers kennt, sobald man die Bewegung irgend eines seiner Punkte weiß. Je größer die Geschwindigkeit eines und ebendesselben Körpers ist, um desto stärker verändert er seinen Ort in einer gewissen Zeit, um desto größer ist seine Bewegung. Vergleichen Sie aber die Bewegungen verschiedner Körper, die mit gleicher Geschwindigkeit fortgehn, so müssen Sie nothwendig auf die Menge der körperlichen Theile Rücksicht nehmen, die jeder von ihnen enthält. Sie macht dasjenige aus, was man die Masse des Körpers nennt. Da jedes dieser Theilchen sich wirklich bewegt, so ist die Veränderung des Orts des ganzen Körpers, bey einer gleichen Geschwindigkeit, in einer gewissen Zeit, offenbar um desto größer, je mehrere Theilchen er in seinem Umfange enthält, oder je größer seine Masse ist. Folglich verhält sich in diesem Falle die fortgehende Bewegung, wie die Masse. Stellen Sie sich verschiedne gleiche Massen vor, die alle mit gleichen Geschwindigkeiten fortgehn, so werden unstreitig die Bewegungen aller dieser Massen einander völlig gleich seyn. Die Summe also der Bewegung zweyer Massen ist zwey Mal, dreyer drey Mal u. s. w. so groß, als wie die Bewegung einer einzelnen Masse. Da

es nun, wenn verschiedne Körper neben einander gleich geschwinde fortgehn, darauf gar nicht ankommt, ob die Körper zusammenhängen oder getrennt sind, so folgt, daß bey gleichen Geschwindigkeiten die fortgehende Bewegung der doppelten Masse zwey Mal, die der einfachen drey Mal u. s. w. größer ist, als die der einfachen, und daß also überhaupt sich die fortgehende Bewegung, wie das Produkt aus der Masse in die Geschwindigkeit des bewegten Körpers, verhält. [1]

Sie sehen hieraus, wie viel bey der Bewegung der Körper auf ihre Dichtigkeit ankommt. Wenn Sie einen Kubikfuß Luft in einen halb so großen Raum zusammendrängen, so wird sie noch einmal so dicht, und dagegen noch einmal so locker, wenn Sie dieselbe Masse in einen noch einmal so großen Raum ausdehnen. Ueberhaupt ist jeder Körper, so wie die Luft, um desto dichter, je mehrere Theilchen er enthält, oder je größer seine Masse, und je kleiner zugleich sein Umfang ist. Daher verhält sich überhaupt die Dichtigkeit gerade wie die Masse, und umgekehrt, wie der Umfang der Körper, und Sie sehen hieraus augenscheinlich, daß ein großer, aber lockrer Körper, bey einer gleichen Geschwindigkeit, oft eine kleinere Bewegung haben kann, als ein kleiner und dichter. Da nun die gleichförmige Kraft, durch welche eine gewisse Bewegung erzeugt wird, sich überhaupt allemal gerade wie die erzeugte Bewegung, und umgekehrt wie die Zeit verhält, in welcher sie erzeugt wird, oder mit andern Worten: da sie um desto größer ist, je größer die erzeugte Bewegung, und je kürzer die Zeit ist, in welcher sie erzeugt wird, so sehen Sie leicht, in wiefern die Größe einer gleichförmigen Totalkraft von der Masse und der Dichtigkeit des bewegten Körpers abhängt.

Hat dieser die Masse m, und ist in ihm in der Zeit t eine fortgehende gleichförmige beschleunigte Bewegung von der Geschwindigkeit c erzeugt worden, so ist erstlich die erzeugte Bewegung $= mc$, und zweytens die gleichförmige Totalkraft F, durch welche jene Bewegung in der Zeit t erzeugt worden ist, $= \frac{mc}{t}$. Um sich hiervon noch mehr zu überzeugen, nennen Sie die Geschwindigkeit, welche durch die Totalkraft F in einer Sekunde erzeugt wird, k, so ist $1 : t = k : c$, weil die erzeugte Bewegung gleichförmig beschleunigt ist. Dadurch wird $k = \frac{c}{t}$.

Ist nun eine andre gleichförmige Totalkraft 1 vorhanden, durch welche in einer Sekunde die Geschwindigkeit 1 in der Masse 1 entsteht, so verhalten sich offenbar beide Totalkräfte, wie die durch sie in gleicher Zeit erzeugten Bewegungen. Also ist $1 : F = 1 : mk$, und $F = mk = \frac{mc}{t}$. ²

Die Kraft, mit welcher die Erde alle Körper anzieht, die uns umgeben, die Kraft der Schwere, ist eine gleichförmige Kraft, und ich behalte mir vor Ihnen in der Folge die Erfahrungen mitzutheilen, welche dieses beweisen. Ueberdieses haben alle frey fallende feste Körper fortgehende Bewegungen. Folglich ist die Totalkraft, mit welcher jeder von ihnen heruntergetrieben wird, $= \frac{mc}{t}$, wenn m die Masse des fallenden Körpers, und c die Geschwindigkeit ist, die er in der Zeit t durch den freyen Fall erhält. Da nun alle Körper im leeren Raume gleich geschwinde fallen, und daher $\frac{c}{t}$ eine beständige und unveräns

derliche Größe ist, so folgt, daß die Totalkraft der Schwere F, welche man auch das Gewicht der Körper nennt, sich allemal wie m, oder wie die Masse der Körper, verhält.

Wenn wir einen schweren Körper auf der Hand halten, so fühlen wir es, daß er in jedem Augenblicke zu fallen anfängt, und daß wir gegen ihn wirken müssen, um seinen Fall zu verhindern, mit einem Worte: wir fühlen seinen Druck. Dieser Druck verhält sich allemal, wie sein Gewicht, weil wir den Fall des ganzen Körpers verhindern oder vernichten, weil wir in dem ganzen Körper eine Bewegung hervorbringen müssen, die der durch die Schwere erzeugten Bewegung gerade entgegengesetzt und gleich ist. Da wir nun den Druck verschiedner Körper, folglich auch ihr Gewicht, vergleichen können, so giebt uns diese Vergleichung ein leichtes Mittel an die Hand um uns auch von den Massen der Körper, und von ihren Dichtigkeiten oder vielmehr von den Verhältnissen der Massen und Dichtigkeiten, deutliche Begriffe zu machen. Denn es ist, wie ich Ihnen gezeigt habe, gewiß, daß die Masse eines jeden Körpers sich immer, wie sein Gewicht, verhält.

Die Alten glaubten, daß ein Körper von einem größern Gewichte, nach dem Verhältnisse, in welchem er schwerer ist, auch schneller fallen müsse, als ein leichtrer. Sie sahen nämlich bey der Schätzung der fortgehenden Bewegung bloß auf die Geschwindigkeit, und vergaßen die Masse. Sie erwogen nicht, daß die fortgehende Bewegung eines Körpers von zweyen Pfunden doppelt so groß ist, als die von einem Pfunde mit gleicher Geschwindigkeit; daß viel mehrere Kraft dazu gehört, einen schweren Stein, wenn gleich langsam, fortzubewegen, als ein leichtes Stückchen Holz fortzuwerfen. Hätten sie hierauf

Rücksicht genommen, so würden sie leicht eingesehen haben, daß ein Gewicht von zweyen Pfunden im leeren Raume nicht schneller fallen kann, als eins von einem Pfunde. Denn eben weil zwey Pfunde doppelt so viele Masse haben, als eines, so gehört auch doppelt so viele Kraft dazu, um in zweyen ebendieselbe Geschwindigkeit in gleicher Zeit zu erzeugen, als in einem.

Wenn Sie den Ausdruck, den wir für die Totalkraft F gefunden haben, mit dem Ausdrucke für die Elementarkraft f vergleichen, so werden Sie finden, daß jener sich in diesen verwandelt, wenn man m = 1 setzt. Dieses kommt daher, daß die Elemente aller Körper, wie ich schon oben bemerkt habe, sich vollkommen eben so verhalten, als wenn sie alle gleich dicht oder von gleichen Massen wären. Indessen müssen Sie das, was ich hier von den Elementen oder den ersten Bestandtheilen der Körper sage, nicht auf ihre kleinern Theilchen ausdehnen, die immer schon aus unzähligen Elementen zusammengesetzt sind, also sich auch durch ihre Massen von einander unterscheiden, und sich deßhalb gegen die Bewegung eben so verhalten, wie die größern Körper.

Jede Totalkraft ist unendlich größer, als die Elementarkraft. Denn sie ist die Summe aller Elementarkräfte, deren es so viele giebt, als Elemente, das ist: in jedem Körper unendlich viele. Wenn man eine Totalkraft kennt, so erhält man bey fortgehenden Bewegungen die Elementarkraft aus ihr, wenn man sie durch die Masse theilt. Da man aber diese nicht anders, als durch das Gewicht des Körpers ausdrücken kann, so theilt man die Totalkraft eines Körpers mit seinem Gewichte, um die Elementarkraft zu erhalten. So wird, wie Sie leicht sehn, die

Elementarkraft der Schwere die Einheit, auf welche man alle andre ähnliche Kräfte bezieht. [3]

Wenn eine Ursache nicht immer nach einerley Richtung, oder bald stärker bald schwächer in einen Körper wirkt, so ist ihre Kraft ungleichförmig, und die Bewegung des Körpers, wenn sie immer in gerader Linie fortgeht, nicht gleichförmig beschleunigt. Da aber eine jede merkliche Veränderung eine merkliche Zeit erfordert, und man die Zeit ohne Ende fort theilen kann, so ist auch die Veränderung einer Kraft in einem unendlich kleinen Augenblicke nur unendlich klein. Man kann also ohne den allergeringsten Irrthum annehmen, daß eine jede wenn gleich noch so ungleichförmige Kraft, während eines unendlich kleinen Augenblicks, ganz unverändert oder gleichförmig bleibt. [4]

Anmerkungen.

1. Gesetzt es haben zwey Körper, von einer gleichen Masse m, die fortgehenden Bewegungen N und O; der erste gehe mit der Geschwindigkeit c, der andre mit k fort, so ist N : O = c : k, weil die Massen gleich sind. Gesetzt ein dritter Körper von der Masse M gehe mit der Geschwindigkeit k fort, und seine Bewegung sey P, so ist, wegen der gleichen Geschwindigkeiten, O : P = m : M. Folglich wird N : P = mc : Mk (III. Einleit. 62). Bey dieser Schätzung ist es gleichgültig ob die fortgehenden Bewegungen gleichförmig sind, oder nicht. Denn die angeführten Verhältnisse finden Statt, so lange die Körper die Geschwindigkeiten c und k haben. Sobald sie aber diese verändern, so verändern sich zugleich auch ihre Bewegungen N, O, P. Ein gleichförmig beschleunigter Kör-

per hat keinen Augenblick lang weder dieselbe Geschwindigkeit noch dieselbe Bewegung; aber dennoch verhält sich in dem Zeitpunkte, da er die Geschwindigkeit c oder k hat, seine Bewegung, wie das Produkt aus dieser Geschwindigkeit in seine Masse.

2. Hier ist eben dasselbe zu erinnern, was ich oben in der 1 Anmerk. des 26 Briefs gesagt habe. Man kann auch die Totalkraft F am besten durch $\frac{mc}{2gt}$ ausdrücken.

3. Wenn man den Ausdruck für die Totalkraft F mit m theilt, so erhält man die Elementarkraft f, und wenn man f mit m vermehrt, so bekommt man F. Es bedeutet aber m die Masse des Körpers, welche durch sein Gewicht ausgedrückt wird. Ist also von der Schwere die Rede, so wird F selbst dem Gewichte des Körpers gleich. Wenn man daher in diesem Falle F mit dem Gewichte theilt, so erhält man für die Elementarkraft der Schwere 1, welches auch mit den andern allgemeinen Ausdrücken für die Elementarkräfte übereinstimmt (26 Brief 1 Anmerk.)

4. Bey den ungleichförmigen Kräften gelten daher die oben gefundnen Ausdrücke: $2gfdt = dc$, und $fds = da$ (26 Brief 1 Anmerk.). Hat der Punkt die Geschwindigkeit c auf irgend eine Art in dem Zeitpunkte bereits erlangt, da er mit der Elementarkraft f beschleunigt oder verzögert zu werden anfängt, und würde er mit c den Raum dx in der Zeit dt zurücklegen, so ist $c = \frac{dx}{dt}$ und $dt = \frac{dx}{c}$, also $2gfdx = cdc$. Es ist aber auch $cdt = dx$,

$= dx$, und daher $dcdt = dds$, wenn man dt als beständig ansieht (III. Einl. 244). Daher wird $dds = 2gfdt^2$. Es ist aber dc entweder positiv oder negativ, nachdem die Bewegung des Punkts durch f entweder beschleunigt oder verzögert wird.

Acht und zwanzigster Brief.

Wenn an einem Punkte E zwey gleichförmige Kräfte (Fig. 141), die sich wie EB:ED verhalten, nach den Richtungen EB und ED angebracht werden, und Sie beschreiben das Parallelogramm EBAD, so wissen Sie bereits, daß die Diagonale dieses Parallelogramms EA die Größe und Richtung der zusammengesetzten Kraft vorstellt; daß der Punkt E sich eben so verhält, als wenn er bloß mit dieser einzigen gleichförmigen Kraft EA nach EA getrieben würde. Verlängern Sie also die AE in K, und bringen Sie in E nach der Richtung EK, eine dritte gleichförmige Kraft an, die $=$ EA ist, so muß diese mit den Kräften EB und ED im Gleichgewichte seyn, so, daß der Punkt E sich gar nicht bewegen kann. Denn es ist augenscheinlich, daß zwey völlig gleiche einander gerade entgegengesetzte Bewegungen, wenn sie in einem Punkte vereinigt werden, sich gänzlich vernichten und aufheben. Dieser Fall aber findet hier Statt, da in dem Punkte E, durch die Wirkung der Kräfte EB und ED, beständig eine gewisse Bewegung nach EA, und zugleich, durch die Wirkung der dritten Kraft, eine gleiche und gerade entgegengesetzte Bewegung nach EK anfängt.

Man kann dieses Gleichgewicht der Kräfte durch Gewichte sinnlich machen. Denn nicht nur die Totalkräfte, mit welchen die Schwere die Körper zur Erde treibt, heißen ihre Gewichte, sondern man nennt auch die Körper selbst so, insofern die Schwere mit gewissen Totalkräften in sie wirkt, weil man sich gewöhnlich diese Körper selbst als die Ursachen des Drucks, den sie ausüben, vorstellt. Wenn man also in E drey Schnüre zusammenbindet, sie nach den Richtungen EB, ED, EK über sehr bewegliche Rollen zieht, und hernach an ihren Enden Gewichte befestigt, die sich wie EB, ED, EA verhalten, so bleibt der Punkt E beständig in Ruhe, und bewegt sich weder auf die eine noch die andre Seite. Denn die Gewichte verhalten sich vollkommen, wie gleichförmige Kräfte; und die Kraft, mit welcher die Schwere alles zur Erde treibt, ist bey jedem Körper beständig ganz unveränderlich. Hiervon überzeugt uns nicht nur der gleichförmig beschleunigte freye Fall der Körper, sondern selbst die allergemeinsten Erfahrungen setzen diese Wahrheit ganz außer Zweifel, da ein jeder Körper beständig gleich stark und auf gleiche Art drückt. Indessen können auch Menschen oder Thiere, anstatt der Gewichte, an den Schnüren ziehn; wenn sie nur in dem gehörigen Verhältnisse ziehn, so bleibt E in Ruhe. Beobachtet man aber die vorgeschriebnen Verhältnisse nicht, sondern nimmt z. B. größere oder kleinere Gewichte, als man nach jenem Verhältnisse nehmen sollte, so bewegt sich E auf diese oder jene Seite. Ueberhaupt nennt man jeden Körper, er sey ein Gewicht, oder ein Mensch oder ein Thier u. s. w. insofern man ihn zum Ziehen, Stoßen u. s. w. gebraucht, um dadurch ein Gleich-

gewicht oder auch eine Bewegung in Maschinen hervorzubringen, eine Potenz.

Nennen Sie das Gewicht nach EB, P; das nach ED, Q und das nach EK, R, so daß sich P : Q = EB : ED und P : R = EB : EA verhält, und stellen Sie sich eine steife, unbiegsame aber bewegliche, immaterielle Ebne vor, in welcher die Punkte E, B, A, D liegen. Verlängern Sie in derselben die ED in H, und die EB in G, so sehen Sie leicht, daß der Punkt E auf gleiche Art gezogen wird, Sie mögen das Gewicht P in B oder G, oder in welchem Punkte der Linie EG Sie wollen, anbringen, weil alle diese Punkte zusammenhängen, und wegen der Unbiegsamkeit der Ebne weder auf die eine noch auf die andre Seite ausweichen oder sich trennen können. Etwas ähnliches kann man auch von den Gewichten Q und R sagen, und es ist also erlaubt, P in F, nach der Richtung FG; Q in I, nach der Richtung IH; und R in A, nach der Richtung AE, anzubringen. Die ganze Ebne muß offenbar, auch bey dieser Einrichtung, völlig im Gleichgewichte bleiben. Richten wir aber die Sachen auf diese Art ein, lassen wir auf BG und DH aus A die senkrechten Linien AF, AI fallen, und bringen wir P nach F, Q nach I, und R nach A; so sehen Sie leicht, daß wir die übrige unbiegsame Ebne gar nicht weiter brauchen, und daß es genug ist, wenn die Punkte F, A und I mit geraden oder krummen, steifen, unbiegsamen und immateriellen Linien verbunden sind. Solche vereinigte Linien, an welchen zwey Potenzen um einen gewissen Punkt A im Gleichgewichte sind, nennt man einen Hebel, und AF, AI sind die Arme desselben. Da DH mit BA, und DA mit BF

parallel, bey F aber und I rechte Winkel sind, so sind die Dreyecke BAF, DAI einander ähnlich. Daher ist AI:AD = AF:AB oder AI:AF = AD:AB = EB:ED = P:Q. Wenn sich also die Gewichte am Hebel umgekehrt wie die Entfernungen ihrer Richtungslinien vom Punkte A verhalten, so bleibt der ganze Hebel im Gleichgewichte, wenn anders der Punkt A nur, wie ich hier annehme mit der Kraft R in der gehörigen Richtung AE gezogen wird. Denn da AI, AF auf die Richtungslinien IH, FG der Kräfte Q und P senkrecht sind, so drücken sie die Entfernungen jener Linien von A aus*). Man nennt sie auch, der Kürze wegen, schlechthin die Entfernungen der Potenzen von A.

Der Punkt A pflegt an den Hebeln fest zu seyn, und alsdann ist es gar nicht nöthig, ihn nach AE zu ziehn, weil er der vereinigten Wirkung der Gewichte P und Q durch seine Unbeweglichkeit hinlänglich widersteht. Gewöhnlich nennt man in der Mechanik eine jede steife mathematische Linie, die sich um einen ihrer Punkte drehen kann, einen Hebel. Wenn A fest ist, wie ich künftig immer voraussetzen werde, so hat man bloß nöthig auf P und Q zu sehen. Verhält sich P : Q = AI : AF, so ist der Hebel im Gleichgewichte und kann sich nicht drehen. Sind AI und AF gerade Linien, die einen gewissen Winkel FAI einschließen, so heißt FAI ein Winkelhebel. Indessen gilt das, was ich von diesem erwiesen habe, auch vom geraden und jedem andern Hebel. Denn wenn Sie sich um E (Fig. 53), als um einen Mittelpunkt, zwey steife kreisförmige vereinigte Scheiben vorstellen, deren Umkreise durch die Endpunkte F und G des Winkelhebels GEF gehn,

*) III. Band. Einleit. 20.

so sehen Sie leicht, daß die Richtungslinien GA, FI der Kräfte P und Q, weil sie auf EG und EF senkrecht sind, jene Umkreise in G und F berühren. Es ist aber gleichviel, wenn Sie eine Scheibe um ihren Mittelpunkt drehen wollen, welchen Punkt ihres Umfanges der an ihr befestigte Faden berührt. Wenn also durch E eine wagrechte gerade Linie BC gezogen wird, und EB = EG, EC aber = EF ist; so können Sie das eine Gewicht P aus G in B, und das andre Q aus F in C versetzen, ohne daß dadurch das Gleichgewicht der Scheiben gestört wird, wenn nur die Richtungen der Kräfte auf BC senkrecht sind, und sie selbst sich, umgekehrt wie ihre Entfernungen von E, verhalten. Hängen also an dem geraden horizontalen Hebel die Gewichte P und Q, so bleibt der Hebel im Gleichgewichte, wenn P : Q = EC : EB ist.

Man sieht an jedem Hebel die eine Potenz Q gewöhnlich als eine Last an, welche die andre Potenz P erhält, daß sie nicht fallen kann. In diesem Verstande nennt man C den Ort der Last, und B den Ort der Kraft. Der dritte wesentliche Punkt eines jeden Hebels, der Drehpunkt E, ist oft bloß durch eine Unterlage (hypomochlium) befestigt. Indessen muß er immer fest seyn, wenn er nicht mit einer besondern Kraft R in die Höhe gezogen wird. Fest aber oder vielmehr unbeweglich wird ein Punkt dadurch, daß man ihn auf irgend eine Art mit der Erde verbindet, so daß er sich nicht bewegen kann, ohne der Erde seine Bewegung mitzutheilen. Denn da die Masse der Erde, in Ansehung der Masse aller Körper, die uns umgeben, unendlich groß ist, so wird auch von jeder endlichen Bewegung, die wir hervorbringen können, so bald sie sich der Masse der Erde mittheilt, die Geschwin-

digkeit unendlich klein, das heißt: sie verschwindet gänzlich, und der Körper, der sich, ohne den Zusammenhang mit der Erde, oft sehr schnell bewegt haben würde, bleibt gänzlich in Ruhe.

Bey dem Hebel hat man nicht sowohl auf die Kräfte selbst, also vielmehr auf ihre Momente zu sehn. Man nennt das Moment einer Kraft, die am Hebel angebracht ist, das Produkt aus der Kraft und aus ihrer Entfernung vom Drehpunkte. Jeder Hebel ist im Gleichgewichte, wenn die Momente der Kraft und der Last einander gleich sind. Denn wenn in A und B (Fig. 54) zwey Gewichte sind, die sich wie CB : CA verhalten, so ist, wie Sie gesehen haben, der gerade Hebel, so wie der Winkelhebel, im Gleichgewichte. Alsdann aber ist A.CA = B.CB, oder die Momente beider Gewichte, wovon das eine die Last vorstellt, sind einander gleich. Dieses gilt bey beiden Arten der Hebel. Denn wenn der Drehpunkt zwischen der Kraft und Last liegt, wie ich bisher immer angenommen habe, so ist der Hebel von der ersten Art (Vectis heterodromus). Liegen aber Kraft und Last beide von einer, und der Drehpunkt von der andern Seite, so ist der Hebel von der zweyten Art (Vectis homodromus). Bey dem letztern (Fig. 55), dessen Drehpunkt in A fällt, müssen die Kraft und Last in C und B, wenn er im Gleichgewichte seyn soll, entgegengesetzte Richtungen haben, z B. die eine nach CD, die andre nach BE. Stellen Sie sich vor, der Punkt A wäre nicht fest, sondern man hätte daselbst ein Gewicht P angebracht, welches mit dem Gewichte p in B nach einerley Richtung zöge und im Gleichgewichte wäre, indem zugleich der Punkt C nach CD, der Richtung AF oder BE entgegen, mit der Kraft P + p gezogen würde. So hätten Sie einen Hebel der ersten

Art, und es müßte, wegen des Gleichgewichts, P. AC = p . BC, also auch P . AC + p . AC = p . BC + p . AC, oder (P + p) AC = p . AB seyn. Befestigen Sie nun wieder den Punkt A, und nehmen Sie sein Gewicht ab, so wird durch diese Veränderung die Ruhe des Hebels nicht gestört, und er ist jetzt ein Hebel der zweyten Art. Soll er aber im Gleichgewichte bleiben, so muß C mit der Kraft P + p nach CD gezogen werden, und (P + p) AC = p . AB seyn, das heißt: auch im Hebel der zweyten Art müssen die Momente der Kraft und Last, im Falle des Gleichgewichts, einander gleich seyn. [1]

Diese Gleichheit der Momente beym Gleichgewichte findet auch alsdann noch Statt, wenn die Richtung der Kraft oder Last, oder auch beider, nicht senkrecht, sondern schief auf die Arme des Hebel ist. Denn es sey (Fig. 56) ACB ein gerader Hebel, der in A nach einer auf seinen Arm AC schiefen Richtung AE gezogen wird, und in B das auf seinen andern Arm CB senkrechte Gewicht Q hat. Verlängern Sie die Linie EA in D, und ziehn Sie CD senkrecht auf sie; so ist DCB ein Winkelhebel, an welchem, wie Sie gesehen haben, das Gewicht P, nach der Richtung DAE, mit dem Gewichte Q in B im Gleichgewichte seyn wird, wenn sich P : Q = CB : CD verhält. Nun sehn Sie aber leicht, wenn Sie sich wieder eine steife geometrische Ebne vorstellen, die um C gedreht werden kann, und in welcher die Linien CA, CD, CB, DE liegen, daß es ganz gleichgültig ist, in welchem Punkte der Linie DE das nach dieser Richtung ziehende Gewicht P angebracht wird. Setzen Sie es also nach A, so wird der Hebel ACB im Gleichgewichte seyn, wenn sich die Gewichte P : Q, wie CB : CD, oder umgekehrt

wie ihre Entfernungen von C, verhalten, und es sind also auch hier die Momente der Kraft und Last P.CD und Q.CB einander gleich, wenn der Hebel im Gleichgewichte ist.

Bemerken Sie bey dieser Gelegenheit, daß es allemal am vortheilhaftesten ist, wenn man einen Hebel im Gleichgewichte erhalten, oder ihn drehen will, der Kraft eine auf den Arm des Hebels AC senkrechte Richtung zu geben. Denn ein Gewicht p, welches in A den Hebelarm CA senkrecht nach Ae herunterzöge, würde, wenn es mit Q im Gleichgewichte wäre, immer kleiner seyn, als P, und zwar im Verhältnisse von CD : CA. Denn es ist P . CD = Q . CB, also $P = \frac{Q \cdot CB}{CD}$. Wäre aber das nach Ae ziehende Gewicht p mit Q im Gleichgewichte, so würde $p = \frac{Q \cdot CB}{CA}$ seyn. Also würde sich p : P = $\frac{1}{CA} : \frac{1}{CD}$ oder = CD : CA verhalten; und überhaupt sehen Sie hieraus, daß die zum Gleichgewichte oder zum Drehen eines Hebels nöthige Kraft allemal am kleinsten ist, wenn sie auf den Hebelarm CA senkrecht ist.

Ein krummer Hebel läßt sich allezeit als ein gerader oder als ein Winkelhebel behandeln. Denn da er steif ist, so verhalten sich seine drey Hauptpunkte, nämlich der Drehpunkt und die Punkte der Last und Kraft eben so, als wenn sie mit geraden steifen Linien vereinigt wären. So ist der krumme Hebel AGCHB (Fig. 56) als ein gerader anzusehn, weil die Punkte A, C und B in einer geraden Linie liegen. Die Krümmung der Theile zwischen diesen

Hauptpunkten kann in den Momenten der Kraft und Last nichts verändern.

Anmerkung.

1. Wenn die eine Kraft am Hebel = a, die andre = b, und p der Winkel ist, den die Richtungen beider Kräfte mit einander einschließen, so muß, in dem Falle des wagrechten Hebels AB (Fig. 55) der in A und B lothrecht heruntergezogen wird, der Punkt C lothrecht heraufgezogen werden. Denn da hier p = o, also sin. p = o und cos. p = 1 ist, so wird tang. n und tang. m = o (25 Brief 2 Anm.), also CD mit AF und BE parallel. Die Größe der Kraft in C ist $\sqrt{(a^2 + b^2 + 2ab)} = a + b$. Aber selbst ohne Rechnung sieht man offenbar, daß der ganze Hebel mit der Kraft a + b, oder P + p, heruntergezogen wird, also mit einer gleichen Kraft heraufgezogen werden muß, wenn er in Ruhe bleiben soll.

Neun und zwanzigster Brief.

Man kann an einem Hebel viele Gewichte zugleich und überhaupt viele Potenzen anbringen, aber auch in diesem Falle muß die Summe der Momente der Kräfte der Summe der Momente der Lasten gleich seyn, wenn der Hebel im Gleichgewichte bleiben soll. Denn Sie können sich einen solchen Hebel allezeit als aus verschiednen einfachen auf einander liegenden Hebeln zusammengesetzt gedenken. Sind nun z. B.

verschiedne Kräfte da, durch welche eine Last erhalten wird, so können Sie die letztre sich in so viele Theile, als Kräfte da sind, und zwar so zerlegt gedenken, daß das Moment eines jeden Theils dem Momente einer Kraft gleich wird. Stellen Sie sich nun jede Kraft mit dem ihr zugehörigen Theile der Last an einem besondern Hebel vor, so muß ein jeder dieser einfachen Hebel also auch der ganze aus ihrer Verbindung zusammengesetzte Hebel im Gleichgewichte seyn, weil bey jedem die Momente der Kraft und Last gleich sind. Sind aber an einem Hebel auch mehrere Lasten, so stellen Sie sich Anfangs nur eine einzige vor, die mit den sämmtlichen Kräften im Gleichgewichte und deren Moment also der Summe der Momente der Kräfte gleich ist. So können Sie diese an die Stelle der Kräfte setzen, die Lasten als Kräfte ansehn, und eben so verfahren, als vorher. So werden Sie sich deutlich überzeugen, daß der ganze Hebel im Gleichgewichte bleiben muß, wenn die Summe der Momente der Kräfte der Summe der Momente der Lasten gleich ist.

Die Unterlage, welche den Drehpunkt eines Hebels hält, wird unter gleichen Umständen von einem Hebel der ersten Art allemal stärker gedrückt, als von einem Hebel der zweyten Art, weil bey jenem die Potenzen nach gleichen, bey diesem aber nach entgegengesetzten Richtungen wirken. Hängen an einem Hebel der ersten Art Gewichte, so muß der Drehpunkt allezeit von unten mit einer Kraft unterstützt werden, die der Summe dieser Gewichte gleich ist. Hängt aber an einem Hebel der zweyten Art (Fig. 55) z. B. in B ein Gewicht, und wird daher der Punkt C nach D in die Höhe gezogen, so muß man den Drehpunkt A nicht von

unten stützen, sondern mit einem Nagel oder einem andern unbeweglichen Körper von oben zurückhalten, weil im Stande des Gleichgewichts die Kraft bey C größer ist als die bey B, und also A stärker herauf als herunter gezogen wird.

Es ist oft selbst in den gemeinsten Vorfällen des Lebens nöthig, den Druck zu kennen, den die Unterlage eines Hebels leidet. Wenn z. B. an einer Stange AB (Figur 57) eine Last P in C hängt, und von zweyen Personen in A und B auf den Schultern getragen wird, so muß man dieselbe allezeit der stärkern Person um so mehr nähern, als diese stärker ist als die andre. Denn man kann AB als einen geraden Hebel der ersten Art ansehn, der in A und B gerade herauf gehoben, im Drehpunkte C aber mit dem Gewichte P gerade herunter gezogen wird. Ist nun die Kraft in A = V, in B = v, und V + v = P, das Moment aber von V, nämlich V. AC, dem Momente v. BC gleich, so bleibt der Hebel im Gleichgewichte. Folglich wird alsdann V : v = BC : AC. Ist daher der eine Mensch zum Tragen z. B. noch ein halbmal so stark als der andre, so muß der schwächre in B, der stärkere in A tragen, und CB : CA = 3 : 2 seyn. Wäre alsdann das in C hängende Gewicht von 50 Pfunden, so würde der eine Mensch in B nur 20, der andre aber in A 30 Pfunde tragen, beide würden ihren Kräften gemäß beschwert seyn, und diese Beschwerde länger aushalten können, als wenn die Last nicht auf diese Art unter sie vertheilt worden wäre.

Der physische materielle Hebel gehört zu den einfachen Hebezeugen, oder zu den einfachen Maschinen, die man zum Heben braucht, besonders wenn man große Lasten mit einer geringen Kraft in die Höhe bringen will. Zwey andre einfache Maschi-

nen: die Rolle und das Rad mit der Welle gründen sich ebenfalls auf den Hebel, oder man kann ihre Wirkung begreifen, wenn man die Theorie des Hebels kennt. Ueberhaupt kann man sich in allen Maschinen und festen Körpern, die sich um gewisse feste Punkte drehen lassen, Hebel oder steife Linien mit gewissen Drehpunkten vorstellen. Selbst die Knochen der Thiere gehören zu solchen Körpern, da sie steif und durch Gelenke zusammengefügt sind, um welche sie sich bewegen lassen. An solche durch Gelenke verbundne Knochen findet man die Sehnen oder Flechsen gewisser Muskeln befestigt, und diese bewegen, indem sie sich bald verkürzen, bald verlängern, die Knochen auf mancherley Art gegen einander. Denn alle dergleichen Muskeln haben in der Mitte einen fleischichten, bauchichten, reitzbaren Theil, und endigen sich zu beiden Seiten in harte und dünne Theile, welche man Sehnen oder Flechsen nennt. Die letztern sind nahe bey den Gelenken, als den Unterlagen, und noch dazu sehr schief, an den Knochen befestigt, so, daß die Kraft, mit welcher sich die Muskeln zusammenziehn, gewöhnlich mehr als sechzig Mahle größer ist, als die Last, welche dadurch gehoben wird. Aber dagegen werden auch alle Bewegungen der Thiere mit einer fast unbegreiflichen Geschwindigkeit hervorgebracht. Denn je näher am Drehpunkte C (Fig. 54) die Potenz in den Hebel wirkt, um desto weniger darf sie sich selbst bewegen, wenn der Hebel gedreht wird, und dennoch erhält die Last eine ansehnliche Geschwindigkeit. Wenn sie z. B. in A wirkt, so geht die Last B durch den Bogen BE, während daß sie selbst nur den Bogen AD durchläuft.

Ueberhaupt verhalten sich, wenn sich ein Hebel AB um den Punkt C dreht, die Geschwindigkeiten seiner äußersten Punkte A und B allemahl, wie

AC:BC. Denn dreht sich der Hebel gleichförmig, so ist die Sache an sich klar, weil die Geschwindigkeiten gleichförmiger Bewegungen sich immer verhalten, wie die in gleicher Zeit durchlaufnen Räume. Dreht er sich aber ungleichförmig, so kann man die Zeit, in welcher B durch den Bogen B E geht, in unendlich kleine Theilchen zerlegen, und die Bewegung, während eines jeden solchen Zeittheilchens, als gleichförmig ansehn. So klein aber auch ein solches Theilchen ist, so verhalten sich dennoch die in ihm von den Punkten A und B durchlaufnen Bogen allemal wie AC:BC. Also verhalten sich auch die Geschwindigkeiten, welche A und B in jedem möglichen Zeitpunkte zugleich heben, eben so. Wenn z. B. AB eine steife um den Punkt C sehr leicht bewegliche Stange ist, und CB ist 20 Mal größer als CA, so kann ich zwar 20 Pfunde, die in A liegen, mit einem in B aufgelegten Pfunde erhalten, und mit einem kleinen noch dazu gelegten Gewichte sogar in die Höhe bewegen: allein der Vortheil, daß ich eine so große Last mit einer so kleinen Kraft heben kann, ist immer mit dem Nachtheile verknüpft, daß die Last um desto langsamer aufsteigt, je kleiner die Kraft ist, durch welche sie steigt. In unserm Falle z. B. ist die Potenz fast 20 Mal kleiner als die Last; allein jene muß auch 20 Mal schneller laufen als diese, wenn sie sich bewegen soll, und daher sagt man mit Recht, daß man bey dem Hebel das an der Geschwindigkeit der Bewegung der Last verliert, was man an der Kraft gewinnt, mit welcher man sie bewegt. Aber dagegen wird auch umgekehrt das, was man an der Kraft verliert, durch die Geschwindigkeit der Last ersetzt.

Es gehört eben so viel Kraft dazu, um ein kleines Gewicht mit einer großen Geschwindigkeit, als

um ein großes langsam in die Höhe zu heben. Daher können an einem ungleicharmigen Hebel sich ungleiche in A und B aufgelegte Gewichte, die sich, umgekehrt wie ihre Entfernungen von C verhalten, eben so wenig bewegen, als zwey gleiche Gewichte, die an den Endpunkten eines gleicharmigen Hebels hängen, einander in die Höhe zu heben im Stande sind.

Die einfachen Maschinen lassen sich so, wie man sie sich in der Mechanik gedenkt, freylich nicht darstellen, indessen giebt es dennoch verschiedne zum Theil sehr gemeine Werkzeuge, die gleichsam physische Hebel sind: den Hebebaum, die Brechstange, die Kurbel, die Wage; und so hat man auch andre Hebezeuge, auf welche sich die mechanische Theorie der übrigen einfachen Maschinen sehr leicht anwenden läßt. Eine jede Stange, die stark genug ist, und mit dem einen Ende unter eine Last geschoben, nahe an dieser auf eine feste hervorragende Unterlage gestützt, am andern Ende aber niedergedrückt wird, stellt einen Hebebaum vor. Sie sehen leicht, daß man, um die Kraft zu ersparen, den Hebebaum bey B (Fig. 58) nach BD, senkrecht auf C B niederdrücken, und die Unterlage bey C so weit von B entfernen, dem Punkte der Last aber A so sehr nähern müsse als möglich. Ueberhaupt ist die Ersparung der Kraft die wesentliche Absicht aller Hebezeuge, und es ist mehrentheils ganz gleichgültig, ob die Last durch sie langsamer oder schneller gehoben wird. Mit dem Hebebaume hat die Brechstange, deren sich die Müller, die Maurer und Zimmerleute bedienen, eine große Aehnlichkeit. Sie ist eine etwas dicke Stange von Eisen, die an einem Ende gekrümmt und etwas gespalten ist, daher sie auch den Namen Geißfuß (pied de chèvre) erhalten hat. Man kann sich ihrer als eines Hebebaums, oder als eines Hebels

der ersten Art bedienen, indem ihr gespaltnes Ende, nach oben gekehrt, unter die Last gebracht und ihre Krümmung unterstützt wird, wie in der 58. Figur. Man kann aber auch das gespaltne Ende derselben C nach unten kehren, (Fig. 59) auf die Erde setzen, die Krümmung A unter die Last bringen, und das andre Ende B der Brechstange nach der Richtung B D heben. Alsdann ist dieses Werkzeug als ein Hebel der zweyten Art anzusehn.

Die Kurbel oder der Krummzapfen (manivelle) ist gewöhnlich von Eisen, und in der Mitte der Scheiben, Wellen und andrer ähnlicher runder Körper, welche sich drehen, befestigt. Sie ist gekrümmt oder eckicht gebogen, und dient entweder zu einem Handgriffe, welchen man anfaßt, wenn man dergleichen Körper drehen will; oder sie ist mit einer Lenkstange verbunden, die sich hin und her schiebt, indem der runde Körper sich dreht. So werden Pumpenstangen, oder Sägegattern in den Schneidemühlen, durch eine an der Welle eines Wasserrades angebrachte Kurbel herauf und herunter bewegt, und dagegen dreht man die Spinnräder durch eine an einer Kurbel hängende Stange, welche wechselsweise herauf und herunter gezogen wird. In allen Fällen ist die in der Axe C D (Fig. 60) des runden Körpers befestigte Kurbel A B als der eine Arm eines Hebels anzusehn, dessen andrer Arm in jenen Körper fällt. Entweder ist die Kraft am Ende der Kurbel in B angebracht, und alsdann muß man sich die Last an dem Umfange des Körpers vorstellen, der sich um C D dreht; oder umgekehrt, es befindet sich an diesem Umfange die Kraft, und die Last ist am Ende der Kurbel in B. Ist die Kraft in B, so muß ihre Richtung immer auf A B senkrecht seyn, wenn man mit ihr so viel als möglich ausrichten will. Befindet

sich aber das Ende einer Lenkstange in B, welche die drehende Bewegung in eine gerade, die wechselsweise hin und her geht, oder diese in eine drehende Bewegung verwandelt, so ist das Moment der Kraft oder Last in B, nach Beschaffenheit der Lage der Kurbel, sehr veränderlich und daher die Bewegung sehr ungleichförmig, wenn man nicht besondre Mittel anwendet, um sie gleichförmig zu machen.

Die gemeine Wage mit Schalen (bilanx) stellt einen gleicharmigen Hebel vor, an welchem Kraft und Last einander gleich seyn müssen, wenn er im Gleichgewichte bleiben soll. Sie ist so eingerichtet, daß der Wagebalken, im Falle des Gleichgewichts, eine völlig wagrechte Lage annimmt, welches man aus der lothrechten Stellung der auf dem Balken befestigten Zunge erkennt. Die Schnellwage (statera) hingegen ist ein ungleicharmiger Hebel, wo ein kleineres Gewicht einem größern die Wage hält.

Man kann auch die Ruder, Messer, Hammer, Scheren, Zangen u. s. w. als einfache oder zusammengesetzte physische Hebel ansehn. Die andern zwey einfachen Maschinen, welche sich auf die Theorie des Hebels gründen, haben eine eben so weitläuftige Anwendung. Die Rolle ist ein unbiegsamer Kreis, der sich um einen durch seinen Mittelpunkt gehenden festen Zapfen drehen läßt. Das Rad mit der Welle dagegen ist ein mit einer Walze verbundner Kreis, die beide um eine gemeinschaftliche feste Axe gedreht werden können. Man bedient sich der physischen Rollen entweder einzeln, oder man setzt sie auch in den Flaschenzügen oder Kloben auf verschiedne Art zusammen. Das Wellrad findet man bey allen Arten der Winden, Haspel, Göpel, der Räder und Windflügel. Da aber die genauere Untersuchung aller dieser künstlichen

lichen Werkzeuge und Maschinen eigentlich nicht in die Naturlehre gehört, so kann ich mich hier auch nicht weiter dabey aufhalten.

Dreißigster Brief.

Der Hebel gründet sich, wie Sie gesehen haben, auf die Zusammensetzung der Kräfte; die geneigte Ebne dagegen setzt die Auflösung der Kräfte voraus. Sie können nehmlich eine jede mögliche gleichförmige Kraft, mit welcher ein Punkt in einer gewissen Zeit durch die gerade Linie E A (Fig. 141) getrieben wird, so ansehen, als wenn sie aus zweyen andern gleichförmigen Kräften, nach E B und E D, zusammengesetzt wäre; Sie können die Kraft E A in zwey andere Kräfte E B und E D auflösen oder zerlegen. Sind die Richtungen der beiden Kräfte E B und E D, oder ist von der einen Kraft die Richtung und Größe gegeben, so ist die ganze Auflösung der Kraft E A völlig bestimmt. Denn wenn beide Richtungen gegeben sind, so ziehn Sie aus A parallel mit denselben A B und A D, und Sie sehen augenscheinlich, daß die Linien E B und E D auch die Größe der beiden Kräfte, welche diese Richtungen haben, ausdrücken. Ist aber bloß die Richtung und Größe der einen Kraft E B gegeben, so vereinigen Sie die Punkte A und B, und ziehn E D mit A B, A D aber mit E B parallel. So wird die Richtung und Größe auch der andern Kraft E D bestimmt. Ist aber bloß die Richtung der einen

Kraft E B gegeben, so können Sie entweder die Größe derselben, oder die Richtung der andern Kraft nach Willkühr bestimmen. Gemeiniglich macht man in diesem Falle die Auflösung so, daß die Richtungen der Kräfte E B, E D einen rechten Winkel einschließen. Da also alsdann die Dreyecke A B E und A D E rechtwinklicht sind, und der eine Winkel A E D oder A E B bekannt ist, so erhält man aus der aufzulösenden Kraft E A die beiden andern, wenn man E A mit dem Sinus oder mit dem Kosinus des gegebenen Winkels vermehrt. [1] Immer aber sind die einfachen Kräfte gleichförmig und der aufgelösten E A völlig ähnlich.

Um aber den Nutzen und die Nothwendigkeit dieser Auflösung der Kräfte einzusehn, stellen Sie sich einen schweren Körper vor, der auf einer harten vollkommen wagrechten Ebne liegt. Die Erfahrung lehrt, daß er auf derselben ganz in Ruhe bleibt, so lange er nicht durch einen besondern Stoß oder Zug von außen bewegt wird. Da nun die Schwere einen solchen Körper beständig lothrecht herunter treibt, und er sich demungeachtet wegen des Widerstandes der Ebne, auf welcher er liegt, nicht bewegt, so muß durch diesen Widerstand in jedem Augenblicke eine Bewegung in ihm anfangen, welche der durch die Schwere erzeugten gerade entgegengesetzt und gleich ist. Die Ebne muß also nach einer auf sie senkrechten Richtung in den Körper wirken, weil die Gegenwirkung allezeit der Wirkung gleich und gerade entgegengesetzt ist. Ueberhaupt muß ein Körper, der durch irgend eine Kraft senkrecht gegen eine Ebne gedrückt wird, in welche er nicht eindringen kann, in Ruhe bleiben, weil nicht der geringste Grund vorhanden ist, weßhalb er auf der Ebne mehr nach der einen als nach der andern Seite fortgehen sollte.

Wenn also die steife gerade Linie AB (Fig. 46) gegen die wagrechte Linie AC unter einem gewissen Winkel BAC geneigt ist, und auf ihr irgendwo in D ein schwerer Punkt liegt, so stellen Sie die Kraft seiner Schwere durch die lothrechte Linie DE vor, und lösen Sie sie in zwey andre gleichförmige Kräfte DG und DF auf, indem Sie die Linie DF auf AB, so wie EF auf DF senkrecht ziehn. Da DF auf die steife Linie AB senkrecht ist, so wird diese Kraft, durch den Widerstand der Linie, ganz vernichtet, oder die Kraft DF wird bloß auf den Druck der Linie AB verwendet werden. Allein der andern Kraft DG, welche mit der schiefen Linie AB parallel ist, steht gar nichts entgegen, und daher muß der Punkt D, mit einer der DG gleichen Kraft, zurückgehalten oder nach DB zurückgezogen werden, wenn er nicht herunter gehn, sondern im Gleichgewichte bleiben soll. Da aber die rechtwinklichten Dreyecke DEF oder DEG und ABC einander ähnlich sind, so verhält sich die Kraft DG zu der Schwere des Punkts DE, wie BC zu AB, oder sie ist = p. sin. m, wenn p die Schwere des Punkts D, und m den Neigungswinkel BAC bedeutet. [2]

Wenn eine harte unbiegsame Ebne gegen den Horizont, das heißt: gegen irgend eine andre wagrechte Ebne, unter einem gewissen Winkel m geneigt ist, so nennt man sie eine geneigte Ebne, und Sie sehen leicht, daß der lothrechte Durchschnitt beider Ebnen durch die 46. Figur vorgestellt werden kann. Ist AB die Länge der geneigten Ebne und BC auf die wagrechte Ebne AC senkrecht, so nennt man AC die Grundlinie, und BC die Höhe jener Ebne. Durch eine solche Ebne müssen also, so gut wie mit einem Hebel, große Lasten mit einer geringen Kraft erhoben werden können. Denn ein

schwerer Körper, der in D liegt, kann auf der Ebne, wie Sie gesehen haben, mit einer Kraft, die sich zu seinem Gewichte, wie die Höhe der Ebne zu ihrer Länge verhält, zurückgehalten und mit einer auch nur etwas größern Kraft sogar höher hinauf getrieben werden.

Da jene zum Gleichgewichte nöthige Kraft, wenn P das Gewicht des schweren Körpers bedeutet, $=$ P. sin. m ist, so beträgt sie nur etwa $\frac{1}{14}$ des Gewichts P, wenn die Neigung m von 4 Graden ist, weil der Sinus von 4 Graden ungefähr $\frac{1}{14}$ vom Sinus totus ausmacht. Sie können also, wenn A 4 Grade hält, (Fig. 52) eine Last D von 14 Pfunden mit einem Gewichte von einem Pfunde auf der Ebne A B erhalten, indem Sie sie parallel mit A B gegen B zurückziehn; ja Sie können sie erheben, wenn Sie die Kraft etwas über ein Pfund verstärken; allein dennoch steigt sie auch hier um desto langsamer herauf, je mehr Sie bey dem Gleichgewichte an Kraft ersparen. Denn wenn Sie sie von F bis B bewegt haben, und F G eine wagrechte Linie ist, so ist sie wirklich nur durch die Höhe G B gestiegen, und die Geschwindigkeit des ziehenden kleinen Gewichts verhält sich daher zu der Geschwindigkeit, mit welcher die Last aufsteigt, so wie bey dem Hebel, wie F B zu B G, oder wie A B zu B C, umgekehrt wie die Kraft, durch welche die Last im Gleichgewichte erhalten wird, zu ihrem Gewichte. Man verliert also auch hier an der Geschwindigkeit, mit welcher die Last aufsteigt, was man an der Kraft gewinnt.

Je größer die Neigung der Ebne A B ist, um desto größer wird ihr Sinus, folglich auch um desto größer die Kraft, welche zur Erhaltung der Last D auf A B nothwendig ist. Daher lassen sich große Lasten um desto schwerer auf Berge herauf ziehn, je

steiler diese sind, oder je grösser die Neigung ihrer Oberfläche gegen den Horizont ist. Denn um desto kleiner ist der Theil der Last, der vom Berge getragen wird, und um desto grösser derjenige, der wirklich gehoben werden muß. Aus dieser Ursache ist es auch so ermüdend, steile Berge oder steile Treppen zu besteigen, weil wir, indem wir aufsteigen, die Last unsers ganzen Körpers erheben müssen. Dagegen haben wir um desto mehrere Kraft anzuwenden nöthig, um eine Last, die von einem steilen Berge herabgeht, zurückzuhalten, je steiler der Berg ist; und sie stürzt auch um desto schneller herunter, wenn wir sie ihrem eignen Triebe überlassen.

Wenn Sie die Last D auf der geneigten Ebne A B im Gleichgewichte erhalten wollen, so ist es am vortheilhaftesten, sie nach der Richtung D E, parallel mit A B, zurückzuziehn. Nach jeder andern Richtung haben Sie eine grösre Kraft nöthig, als nach D E. Ziehn Sie sie nach einer Richtung, die über D E fällt, so heben Sie zum Theil die Last, und vermindern ihren Druck auf A B; fällt die Richtung unter D E, so vermehren Sie den Druck auf A B. In beiden Fällen halten Sie nicht nur D zurück, sondern Sie verändern zugleich auch noch den Druck auf A B. Sie brauchen also zu dieser doppelten Wirkung unfehlbar mehrere Kraft, als um bloß den Körper zurückzuhalten, ohne seinen Druck zu verändern. Setzen Sie z. B. man wolle D nach einer mit der Grundlinie A C parallelen Richtung D H zurückhalten. Ist nun D E der Kraft gleich, mit welcher D durch seine Schwere von F nach A getrieben wird, so ziehen Sie E H senkrecht auf D E, und beschreiben das Rechteck D F H E. Da die Kraft nach D H in die beiden Kräfte nach D F und D E aufgelöst werden kann, und die erstre durch den Widerstand der Ebne A B

ganz vernichtet wird, so sehen Sie offenbar, daß die Kraft nach DH allemal größer seyn muß, als die nach DE, wenn sie zum Gleichgewichte hinreichen soll. Sie muß sich nehmlich zu der Kraft, welche durch DE ausgedrückt wird, oder zu P. sin. m, verhalten, wie 1 : cos. m, also $= P. \frac{\text{sin. m}}{\text{cos. m}} =$ P. tang. m seyn, weil die Dreyecke DEH, ABC einander ähnlich sind, und der Winkel EDH = BAC ist. Nun ist auch AC : CB = 1 : tang. m. Also verhält sich die Kraft nach DH zu dem Gewichte der Last D, im Stande des Gleichgewichts, auch wie die Höhe zu der Grundlinie der geneigten Ebne.

Man nennt die gleichförmige Kraft, mit welcher die Last D auf der geneigten Ebne BA von B nach A heruntergetrieben wird, und sich auch wirklich herunter bewegt, wenn sie nicht zurück gehalten wird, ihr relatives Gewicht. Es ist allemal = P. sin. m, wenn P das ganze oder absolute Gewicht der Last, und m den Neigungswinkel der Ebne andeutet. Dagegen ist P. cos m die Kraft, mit welcher die Last die Ebne drückt, wenn sie auf ihr herabgeht, oder parallel mit der Ebne zurückgehalten wird. Zieht man sie aber parallel mit der Grundlinie AC, und erhält sie so im Gleichgewichte, so verhält sich der ganze Druck, den die Ebne in diesem Falle leidet, zu dem absoluten Gewichte der Last, wie AC : AB. [3]

Ich habe oben angenommen, daß ABC ein lothrechter Durchschnitt der geneigten und der wagrechten Ebne ist. Da man aber unzählig viele Durchschnitte machen kann, die alle lothrecht sind, so muß ich hinzusetzen, daß es derjenige ist, auf welchen die horizontale durch A gehende gerade Linie, in der sich jene beide Ebnen durchschneiden, senkrecht ist. Diese

Linie ist zwar in der Figur nicht ausgedrückt, Sie können Sie sich aber ohne viele Schwierigkeit vorstellen. In dieser Durchschnittsebne liegen die Richtungen aller Kräfte, die wir bisher betrachtet haben, und in ihr bewegt sich auch die Last, wenn sie wirklich heruntergeht. Denn die Richtung der Schwere DE (Fig. 46) ist auf die wagrechte Ebne AC, und die Richtung des Widerstandes der geneigten Ebne FD ist auf dieser Ebne senkrecht. Eine Ebne also, welche durch DE und DF geht, ist nicht nur auf die horizontale, sondern auch auf die geneigte Ebne senkrecht. Daher muß der Durchschnitt der beiden letztern Ebnen senkrecht durch sie gehn, wenn sie hinlänglich verlängert wird. *)

Die physische oder materielle geneigte Ebne gehört zu den einfachen Maschinen, und man braucht sie im gemeinen Leben sehr häufig. Schwere Klötze z. B. hebt man, indem man dicke und starke Stangen unter sie bringt, denen allen man gegen den Horizont eine ungefähr gleiche Neigung giebt, und die Klötze auf diesen herauf rollt. Gegentheils rollt man große schwere Fässer und andere Lasten dieser Art, die durch einen lothrechten Fall zerschmettert werden würden, auf geneigten Stangen oder Brettern von oben allmählich in die Tiefe herunter. Bey den geneigten Ebnen ist mehrentheils die Reibung sehr beträchtlich, so daß man Lasten, die auf ihnen liegen, oft mit einer viel kleinern Kraft erhalten kann, als die Theorie verlangt. Die beiden einfachen Maschinen, welche außer denen, die ich auch bey Gelegenheit des Hebels bereits genannt habe, noch übrig sind, der Keil und die Schraube, entspringen aus der geneigten Ebne, und überhaupt gründen sich alle einfachen

*) III. Band Einleit. 139. 143.

Maschinen insgesammt entweder auf sie oder den Hebel. Der Keil hat offenbar Oberflächen, die gegen einander geneigt sind, und man hebt zuweilen auch durch ihn große Lasten auf eine geringe Höhe. Da indessen ein jeder Widerstand die Stelle eines Gewichts vertreten und als eine Last angesehn werden kann, so giebt man auch den Messern, Scheren, Pflugscharen und allen Werkzeugen, durch welche man Körper trennt und theilt, eine keilförmige Gestalt. Die Schraube kann man als eine Walze ansehn, um welche biegsame Dreyecke, wie A B C gewunden sind. Wenn nämlich der Umfang der Grundfläche der Walze der Linie A C gleich ist, und man diese um jenen Umfang wickelt, so giebt A B einen Schraubengang. An dem Punkte B muß man sich die Spitze eines zweyten gleichen Dreyecks angebracht vorstellen, und sie eben so, wie A B C, um die Walze wickeln, so hat man den zweyten Schraubengang. Auf eine ähnliche Art entsteht der dritte, vierte u. s. w. und die Weite der Gänge ist überall = B C. Beym Schrauben dreht man die Schraube immer parallel mit A C um. Man zieht also die Last nach der Richtung D H, (Fig. 52) und Kraft und Last würden sich daher beym Gleichgewichte, wenn keine Reibung wäre, wie die Weite der Schraubengänge zu dem Umfange der Grundfläche der Schraube verhalten. Man braucht übrigens die Schrauben zum Heben großer Lasten, zum Pressen, zum Befestigen verschiedner Körper an einander, und zu sehr langsamen und kleinen Bewegungen, besonders bey mathematischen Werkzeugen.

Anmerkungen.

1. Wenn die Richtung EB oder ED (Fig. 141) gegeben ist, so ist der Winkel AED oder AEB bekannt. Sind nun bey D und B rechte Winkel, so ist sin. AED = cos. AEB, weil AED = EAB und AEB = EAD ist. Kennt man daher in diesem Falle einen Winkel z. B. AED, so kennt man auch den andern z. B. AEB. Es ist aber AE : BE = 1 : sin. AED und AE : DE = 1 : sin. AEB. Also ist die eine Kraft DE = AE . cos. AED und die andre BE = AE . sin. AED, oder jene = AE . sin. AEB und diese = AE . cos. AEB.

2. Der Winkel DEG ist = BAC = m. Nun ist DE : DG = 1 : sin. DEG. Wenn also q eine Kraft ist, die sich wie DG, und p die Schwere des Punkts D, die sich wie DE verhält, so wird p : q = 1 : sin. m und q = p . sin. m (Fig. 46).

3. Die Kraft DF (Fig. 46), durch welche AB gedrückt wird, ist offenbar = DE . cos. m, da der Winkel EDF = m ist. Im Falle, daß D (Fig. 52) wagrecht nach DH gezogen wird, entsteht aus der Kraft DH, die = P . tang. m ist, die Kraft DF, mit welcher AB bloß gedruckt wird. Es verhält sich aber diese Kraft zu P . tang. m = sin. m : 1; also ist sie = $\frac{P \cdot (\sin. m)^2}{\cos. m}$. Man muß sie zu der Kraft des Drucks, die aus dem Gewichte der Last entsteht und = P . cos. m ist addiren. Also wird alsdann der ganze Druck auf AB = P. $(\cos. m + \frac{(\sin. m)^2}{\cos. m}) = \frac{P}{\cos. m}$. Er verhält sich daher zu P = 1 : cos. m = AB : AC.

Ein und dreyßigster Brief.

Die wichtigste Anwendung, welche man in der Naturlehre von der Theorie des Hebels machen kann, ist die, daß man sich von dem Daseyn eines Schwerpunkts in allen Körpern und von den merkwürdigen Eigenschaften desselben überzeugt. Man nennt nämlich denjenigen Punkt, um welchen der ganze schwere Körper, in jeder möglichen Lage, im Gleichgewichte bleibt, ohne weder auf dieser noch auf jener Seite zu fallen, wenn nur jener einzige Punkt hinlänglich unterstützt wird, den Schwerpunkt oder den Mittelpunkt der Schwere des Körpers. Jede zwey schwere Punkte, die durch eine steife Linie verbunden sind, haben einen solchen gemeinschaftlichen Schwerpunkt. Denn es seyn (Fig. 54) die zwey schweren Punkte A und B, jener vom Gewichte P, dieser vom Gewichte p, durch die steife Linie AB vereinigt. Schneiden Sie diese Linie in C so, daß P + p : p = AB : AC sey, so wird auch, indem Sie das zweyte Glied vom ersten, und das vierte vom dritten abziehn, P : p = BC : AC und daher P . AC = p . BC seyn. Also sind an dem Hebel AB, zu beiden Seiten des Punkts C, die Momente gleich. Der Hebel bleibt daher in Ruhe, wenn C unterstützt wird, und zwar in jeder möglichen Lage. Denn setzen Sie, er sey z. B. aus der horizontalen Lage AB in die schiefe DE gebracht worden, so werden, wenn Sie die lothrechten Linien FD, EG, als die Richtungslinien

der beiden Gewichte P und p ziehn, CF und CG nunmehr die Entfernungen dieser Gewichte von C, und P . CF und p . CG ihre Momente seyn. Es ist aber CF : CG = CD : CE = CA : CB = p : P, also P . CF = p . CG. Folglich sind auch in der Lage DE an dem Hebel die Momente zu beiden Seiten des Punktes C einander gleich, und der Hebel bleibt daher im Gleichgewichte, so lange C nur gehörig unterstützt wird. Es ist also derselbe Punkt, welchen man bey jedem Hebel den Drehpunkt nennt, wirklich der Schwerpunkt der beiden Massen in A und B, wenn ihre Momente, in Ansehung dieses Punkts, bey der wagrechten oder irgend einer andern Lage des Hebels, sich gleich sind.

Er muß in jeder Lage des Hebels mit einer Kraft, die = P + p ist, unterstützt werden, weil die Richtungen der Gewichte P und p einander immer parallel bleiben. Legen Sie ihn daher auf den Endpunkt eines andern Hebels, so wird er diesen eben so drücken, als wenn beide Gewichte P und p vereinigt unmittelbar auf ihm lägen. Ist nun in dem andern Endpunkte dieses neuen Hebels ein drittes Gewicht q, so wird der Drehpunkt, durch dessen Unterstützung dieser Hebel ins Gleichgewicht kommt, der gemeinschaftliche Schwerpunkt der drey Gewichte P, p und q seyn. Der erste Hebel nämlich mit den Gewichten P und p bleibt auf dem zweyten, von welchem er unterstützt wird, in jeder Lage des letztern, im Gleichgewichte.

Wird aber an demselben Hebel AB, außer den Gewichten P und p in seinen beiden Endpunkten, noch ein drittes Gewicht q irgendwo in G angebracht, so können Sie sich P und p in ihrem

gemeinschaftlichen Schwerpunkte C vereinigt vorstellen, weil der Hebel, wenn er mit P + p in C, und q in G, um H im Gleichgewichte ist, auch mit den dreyen abgesonderten Gewichten: P in A, p in B, und q in G, um H, als um einen gemeinschaftlichen Schwerpunkt, im Gleichgewichte seyn muß. Um sich hiervon zu überzeugen, erwägen Sie, wenn P + p in C mit q in G, um H, im Gleichgewichte ist, daß wegen der Gleichheit der Momente (P + p). CH = q . HG seyn müsse. Nun aber ist C der Schwerpunkt von P und p, und daher P . AC = p . CB oder P . AH — P . CH = p . CH + p . HB oder P . AH — p . CH — p . HB = P . CH. Addiren Sie nun zu dieser die vorige Gleichung (P + p) . CH = q . HG, so erhalten Sie P . AH — p . HB = q . HG oder P . AH = p . HB + q . HG. Wenn aber sich P in A, p in B, und q in G befindet, und H unterstützt wird, so ist P . AH von einer Seite das Moment, und von der andern p . HB + q . HG die Summe der Momente. Da nun diese jenem gleich wird, so bald man setzt, daß (P + p) . CH = q . HG ist, so folgt, daß es völlig einerley ist, ob man sich die beiden Gewichte P und p abgesondert in A und B, oder vereinigt in C, vorstellt, und daß in beiden Fällen H der gemeinschaftliche Schwerpunkt der drey Gewichte P, p und q ist.

Nunmehr können Sie sich leicht überzeugen, daß ein jeder fester und voller Körper einen Schwerpunkt hat. Denn jede zwey Theilchen eines solchen Körpers hängen so fest zusammen, als wenn sie durch eine gerade steife Linie mit einander verbunden wären. Stellen Sie sich also Anfangs vor, als wenn bloß zwey Theilchen des Körpers schwer wären, und suchen Sie in der geraden Linie, welche sie vereinigt, und ihren Schwerpunkt enthält, diesen Punkt. Nun

nehmen Sie, wo Sie wollen, ein drittes Theilchen des Körpers als schwer an, so können Sie, wie Sie gesehen haben, es mag dieses Theilchen auch in jene gerade Linie fallen, oder nicht, die ersten zwey schweren Theilchen allemal als in ihrem Schwerpunkte vereinigt annehmen, von diesem Punkte zu dem dritten Theilchen eine gerade Linie ziehn, und in dieser den Schwerpunkt aller drey Theilchen bestimmen, eben so, als wenn nur zwey Theilchen da wären, und das eine die Summe zweyer Theilchen ausmachte. Zwischen diesem Schwerpunkte und einem vierten schweren Theilchen giebt es wieder einen Schwerpunkt, der sich auf dieselbe Art finden läßt. So kann man ohne Ende fortgehn, und nach und nach alle Theilchen des Körpers vereinigen, weil man allemal die Theilchen, deren Schwerpunkt man schon kennt, sich in diesem Punkte verbunden vorstellen kann. Also hat auch der ganze feste Körper einen gewissen Schwerpunkt, um welchen er in jeder möglichen Lage im Gleichgewichte bleibt; und da er zugleich voll ist, so fällt dieser Punkt in ihn selbst.

Ist aber ein Körper hohl, so fällt sein Schwerpunkt mehrentheils außer ihn; der Punkt nämlich, um welchen er in jeder Lage im Gleichgewichte bleiben würde, wenn seine Theilchen mit ihm durch steife Linien ohne Schwere verbunden wären. Daher haben auch flüssige Materien, ja ganze Systeme abgesonderter Körper ihre Schwerpunkte. Es sey z. B. in A (Fig. 54) der Schwerpunkt der Masse M, in B aber der Schwerpunkt einer andern von M ganz abgesonderten Masse m, AB die Entfernung beider Massen, und $M : m = CB : CA$; so ist C der gemeinschaftliche Schwerpunkt beider Massen M und m, weil sie um C im Gleichgewichte seyn würden, wenn sie durch

eine gerade und steife Linie ohne Schwere vereiniget wären.

Diejenigen Materien, welches durchaus gleich dicht sind, nennt man gleichartige (corpora homogenea) und man erkennt sie daran, daß Stücke von einer solchen Materie, die einen gleichen Umfang haben, auch gleich viel wiegen, und daß sich überhaupt ihr Gewicht, wie ihr Umfang, verhält. Ein Kubikzoll Bley z. B. wiegt so viel, wie der andre, wenn anders das Bley gleich rein und von gleicher Art ist; zwey Kubikzolle wiegen doppelt so viel, drey drey Mal so viel u. s. w. als ein Zoll. Wenn solche Materien sehr dicht und schwer sind, so braucht man sie als Gewichte, zur Bestimmung nämlich des Gewichts aller andern Körper, weil man das Verhältniß ihrer eignen Schweren aus dem Verhältnisse ihrer Größen leicht erkennt. Gleichartige Körper haben ihren Mittelpunkt der Schwere in dem Mittelpunkte ihrer Größe, wenn ein solcher in ihnen vorhanden ist. So liegt der Schwerpunkt einer gleichartigen Kugel in ihrem Mittelpunkte; der einer gleichartigen Walze mitten in ihrer Axe u. s. w. Denn in jeder geraden Linie, die man durch den Mittelpunkt eines solchen Körpers zieht, findet man immer gleich viele und gleich schwere Theilchen in gleichen Entfernungen zu beiden Seiten vom Mittelpunkte. Also ist eine jede solche Linie, wegen der Gleichheit der Momente zu beiden Seiten, um den Mittelpunkt im Gleichgewichte, und dieser Punkt ist daher der Schwerpunkt des ganzen Körpers.

Den Schwerpunkt aber unregelmäßiger oder ungleichartiger Körper findet man am leichtsten durch Versuche. Man legt sie, wenn sie klein sind, auf die scharfe Ecke eines harten Körpers, oder auf eine stark gespannte Saite, und schiebt sie so lange behut-

sam hin und her, bis sie über dieser Schärfe im Gleichgewichte bleiben. So weiß man gewiß, daß die auf jener Schärfe stehende lothrechte Ebne durch den Schwerpunkt des auf ihr ruhenden Körpers geht, weil der Körper fallen würde, wenn sein Schwerpunkt nicht unterstützt wäre. Auf diese Art muß man den Körper nach seiner Länge, Breite und Dicke versuchen, um drey verschiedne Schwerebnen zu erhalten. Denn da die erste die zweyte in einer geraden Linie, und die zweyte die dritte auch in einer geraden Linie durchschneidet, beide Linien aber durch den Schwerpunkt des Körpers gehn, so liegt dieser Punkt nothwendig in dem Durchschnitte jener beiden Linien.

Man kann auch einen Körper, ohne ihn ganz fest zu binden, an einem Faden so aufhängen, daß er jede beliebige Lage annehmen kann. Er stellt sich alsdann, wenn er in Ruhe kommt, von selbst allezeit so, daß eine aus den Aufhängepunkt gezogne lothrechte Linie durch seinen Schwerpunkt geht. Indem man ihn also einmal an der einen, das andre Mal an der andern Stelle seines Umfanges aufhängt, erhält man zwey lothrechte Linien, deren Durchschnitt den Schwerpunkt anzeigt.

Sind die Körper sehr groß, deren Schwerpunkt man sucht, so kann man Modelle, die ihnen in aller Absicht ähnlich sind, nehmen, und die Schwerpunkte derselben durch Versuche bestimmen. Denn die Schwerpunkte der großen Körper haben vollkommen ebendieselbe Lage, in Ansehung ihrer Theile, welche die Schwerpunkte der kleinen Modelle, in Ansehung ihrer ähnlichen Theile, haben.

Man kann auch durch Hülfe der Geometrie die Schwerpunkte regelmäßiger gleichartiger Körper, und selbst der Flächen und Linien, bestimmen, wenn man

von den letztern annimmt, daß sie schwer sind. Das Dreyeck A B C z. B. (Fig. 65) kann ganz in physische mit B C parallele Linien, oder unendlich schmale Streifen zerlegt werden. Jede dieser Linien, wenn man sie als schwer und gleichartig ansieht, hat ihren Schwerpunkt in ihrer Mitte. Ist nun B E = E C, so theilt die gerade Linie A E alle diese Linien in zwey gleiche Theile. Sie geht also durch alle Schwerpunte, und das ganze Dreyeck ist daher um A E im Gleichgewichte. Eben so muß es aber auch um B D im Gleichgewichte seyn, wenn A D = D C ist. Da sich nun A E und B D in G durchschneiden, so ist G der gemeinschaftliche Schwerpunkt des ganzen Dreyecks. Aus der Geometrie weiß man, daß auch die aus C durch G gezogne gerade Linie A B in zwey gleiche Hälften A H = H B theilt, und daß E G = $\frac{1}{3}$ A E, D G = $\frac{1}{3}$ B D und H G = $\frac{1}{3}$ H C ist. [1]

Hat man daher einen Kreis, so kann man sich denselben aus seinem Mittelpunkte in unendlich viele unendlich kleine Ausschnitte getheilt vorstellen; und da man jeden dieser Ausschnitte als ein Dreyeck betrachten kann, so folgt, daß der Schwerpunkt eines jeden von ihnen vom Mittelpunkte um $\frac{2}{3}$ des Halbmessers entfernt ist. Denn hier stellt z. B. C den Mittelpunkt und C H den Halbmesser vor. Es ist aber C G = $\frac{2}{3}$ H C. Dieses läßt sich, wie Sie leicht sehn, auch auf walzenförmige Körper anwenden, die sich, wie die Mühlsteine, um eine lothrechte Axe drehn. Man kann sich den Körper ohne Schwere und sein ganzes Gewicht, als in einem Ringe vereinigt, vorstellen, dessen Halbmesser $\frac{2}{3}$ vom Halbmesser der Grundfläche des Körpers ausmacht. Daher pflegt man auch diesen Halbmesser des Ringes beym Maschinenwesen den mittleren Halbmesser des walzenförmigen Körpers zu nennen.

Ueber-

Ueberhaupt kann man die unendlich kleinen Theilchen einer jeden mathematischen Ausdehnung als Gewichtchen ansehn, die an einer durch den Schwerpunkt derselben gehenden steifen Linie, als an einem Hebel, angebracht sind. Berechnet man nun die Momente dieser Gewichtchen, in Ansehung eines außer ihnen in jenem Hebel angenommnen Drehhungspunkts, so ist ihre Summe dem Momente des Gewichts der ganzen Ausdehnung, in ihrem Schwerpunkte angebracht, gleich. Hierauf gründet sich eine Methode, den Schwerpunkt mathematischer Ausdehnungen durch Rechnung zu finden, mit deren Beschreibung ich Sie aber um desto weniger aufhalten will, da sie in der Ausübung nur von geringem Nutzen ist. [2]

Anmerkungen.

1. Man ziehe durch eine Spitze A des Dreyecks ABC (Fig. 142) die gerade Linie LM, parallel mit der gegen über stehenden Seite BC, theile BA und AC, in H und D, in zwey gleiche Theile, und ziehe die geraden Linien CHL, BDM, die sich in G durchschneiden, so sind die Dreyecke DAM, DBC offenbar einander gleich, weil alle drey Winkel und die Seiten CD, DA einander gleich sind. Eben so ist LHA = BHC, und daher AM = BC = AL. Nun ist HD : HM = BH : BA, also HD = $\frac{1}{2}$BC. Nun sind aber auch die Dreyecke GHD, GBC einander ähnlich. Daher ist GD : BG = HD : BC = 1 : 2, also GD = $\frac{1}{2}$BG = $\frac{1}{3}$BD. Eben so läßt sich erweisen, daß GH = $\frac{1}{3}$CH ist. Zieht man nun die Linie AE durch G, und schneidet diese die HD in I, so ist GI : GA = DI : AM = HI : AL. Da nun AM = AL ist,

so wird auch $DI = IH$; also auch $BE = CE$, weil $AI : AE = HI : BE = DI : CE$, und $HI = DI$ ist.

2. Es sey AFB (Fig. 143) eine gerade Pyramide oder ein gerader Kegel, AC seine Axe, so fällt, wenn dieser Körper gleichartig ist, sein Schwerpunkt O offenbar in sie. Es sey $AC = a$ und die Grundfläche $FB = b$, AD aber x. Schneidet man nun den Körper parallel mit FB durch D, so verhält sich der Schnitt GE zu FB, wie $x^2 : a^2$. Er ist also $= \frac{b x^2}{a^2}$. Stellt man sich nun unendlich nahe an GE einen andern parallelen Schnitt vor, so kann man den zwischen beiden Schnitten enthaltnen Theil des Körpers als ein Prisma oder eine Walze von der Grundfläche GE und der unendlich kleinen Höhe dx ansehn. So muß man sich den ganzen Körper AFB von oben bis unten in Scheibchen getheilt vorstellen. Jedes Scheibchen ist $= \frac{b x^2 dx}{a^2}$, und da sich sein Gewicht eben so verhält, weil der Körper AFB gleichartig ist, so ist, an dem in A unterstützten Hebel AC, das Moment eines jeden dieser Gewichtchen $= \frac{b x^3 dx}{a^2}$. Es ist aber von dieser Größe das Integral $\frac{b x^4}{4 a^2}$ (III. Einl. 241), und dasselbe drückt also das Moment des ganzen Stückes AGE aus. Will man es für den ganzen Kegel haben, muß man $x = a$ setzen. Also ist das Moment des ganzen Körpers AFB für den Punkt $A = \frac{1}{4} b a^2$. Dieses aber muß dem Momente des ganzen Körpers, wenn er in O aufgehangen würde, gleich seyn. Der Inhalt und das Gewicht aber des Körpers ist $= \frac{1}{3}$

ab (III. Einl. 168), also seyn Moment $= \frac{1}{3}$ ab. AO. Also wird $\frac{1}{3}$ ab . AO $= \frac{1}{4}$ ba^2, oder AO $= \frac{3}{4}$ a. Es ist daher der Schwerpunkt O der Pyramide und des Kegels um $\frac{3}{4}$ seiner Höhe von seiner Spitze entfernt.

Es sey ferner NBAS (Fig. 88) eine halbe gleichartige Kugel, CN oder CA $=$ r, AE $=$ x und BE $=$ y. Der Schwerpunkt dieser halben Kugel fällt offenbar in den auf NS senkrechten Halbmesser CA. Stellt man sich also irgendwo in E die halbe Kugel, parallel mit NS durchschnitten vor, und ist überhaupt das Verhältniß eines Kreises zu seinem Halbmesser, wie 2p:1, so wird der Umkreis des Schnitts durch E $=$ 2py und seine Fläche $=$ py^2 (III. Einl. 124). Ist also ihm ein andrer paralleler Schnitt unendlich nahe, so wird der Inhalt und das Gewicht des Scheibchens zwischen beiden Durchschnitten $=$ py^2 dx, und sein Moment gegen A $=$ py^2 xdx. Es ist aber x : y $=$ y : 2r $-$ x (III. Einl. 83) also y$^2 =$ 2rx $-$ x^2, folglich das gefundne Moment $=$ 2rpx^2 dx $-$ px^3 dx, davon das Integral $\frac{2}{3}$ rpx^3 $-$ $\frac{1}{4}$px^4 das Moment des ganzen Abschnitts der halben Kugel, der bis E geht, vorstellt. Also ist das Moment aller Scheibchen der ganzen halben Kugel, indem man x $=$ r setzt, $= \frac{2}{3}$pr^4 $-$ $\frac{1}{4}$pr$^4 = \frac{5}{12}$pr^4. Es ist aber der Inhalt der halben Kugel $=$ pr^2. $\frac{2}{3}$r (III. Einl. 169) $= \frac{2}{3}$pr^3. Ist also in O der Schwerpunkt der halben Kugel, so wird AO . $\frac{2}{3}$pr$^3 = \frac{5}{12}$pr^3 und AO $= \frac{5}{8}$r also CO $= \frac{3}{8}$r; so daß der Schwerpunkt O der halben Kugel von ihrem Mittelpunkte C $\frac{3}{8}$ des Halbmessers CA entfernt ist.

Man kann sich hieraus leicht einen allgemeinen Begriff von der Methode machen, wie man überhaupt den Schwerpunkt durch Rechnung findet. Es

sey N B A irgend eine krumme Linie (Fig. 88) und N C senkrecht auf A C, jede mit C A aber parallel an sie gezogne Linie = y, so läßt sich die ganze Fläche in unendlich schmale mit C A parallele Streifen oder physische Linien zerschneiden, deren jede = y d x ist, indem d x einen unendlich kleinen Theil von N C bedeutet. Jede hat in ihrer Mitte, also in der Entfernung $\frac{1}{2}$ y von N C, ihren Schwerpunkt, und ihr Moment gegen N C ist also $\frac{1}{2} y^2 dx$. Theilt man daher das Integral von $\frac{1}{2} y^2 dx$ mit der Fläche N A C, so erhält man D M, oder die Entfernung des Schwerpunkts M der Figur N A C von N C.

Gesetzt die ganze Figur dreht sich um die Axe N C und beschreibt auf die Art einen Körper; so läuft jeder Punkt ihres Umfangs durch 2 p y, wenn p : 1 wieder das Verhältniß des Umkreises zum Durchmesser bedeutet. Jede Linie y, wie D B, beschreibt eine Kreisfläche, die $= p y^2$, und jeder Streifen y d x eine Scheibe, die $= p y^2 dx$ ist. Der ganze beschriebne Körper ist aus solchen Scheibchen zusammengesetzt, und also dem Integrale von $p y^2 dx$ oder $p \int y^2 dx$ gleich.

Dieß Integral I ist aber auch $= \frac{2 p \int \frac{1}{2} y^2 dx . NAC}{NAC}$.

Da nun $DM = \frac{\int \frac{1}{2} y^2 dx}{NAC}$ ist, wie ich gezeigt habe,

so wird I, oder der Inhalt des beschriebnen Körpers, $= 2 p . DM . NAC$. Hierauf gründet sich die Regel des Guldin, daß man den Inhalt eines jeden Körpers, der durch die Umdrehung irgend einer Figur um eine Axe beschrieben wird, erhält, wenn man die erzeugende Figur, in Zahlen ausgedrückt, mit dem Kreise oder Wege vermehrt, den ihr Schwerpunkt bey der Umdrehung durchläuft. Denn in der That ist 2 p . D M dieser Kreis.

Zwey und dreyßigster Brief.

Wenn Sie einen festen Körper in irgend einem Punkte seines Umfanges unterstützen, und von diesem Punkte durch seinen Schwerpunkt sich eine gerade Linie vorstellen, so können Sie diese, wegen der Festigkeit des Körpers, als eine steife Linie, als einen Hebel, ansehn, an welchem im Schwerpunkte des Körpers das ganze Gewicht desselben vereinigt ist. Liegt also der Schwerpunkt an der einen oder der andern Seite des unterstützten Punktes, so wird der ganze Körper nach dieser Seite zu heruntergehn oder fallen, und zwar geht der Schwerpunkt so tief herunter, als möglich, wenn er sonst daran nicht gehindert wird. Liegt er aber lothrecht über dem unterstützten Punkte, so kann er sich nicht bewegen, und der ganze Körper bleibt daher in Ruhe. Eben dieses muß nothwendig auch erfolgen, wenn der Schwerpunkt eines Körpers entweder durch einen Faden, oder auf andre Art, vertikal nach oben mit einer hinlänglichen Kraft zurückgehalten wird, weil es einerley ist, ob man einen schweren Punkt von unten unterstützt, oder ihn nach oben zieht und so zurückhält, daß er nicht fallen kann. So kann ein aufgehangner Wagebalken nicht anders ruhig bleiben, als in einer wagerechten Lage, weil er so gemacht ist, daß alsdann sein Schwerpunkt lothrecht unter dem Aufhängepunkte liegt.

Mehrentheils sind die festen Körper nicht in einem, sondern in sehr vielen Punkten zugleich unterstützt. Sie ruhen auf einer gewissen Grundfläche,

oder auf Füßen oder auf einem Rande u. s. w. Tische z. B. stehn gewöhnlich auf dreyen oder auf vier Füßen, und sie stehn wegen der Ungleichheit des Bodens mehrentheils fester auf dreyen, als auf vier Füßen, weil jede Ebne durch drey Punkte gehn kann. Man kann nicht nur, wenn ein Körper auf einer seiner Flächen ruht, diese Fläche, sondern auch im gegenseitigen Falle den Theil des Bodens, der zwischen seinen Füßen oder den einzelnen Theilen, die ihn stützen, enthalten ist, seine Grundfläche nennen, weil es in Ansehung seiner Unterstützung ganz gleichgültig ist, ob der Raum zwischen seinen Füßen voll oder leer ist. Alsdann läßt es sich mit wenigen Worten bestimmen, wenn der Körper fest stehn, und wenn er umfallen muß. Das erstre nämlich geschieht, wenn die durch seinen Schwerpunkt gehende Lothlinie, oder die Richtungslinie seiner Schwere innerhalb; das letztre, wenn sie außerhalb der Grundfläche fällt. Denn im ersten Falle kann der Schwerpunkt des Körpers nicht tiefer heruntergehn, es müßte denn der Körper zerbrechen, welchen Fall ich aber nicht voraussetze, oder er müßte, wenn der Körper dennoch fallen sollte, sich in die Höhe heben, welches ohne einen Stoß oder Zug von außen, den ich aber hier auch nicht annehme, unmöglich ist. Im zweyten Falle hingegen muß der Schwerpunkt tiefer sinken, weil er sinken kann, und also der Körper umfallen.

Daher kommt es, daß oft ein Körper, der auf einer wagrechten Ebne AB (Fig. 61) fest steht, weil die Richtungslinie seiner Schwere CD innerhalb seiner Grundfläche fällt, umschlägt, wenn man der Ebne AB eine gewisse Neigung giebt, weil alsdann CD außer seiner Grundfläche auf die Ebne trifft. Eine gleichartige Kugel rollt in

diesem Falle herunter. Denn die Richtungslinie ihrer Schwere CD (Fig. 62) fällt allemal außer den Punkt E, in welchem sie die geneigte Ebne berührt, und der ihre ganze Grundfläche ausmacht. Diese Linie kann nie durch E gehn, als wenn AB horizontal ist, weil wegen der Gleichartigkeit der Kugel ihr Mittelpunkt zugleich der Schwerpunkt, und also die Linie CE allemal auf AB senkrecht ist. Zwar rollt auch auf einer horizontalen Ebne eine gestoßne Kugel wegen der Reibung fort; allein sie würde auf einer geneigten Ebne fortrollen, wenn sie gleich auf ihr nicht die geringste Reibung litte. Auch Menschen stehen auf geneigten Flächen so fest nicht, als auf wagrechten. Sie sind in Gefahr, wenn sie heraufsteigen, rückwärts, und wenn sie herabsteigen vorwärts umzuschlagen, und diese Gefahr wird durch den Bau der menschlichen Füße vermehrt. Daher hält man sich oft mit Händen und Füßen, wenn man steile Berge hinanklettert, und wirft sich auf den Rükken, um so herabzurutschen, wenn man von einer steilen oder glatten Höhe in die Tiefe herunter kommen will. Daher sind Treppen oder Stufen für Menschen bequemer, als geneigte Ebnen.

Ein Körper steht um desto fester, je größer unter übrigens gleichen Umständen seine Grundfläche ist, und je niedriger sein Schwerpunkt liegt. Denn wenn Sie einen Körper (Fig. 63), dessen Grundfläche AB ist, seitwärts stoßen, so hebt er sich an der gestoßnen Seite in B in die Höhe, indem er sich um den untersten Punkt A der entgegengesetzten Seite dreht. Ziehn Sie also aus diesem Punkte nach dem Schwerpunkte des Körpers C die gerade Linie AC, und Sie begreifen leicht, daß der Körper durch den Stoß um desto leichter

umschlagen muß, je kleiner der Winkel ACD ist. Denn um desto eher kommt der Schwerpunkt, indem er um A den Bogen CE beschreibt, so zu liegen, daß die Richtungslinie der Schwere EF außer der Grundfläche AB fällt. Es ist aber der Winkel ACD um desto größer, je größer AD, also je breiter die Grundfläche des Körpers, und je kleiner DC ist, oder je tiefer der Schwerpunkt C liegt. Also steht auch in beiden Fällen der Körper um desto fester.

Die Menschen stehn nach Verhältniß auf einer kleineren Grundfläche, wie die vierfüßigen Thiere, und der Schwerpunkt fällt bey ihnen höher, als bey den Vögeln. Daher müssen sie als Kinder gehen lernen, und sie lernen es durch Fallen, anstatt daß die Thiere gleich von der Geburt an einen sichern Gang haben. Daher bewegen wir, wenn wir gehn, unsern Körper mehrentheils auf die Seite, bald hierher, bald dorthin, damit die Richtungslinie unsrer Schwere bald auf diesen, bald auf jenen Fuß falle. Und wenn wir vom Sitzen aufstehn, beugen wir den Körper vorwärts über, um unsern Schwerpunkt über die Füße zu bringen. Oft werden Körper mit einer sehr kleinen Grundfläche, wenn gleich sie schon zu fallen anfangen, dennoch durch geschickte Wendungen und schnelle Bewegungen am Falle gehindert. So erhalten sich die Seiltänzer auf einem Seile oder Drathe, indem sie den Leib bald auf diese, bald auf jene Seite, beugen, und dadurch den anfangenden Fall aufhalten. So werden Körper auf einer Spitze aufrecht erhalten, indem man diese schnell bald hierher bald dorthin bewegt, und sie so immer wieder unter den Schwerpunkt des Körpers zurückbringt, wenn dieser schon anfängt zu fallen.

Um den Wänden so viele Festigkeit zu geben, als möglich, führt man sie nicht nur lothrecht auf, son-

dern man verdünnt sie auch nach oben zu um desto stärker, je höher sie hinaufsteigen. Dadurch wird ihre Grundfläche nach Verhältniß breiter, und ihr Schwerpunkt heruntergezogen. Zwar suchte man vorzeiten ein besondres Kunststück in der Aufführung überhängender Mauern, und man findet dergleichen noch heutzutage an einigen alten Thürmen in Italien und anderwärts; allein dennoch sind diese Mauern so dick, daß die Richtungslinie ihrer Schwere innerhalb ihrer Grundfläche fällt.

Ein schwimmender Körper kann im Wasser in seiner Lage nicht ruhig bleiben, als wenn sein Schwerpunkt mit dem Schwerpunkte desjenigen Theils von Wasser, den er aus seinem Orte vertrieben hat, sich in einer lothrechten Linie befindet. Denn das Wasser hebt den Körper beständig, und zwar um desto mehr, je größer und schwerer jener Theil ist, und der Körper sucht dagegen immer tiefer darin einzusinken. Da nun beide Wirkungen aus der Schwere entspringen, so verhalten sie sich, wie alle ähnliche Wirkungen, als wenn die ganze Masse des Körpers und die des vertriebnen Wassers in ihren Schwerpunkten vereinigt wäre. Da sie nun einander gleich sind, so müssen sie einander auch gerade entgegengesetzt seyn, wenn der Körper im Gleichgewichte bleiben soll. Außerdem aber steht der schwimmende Körper um desto fester, je tiefer sein Schwerpunkt liegt, wenn er unter den Schwerpunkt jenes Wassertheils fällt, oder je näher er an ihm ist, wenn er über ihm liegt, weil er alsdann von ihm gleichsam unterstützt wird, und jeder Körper, wie Sie gesehn haben, um desto fester steht, je näher sein Schwerpunkt am Unterstützungspunkte liegt. Da das Wasser so sehr beweglich ist, so dreht sich ein schwimmender Körper bey dem geringsten Stoße so lange, bis sein Schwerpunkt so

tief, als möglich, liegt, und er setzt sich also von selbst in die festeste Lage. Daher schwimmt ein Bret nur auf der breiten Seite, wenn man es gleich auf der hohen Kante ins Wasser stellt; und Schiffe stehn im Wasser um desto fester, und können von Wind und Wellen um desto weniger auf die Seite geworfen werden, je tiefer man ihren Schwerpunkt dadurch herunterzieht, daß man sie in ihren untersten Theilen mit schweren Sachen belastet. Daher füllt man unbefrachtete Schiffe unten mit Steinen, Sand und anderm Ballaste an, um ihren Stand und Gang sichrer zu machen. Auch bey Kutschen und Wagen muß man die Vorsicht gebrauchen, die schwersten Sache nach unten zu packen, weil sie auf diese Art der Gefahr des Umwerfens weniger ausgesetzt sind.

Der Schwerpunkt eines großen Körpers wird dadurch, daß man einen kleinern Körper mit ihm auf irgend eine Art verbindet, allemal nach der Seite des letztern gleichsam fortgerückt; so wie auch ein Hebel, der um einen gewissen Punkt im Gleichgewicht bleibt, sobald man bloß von einer Seite dieses Punkts ein Gewicht auf ihn legt, einen neuen Schwerpunkt erhält, der zwischen dem alten und dem aufgelegten Gewichte liegt. Daher beugt ein Mensch, der eine schwere Last auf dem Buckel trägt, sich nach vorn über, weil sonst, wenn er gerade stände, der gemeinschaftliche Schwerpunkt seines mit der Last verbundnen Körpers zu weit nach hinten fallen, und den Menschen rückwärts niederziehn würde. Eben so hält ein Mensch, der in einer Hand einen Eimer mit Wasser oder eine andre Last trägt, den ganzen obern Körper schief nach der andern Seite und streckt wohl gar noch die Hand an dieser Seite aus, um nur zu

machen, daß die gemeinschaftliche Richtung der Schwere seines mit der Last verbundnen Körpers auf seine Grundfläche falle. Auf eine ähnliche Art verhält sich derjenige, der auf einer Schulter eine Last trägt. Ist diese eine Stange von Eisen oder eine ähnliche Sache, die er ohne Schaden von hinten mit ihrem untern Ende auf der Erde fortschleppen kann, so erleichtert er sich das Tragen, wenn er sie so schleppt, indem die Erde alsdann einen Theil der Last trägt. Kann er sie aber so nicht tragen, so muß er sie so auf die Schulter legen, daß die Richtung ihrer Schwere auf dieselbe fällt. Denn wiegt sie nach hinten über, so muß er sie von vorn niederdrücken, und also mit seiner Schulter nicht nur den Druck der Last, sondern auch den Druck seiner Hand tragen.

Der Schwerpunkt sinkt immer so tief, als er nur sinken kann. Daher stehn kleine Figuren von Kork, die unten mit Bley ausgegossen sind, von selbst auf, wenn man sie auf einen Tisch legt, weil ihr Schwerpunkt in das Bley fällt, und tiefer liegt, wenn die Figuren stehn, als wenn sie liegen. Eine Walze halb von Bley und halb von Holz, die auf einer etwas geneigten Ebne liegt, rollt die Ebne herauf, wenn ihr bleyerner Theil nach dem höhern Theile der Ebne gekehrt ist. Eben das thut ein doppelter Kegel von Holz (Fig. 64), den man auf zwey unter einem spitzigen Winkel bey E vereinigte bey G und F etwas erhöhte schmale Hölzer nahe an E legt. Denn hier wird der Körper nahe bey seiner größten Dicke AB, in deren Mitte sein Schwerpunkt liegt, unterstützt, und dieser ist also um die halbe größte Dicke über GEF erhöht. So wie aber der Körper gegen GF fortrollt, entfernen sich die Unterstützungspunkte immer weiter

von AB gegen die Spitzen C und D. Der Schwerpunkt nähert sich also der Ebne der Unterlage GEF immer mehr, und da diese gegen GF nur wenig erhöht ist, so sinkt er wirklich nach und nach immer tiefer. Eben so werden die Bewegungen der hölzernen Puppen mit beweglichen Armen und Füßen, die man schinesische Puppen nennt, durch Queckfilber, welches nach und nach aus einer Höhlung ihres Körpers in die andre läuft, und die Stelle ihres Schwerpunkts verändert, hervorgebracht. Sie schlagen beständig Böcke über den Kopf, und steigen so auf verschiednen Stufen von gehöriger Breite herab, indem zugleich ihr Schwerpunkt immer tiefer sinkt.

Wenn so viele Massen, als man will, nach einerley oder nach gerade entgegengesetzten Richtungen fortgehn, so geht auch ihr Schwerpunkt nach der einen oder der andern Richtung fort, und man findet seine Geschwindigkeit, wenn man die Summe aller fortgehenden Bewegungen mit der Summe der Massen theilt. Haben die Bewegungen verschiedne gegen einander geneigte Richtungen, so muß man jede, so wie ich es bey den Kräften gezeigt habe, in zwey andre Bewegungen nach zweyen unveränderlichen Richtungslinien auflösen, für jede dieser Linien die Bewegung des Schwerpunkts suchen, und alsdann seine beide gefundne Bewegungen zusammensetzen. Uebrigens verändern die Wirkungen der Massen auf einander die Bewegung oder Ruhe ihres Schwerpunkts gar nicht. Nur müssen sie ganz allein unter sich auf einander wirken.

Anmerkung.

Wenn C (Fig. 66) der Schwerpunkt zweyer Massen A und B ist, so ziehe man auf eine nach

Gefallen angenommne gerade Linie FG, die geraden Linien BF, CK, AM auch nach Gefallen, aber parallel unter sich. Es wird alsdann allemal B. BF + A. AM = (A + B) CK seyn. Denn man ziehe durch C die HI mit FL parallel und verlängre BF in H; so ist A : B = BC : AC = BH : AI, weil C der Schwerpunkt der Massen A und B ist, also A. HI = B. BH. Da aber HF, CK, IM einander gleich sind, so ist auch B. HF + A. IM = (A + B) CK. Zieht man also von B. HF, B. BH ab, und addirt man A. IM und A. AI, so bleibt die ganze Summe noch immer = (A + B). CK. Es ist aber B. HF — B. BH = B. BF und A. IM + A. AI = A. AM. Also wird B. BF + A. AM = (A + B). CK. Ist noch eine dritte Masse D da, und E der gemeinschaftliche Schwerpunkt aller drey Massen A, B und D, so ist wieder (A + B + D). EL = B. BF + A. AM + D. DG. Denn man kann sich, anstatt der abgesonderten Massen A und B, eine einzige Masse, die = A + B ist, in C gedenken, und diese mit D vergleichen. So kann man immer mehrere Massen nach und nach zusammennehmen, es mögen so viele da seyn, als man will, und unser Satz wird für alle gelten.

Wenn zwey Körper A und B, deren Schwerpunkt in C fällt (Fig. 68), in einem gewissen Zeitpunkte zugleich solche Bewegungen haben, daß in der Zeit t der eine aus A in D, der andre aus B in E, und der Punkt C durch CF gehn kann, so reduzire man alle diese Bewegungen auf iryend eine Richtung KP, dadurch, daß man durch die Punkte E, B, F, C, D, A parallele Ebnen setzt, welche die KP in K, L, M, N, O, P durchschneiden. Es ist alsdann KL die reduzirte Geschwindigkeit von BE; MN

von CF; und OP von AD, es mögen nun EB, FC, DA in einerley Ebne oder in ganz verschiedne Ebnen fallen. Stellt man sich nun, irgendwo unter AP, eine mit AP parallele Ebne vor, auf welche man aus A, C und B, wie auch aus E, F und D gerade mit KP parallele Linien zieht, so wird der Entwurf von ACB, so wie auch der von DFE, auf dieser Ebne, eine gerade Linie seyn, weil ACB und DFE gerade Linien sind. Daher wird, wenn man A mit der zu A gehörigen der KP parallelen Linie, und B mit der zu B gehörigen vermehrt, die Summe dieser Produkte dem Produkte aus A + B und der zu C gehörigen Linie gleich seyn. Etwas ähnliches wird auch in Ansehung der Punkte E, F, D Statt finden. Es ist aber, wenn G, I und H die Punkte sind, wo die zu E, F und D gehörigen Linien die mit AP parallelen Ebnen durchschneiden, EG der Unterschied der zu E und B, FI der Unterschied der zu F und C; und DH der Unterschied der zu D und A gehörigen Linien. Also ist B . EG + A . DH = (A + B) FI oder B . KL + A . OP = (A + B) MN. Man erhält also die reduzirte Bewegung MN des Schwerpunkts, wenn man die Summe der reduzirten Bewegungen der Massen B. KL + A.OP mit der Summe der Massen A + B theilt. Dieser Satz gilt, wie man leicht sieht, es mögen so viele Massen da seyn, als man will.

Es kann aber jede Bewegung AB (Fig. 67), so wie jede Kraft, in zwey andre AC und BC aufgelöst werden. Alsdann ist AC die nach der einen Richtung und BC die nach der andern reduzirte Bewegung.

Die Bewegung oder die Ruhe des Schwerpunkts wird nicht im geringsten geändert, wenn gleich die Massen durch Druck, Stoß oder Anziehung auf ein-

ander wirken, weil Wirkung und Gegenwirkung immer einander gleich und gerade entgegengesetzt sind, und daher die Summe jeder zwey neu entstandnen im Schwerpunkte vereinigten Bewegungen = o ist.

Drey und dreyßigster Brief.

Galilei war der erste, welcher durch die Erfahrung zeigte, daß der freye Fall der Körper, wenn die Luft sie nicht in ihrer Bewegung hindert, gleichförmig beschleunigt ist. Die Mechanik hat seinen Versuchen ihr Daseyn zu danken. Denn vor dem Galilei kannte man diese Wissenschaft nicht, und man hatte bloß das Gleichgewicht der Körper untersucht, ohne die Gesetze ihrer Bewegungen zu erforschen.

Galilei konnte seine Versuche nicht mit frey fallenden Körpern machen. Denn diese bewegen sich, wenn sie etwas schwer sind, so sehr schnell, daß es unmöglich ist, die Höhen und die Zeiten des Falles genau zu beobachten und mit einander zu vergleichen; und die Bewegung der leichtern wird durch den Widerstand der Luft ganz verändert. Selbst bey den eigenthümlich schwerern ist dieser Einfluß der Luft sehr merklich, da ihr Widerstand mit der Geschwindigkeit immer zunimmt. Es blieb also nichts übrig, als das Hinabrollen schwerer Körper auf geneigten Ebnen, von welchem Galilei überzeugt war, daß es dem freyen Falle völlig ähnlich seyn müßte, weil die Kraft der Schwere sich auf solchen Ebnen gleichsam selbst in zwey ähnliche und gleichförmige Kräfte auflöst, davon die eine bloß zum Drucke, die andre aber bloß zur Bewegung verwandt wird. Er wußte

aus der Erfahrung, daß die Reibung ungemein geringe ist, wenn glatte Kugeln auf glatten Flächen rollen, und er konnte also hoffen, daß eine solche Bewegung durch die Reibung nicht merklich verändert werden würde. Daher ließ er glatte metallne Kugeln in hölzernen, geraden und leichten Rinnen, die er mit Pergament bekleidet und geglättet hatte, herabrollen, indem er diese nach Gefallen bald mehr, bald weniger, gegen den Horizont neigte. Rollten nun die Kugeln mit gleichförmig beschleunigter Bewegung, so konnte er sicher schließen, daß auch der freye Fall der Körper im leeren Raume gleichförmig beschleunigt sey. Ich sage: im leeren Raume. Denn da die Kraft, durch welche eine solche Kugel heruntergetrieben wird, sich immer wie der Sinus des Neigungswinkels der Ebne verhält *), Galilei aber diesen nach Gefallen verkleinern konnte, so war er auch im Stande, jene Kraft und die durch sie erzeugte Geschwindigkeit immer mehr zu vermindern, und die Kugeln mußten daher zuletzt so langsam herabrollen, daß der Widerstand der Luft ganz unmerklich ward, und sie sich also eben so bewegten, wie in einem leeren Raume.

Diese Langsamkeit der Bewegung setzte zugleich den Galilei in den Stand, die durchlaufnen Räume und die dazu gehörigen Zeiten um desto genauer zu beobachten und zu vergleichen. Er theilte seine Rinnen der Länge nach in verschiedne gleiche Theile, bemerkte die Theilungsstriche auf dem Pergamente, und gab genau Achtung, wenn die Kugel über einen solchen Strich wegrollte. So fand er, wenn die Kugel in der einfachen Zeit durch einen Theil gegangen war,

*) Man sehe den neun und zwanzigsten Brief.

war, daß sie in der doppelten durch 4, in der dreyfachen durch 9, in der vierfachen durch 16 solche Theile lief; mit einem Worte: daß sich die in gewissen Zeiten durchlaufnen Räume allemal wie die Quadrate dieser Zeiten verhielten. Nur mußten Zeiten und Räume vom Anfange der Bewegung an gerechnet werden, und die Kugel mußte, als sie herabzurollen anfing, keine andre Bewegung haben, auch überhaupt keine andre erhalten, als die ihr eignes Gewicht in ihr erzeugte. Da Galilei diese Versuche sehr oft wiederholte und den Neigungswinkel seiner Rinnen, ungeachtet er immer klein blieb, auf verschiedne Art veränderte, so überzeugte ihn der immer gleiche Erfolg seiner Versuche um desto mehr von der Richtigkeit jenes Verhältnisses zwischen den Räumen und Zeiten, und er setzte es daher durch seine Versuche außer Zweifel, daß der freye Fall im luftleeren Raume gleichförmig beschleunigt sey, weil bey keiner andern Bewegung, als der gleichförmig beschleunigten, sich die durchlaufnen Räume, wie die Quadrate der Zeiten verhalten, wenn man die Bewegung von ihrem ersten Anfange an rechnet.

Nachdem in den folgenden Zeiten Huygens die Theorie der Pendel zur Vollkommenheit gebracht hatte, fand man durch besondre Versuche, daß in unsern Gegenden ein Körper im leeren Raume in einer Sekunde etwa durch 15 Pariser Fuß und 1 Linie fällt. Nehmen Sie indessen wegen der leichtern Rechnung bloß 15 Fuß; und Sie sehen leicht, daß er in 2 Sekunden durch 4 . 15 oder 60, in 3 Sekunden durch 9 . 15 oder 135, in 4 Sekunden durch 16 . 15 oder 240 Fuß u. s. w. fallen muß. Ferner folgt hieraus, wenn er in der ersten Sekunde seines Falles durch 15 Fuß geht, daß er in der zweyten

Sekunde desselben 3 . 15 oder 45, in der dritten Sekunde 5 . 15 oder 75, in der vierten Sekunde 7 . 15 oder 105 Fuß u. s. w. durchläuft; mit einem Worte: die Höhen, durch welche ein Körper nach und nach in den einzelnen auf einander folgenden Sekunden fällt, müssen sich, wie die ungeraden Zahlen nach ihrer Ordnung: 1, 3, 5, 7, 9 u. s. w. verhalten, weil diese, wenn man sie nach und nach addirt: 1, 1 + 3, 1 + 3 + 5, 1 + 3 + 5 + 7 u. s. w. die Quadrate der ganzen Zahlen in ihrer natürlichen Ordnung geben *).

Da man die Geschwindigkeit der gleichförmig beschleunigten Bewegung erhält, wenn man den von ihrem Anfange an durchlaufnen doppelten Raum mit der Zeit theilt, so ist die Geschwindigkeit des freyen Falles am Ende der ersten Sekunde $= 2 . 15$ oder 30 Fuß; am Ende der zweyten Sekunde $= \frac{2 . 60}{2}$ oder 60 Fuß; am Ende der dritten Sek. $= \frac{2 . 135}{3}$ oder 90 Fuß; am Ende der vierten Sek. $= \frac{2 . 240}{4}$ oder 120 Fuß u. s. w. Sie sehen also, daß die Geschwindigkeiten 30, 60, 90, 120 u. s. w. wie die Zeiten 1, 2, 3, 4 u. s. w. zunehmen, weil der Fall gleichförmig beschleunigt wird, und daß sie überhaupt sehr ansehnlich sind, da ein Körper schon in 5 Sekunden eine solche Geschwindigkeit erlangt, daß er in einer Sekunde durch 150 Fuß gleichförmig fortlaufen kann.

In derselben Zeit da ein schwerer Körper frey durch DE (Fig. 46) fällt, geht derselbe auf der

*) Man sehe den vier und zwanzigsten Brief.

geneigten Ebne BA aus D in G. Denn die Kraft auf BA verhält sich zur Kraft der Schwere, wie DG:DE. Gleichförmige Kräfte aber, so wie diese, verhalten sich immer wie die in gleichen Zeiten durch sie erzeugten Bewegungen. Da hier von zwey fortgehenden Bewegungen in einerley Masse die Rede ist, so verhalten sich diese, wie ihre Geschwindigkeiten. Da nun beide Bewegungen, nach DG und DE, gleichförmig beschleunigt sind, so verhalten sich die in gleichen Zeiten erzeugten Geschwindigkeiten, wie die in diesen Zeiten durchlaufnen Räume. Fällt also eine gewisse Masse in einer gewissen Zeit frey durch DE, so muß sie in derselben Zeit auf der Ebne BA durch DG gehn.

Auf eine ähnliche Art wird eine Masse, die Sie in B auf die Ebne BA legen, in derselben Zeit, da sie frey durch BC fallen würde, aus B in H gehn, wenn CH auf BA senkrecht ist. Stellen Sie sich nun einen lothrecht stehenden Kreis vor (Fig. 47) dessen Mittelpunpkt C, der lothrechte Durchmesser aber AB ist, und Sie sehen leicht, daß eine glatte Kugel durch jede Sehne AD, AE, die im obersten Punkte A anfängt, in einer gleichen Zeit herunterrollen muß, in derselben Zeit nämlich, in welcher sie im leeren Raume frey durch AB fällt. Denn ziehn Sie die wagrechte Linie BF, und verlängern Sie AD in F, AE in G, so sind AF und AG geneigte Ebnen von der gemeinschaftlichen Höhe AB. Aus der Geometrie aber weiß man *), daß alle Winkel, wie ADB, AEB, rechte sind, die Sehne mag gezogen seyn, wie man will. Also fällt eine Kugel in derselben Zeit frey durch AB, in der sie durch irgend eine Sehne AD, AE aus A herabrollt.

*) III. Band. Einleit. 81.

In derselben Zeit rollt die Kugel auch durch irgend eine Sehne, die im untersten Punkte B aufhört, wie H B, wenn sie in H aufgelegt wird. Denn es läßt sich alle Mal aus A eine andre Sehne A E ziehn, welche der H B parallel und gleich ist. Beide Sehnen aber müssen nothwendig in gleichen Zeiten durchlaufen werden. Man hat eigne Werkzeuge, hölzerne große lotrecht stehende Scheiben mit beweglichen Linealen, durch welche man zu zeigen pflegt, daß die Zeiten des freyen Falles durch A B, und des Herabrollens in einer Sehne aus A, oder nach B, einander gleich sind.

Nennen Sie die Zeit des freyen Falles durch A B, t, und die Zeit des Herabrollens durch A F, T, so ist $t^2 : T^2 = AD : AF$. Denn die Bewegung auf A F ist gleichförmig beschleunigt, und in der Zeit t wird A D, in T aber A F durchlaufen. Daher verhalten sich die durchlaufnen Räume, wie die Quadrate der Zeiten. Da nun die Dreyecke A D B und A F B einander ähnlich sind, so ist $AD : AB = AB : AF$ also $AD = \frac{AB^2}{AF}$. Folglich wird $t^2 : T^2 = \frac{AB^2}{AF} : AF = AB^2 : AF^2$ und $t : T = AB : AF = \text{Sin. } m : 1$, wenn man den Neigungswinkel bey F, m nennt. Je kleiner also dieser Winkel ist, um desto größer wird T. Die Kugel braucht daher eine längre Zeit um aus A in F, als aus A in G herabzurollen, und überhaupt verhalten sich die Zeiten durch A F und A G, wie A F : A G.

Ein schwerer Punkt geht auf B A in derselben Zeit aus B in H, in welcher er frey durch B C fällt. Daher verhält sich seine Geschwindigkeit in H, zu der in C, wie 2 B H : 2 B C = B H : B C. Nennt

man also die erstre c, die letztre C, so ist c : C = BH : BC. Geht er nun aus H noch weiter herunter bis in A, so verhält sich seine Geschwindigkeit K in A zu c = BA : BC, weil bey gleichförmig beschleunigten Bewegungen die erlangten Geschwindigkeiten im Verhältnisse der Zeiten, diese aber, wie Sie eben gesehen haben, im Verhältnisse von BA : BC sind. Denn die Zeit durch BH ist der Zeit des freyen Falles durch BC gleich. Diese aber verhält sich zur Zeit durch BA, wie BC : BA. Setzen Sie nunmehr die beiden gefundnen Verhältnisse c : C = BH : BC und K : c = BA : BC zusammen, so erhalten Sie K : C = BH. BA : BC. BC. Da nun BH : BC = BC : BA ist, so wird K = C, und der Körper erlangt daher, indem er aus der Ruhe vom obersten Punkte B einer geneigten Ebne bis zum untersten A herabrollt, in diesem dieselbe Geschwindigkeit, die ihm der freye Fall aus der Ruhe durch die Höhe der Ebne BC im leeren Raume gegeben haben würde, oder die Geschwindigkeit, welche der Höhe BC zukommt.

Aber nicht bloß im untersten, sondern auch in jedem andern Punkte einer geneigten Ebne, hat ein Punkt, der durch seine Schwere von der Ebne herabgetrieben wird, die Geschwindigkeit, welche der Höhe seines Falles zukommt. Wenn er z. B. (Fig. 48) aus B nach F herabrollt, und FG ist eine wagrechte Linie, so hat er in dem Punkte F die Geschwindigkeit, welche der Höhe BG, durch die er gefallen ist, zukommt; indem man offenbar BFG als eine besondre geneigte Ebne ansehn kann, die sich völlig eben so verhält, wie ABC (Fig.) 46. Wenn ferner zwey schwere Punkte, der eine (Fig. 47) aus A in G, der andre aus A in F, herabrollen, so wird zwar dieser mehrere Zeit brauchen um seine Ebne zu durch-

laufen, als jener; allein dennoch haben beide, am Ende ihres Laufs, in F und G, einerley Geschwindigkeit, diejenige nämlich, welche der Höhe A B zukommt, durch die sie beide gefallen sind. Eben dasselbe gilt von jeder andern Ebne, die in A anfängt, und bis auf die wagrechte Linie B F reicht. So verschieden also auch die Wege sind, durch welche ein schwerer Körper aus einem gewissen Punkte A, bis zu einer gewissen wagrechten Linie B F, durch sein Gewicht heruntergeht, so ist dennoch seine durch den Fall erlangte Geschwindigkeit immer von gleicher Größe, wenn er in der wagrechten Linie ankommt.

Die Geschwindigkeit aber c, welche zu einer gewissen Höhe a gehört, läßt sich leicht berechnen, wenn a bekannt ist. Denn es falle ein Körper irgendwo im leeren Raume aus der Ruhe in einer Sekunde durch die Höhe g; so ist seine Geschwindigkeit am Ende dieses Falles 2 g. Nun verhalten sich beym freyen Falle die Höhen, wie die Quadrate der Geschwindigkeiten. Also $g : a = 4g^2 : c^2$ und $c^2 = 4ga$, also $c = 2\sqrt{ga}$. (26 Brief 1 Anm.)

Anmerkung.

Wenn die ganze Schwere eines Punkts = 1 ist, so wird der Theil von ihr, welcher dem Punkte auf einer unter dem Winkel m geneigten Ebne zur Bewegung übrig bleibt, = sin. m, weil er sich zur ganzen Schwere, wie sin. m : 1 verhält. Wird aber die Kraft f (26 Brief 1 Anm.) = sin. m, so erhalten wir 2 g t. sin. m = c.

Ist nun s der Raum auf dieser Ebne, so wird s sin. m die dazu gehörige Höhe. Da sich nun die Höhen des freyen Falles g und s sin. m wie die

Quadrate der erworbnen Geschwindigkeiten, $4g^2$ und c^2 verhalten, so wird $c^2 = 4gs.\ \text{sin.}\ m$, also, indem man beide gefundene Gleichungen verbindet, $s = gt^2.\ \text{sin.}\ m$.

Vier und dreyßigster Brief.

Nunmehr können Sie sich leicht von der Bewegung eines Körpers einen deutlichen Begriff machen, welcher fortgeworfen oder fortgestoßen, und hernach seiner eignen Schwere überlassen wird. Von den beiden Bewegungen, die ein solcher Körper zugleich in sich vereinigt, ist die eine, die ihm durch den Wurf oder Stoß mitgetheilet wird, gleichförmig, wenn man den Widerstand der Luft und alle andre Hindernisse, so wie wir hier thun, bey Seite setzt, weil ein Körper die ihm einmal mitgetheilte Bewegung vermöge seiner Trägheit immer unverändert beybehält. Die andre Bewegung aber rührt von der Schwere des Körpers her, und ist unter der vorigen Voraussetzung, wenn der Körper ganz frey oder auf einer geneigten Ebne ohne alle Reibung ist, gleichförmig beschleunigt, weil die Kraft der Schwere eine absolute Kraft ist, die immer gleich groß bleibet, der Körper mag sich bewegen, oder ruhen.

Wird der Körper nach einer lothrechten Richtung gerade nach unten geworfen oder gestoßen, so gehört die Geschwindigkeit c, die er durch den Wurf oder Stoß erhält, zu einer gewissen Höhe a, und der Körper fällt also, nachdem er diese Geschwindigkeit erhalten hat, nachher eben so, als wenn er aus der

Ruhe von der Höhe a gefallen wäre, indem es in Ansehung der folgenden Bewegung ganz gleichgültig ist, ob er die Geschwindigkeit c durch einen Fall oder einen Stoß erhalten hat. Eben so verhält sich die Sache, wenn der Körper in F (Fig. 48) auf einer geneigten Ebne ohne Reibung liegt, und durch einen Stoß nach der Richtung F A eine Geschwindigkeit erhält, welche der Höhe F E = B G zukommt. Denn er bewegt sich hernach von F nach A vollkommen eben so, als wenn er aus B, ohne allen Stoß, bloß durch seine Schwere herabgestiegen wäre. Seine Bewegung ist also gleichförmig beschleunigt, nur daß man ihren Anfang nicht von F, wo der Körper den Stoß empfing, sondern von B, rechnen muß.

Wird aber ein Körper lothrecht nach oben, also seiner Schwere gerade entgegen, geworfen, so müssen Sie die gleichförmig beschleunigte Bewegung, welche die Schwere in ihm, auch wenn er aufsteigt, hervorbringt, von der gleichförmigen Bewegung seines Wurfs abziehn, wenn Sie die Bewegung haben wollen, mit welcher er aufsteigt, weil jede Bewegung, die man aus zweyen einander gerade entgegengesetzten einfachen Bewegungen zusammensetzt, dem Unterschiede der beiden einfachen gleich ist. Da nun die Geschwindigkeit der gleichförmig beschleunigten Bewegung, und zwar im Verhältnisse der Zeit, beständig wächst, so muß die aufsteigende Bewegung des geworfnen Körpers nicht nur immer kleiner und kleiner werden, sondern auch in jeden gleichen Zeittheilen einen gleichen Verlust ihrer Geschwindigkeit leiden. Sie ist also eine gleichförmig verzögerte Bewegung und hört zuletzt gänzlich auf. Denn eine jede Bewegung, die nach und nach immer kleiner wird, nennt man eine verzögerte, und sie setzt alle Mal Kräfte voraus, die ihr entgegenge-

setzt sind. Sie kann aber auch in gleichen Zeiten ungleiche Theile ihrer Geschwindigkeit verlieren, und alsdann wird sie ungleichförmig verzögert.

Ein jeder Körper fällt im leeren Raume in einer gewissen und bestimmten Zeit aus der Ruhe gleich tief und erlangt durch diesen Fall eine gleiche Geschwindigkeit. Daher verlieren auch alle lothrecht in die Höhe geworfne Körper, man mag sie stärker oder schwächer werfen, in einer gewissen Zeit gleich viel an ihrer Geschwindigkeit und Höhe; in der ersten Sekunde z. B. 30 Fuß an der Geschwindigkeit, und 15 Fuß an der Höhe. Hat der Körper durch den Wurf 80 Fuß Geschwindigkeit erhalten, so bleiben ihm nach der ersten Sekunde nur 50 Fuß Geschwindigkeit übrig; hat er 60 erhalten, so behält er nur 30 u. s. w. Wäre der erste in der ersten Sekunde durch 80 Fuß gestiegen, wenn er nicht schwer gewesen wäre, so steigt er wirklich nur durch 65, so wie der zweyte nur durch 45 Fuß, weil beide in dieser Zeit durch 15 Fuß heruntergefallen sind. Steigt ein solcher Körper endlich bis zu der Höhe a auf, der die Geschwindigkeit seines Wurfs zukommt, so kann er weiter gar nicht steigen; denn da er Anfangs die der Höhe a zugehörige Geschwindigkeit nach oben hatte, so würde er in derselben Zeit t, da er aus der Ruhe durch die Höhe a fallen kann, durch 2 a aufgestiegen seyn, wenn er nicht zugleich gefallen wäre. Er ist aber in der Zeit t im Aufsteigen wirklich zugleich durch a gefallen, und hat daher in dieser Zeit nur die Höhe a erreicht. Zugleich hat die Schwere in ihm die dieser Höhe zugehörige Geschwindigkeit erzeugt, die der Geschwindigkeit seines Wurfs gleich ist. Am Ende der Zeit t sind daher in ihm zwey gleiche und gerade entgegengesetzte Bewegungen vereinigt. Sein Aufsteigen hört folglich auf; da aber

die Schwere immer in ihn zu wirken fortfährt, so fängt er sogleich an aus der Ruhe in derselben lothrechten Linie herabzufallen, in welcher er aufgestiegen war; und da er durch dieselbe Höhe a in derselben Zeit fällt, in welcher er durch sie stieg, so erlangt er auch zuletzt in dem Punkte, aus welchem er geworfen worden war, dieselbe Geschwindigkeit wieder, die er im Anfange seiner Bewegung daselbst nach der entgegengesetzten Richtung durch den Wurf erhalten hatte.

Die gleichförmig verzögerte Bewegung verwandelt sich also in eine gleichförmig beschleunigte, wenn man von dem Punkte an, da sie aufhört, die Zeiten rückwärts rechnet. Denn der Unterschied der Geschwindigkeiten in jeden zweyen gleich weit von einander entfernten Zeitpunkten ist bey ihr überall einerley, und eben so groß, wie bey dem gleichförmig beschleunigten freyen Falle. Die Bewegung des Aufsteigens ist daher mit der Bewegung des Zurückfallens völlig einerley, wenn man die Zeiten von dem Augenblicke zu rechnen anfängt, da das Aufsteigen aufhört. Eine Sekunde vor und eine Sekunde nach diesem Zeitpunkte, und überhaupt in jeden zweyen gleich weit von ihm entfernten Zeitpunkten hat der Körper gleiche Geschwindigkeiten, und ist gleich weit von dem höchsten Punkte entfernt, den er beym Aufsteigen erreicht. Man kann aber die ganze Zeit seines Aufsteigens leicht finden, und daher seine ganze Bewegung berechnen, wenn man nur die Geschwindigkeit c weiß, mit welcher er in die Höhe geworfen wird. Denn jene Zeit ist ebendieselbe, in welcher ein schwerer Körper im leeren Raume durch die Höhe a aus der Ruhe fällt, der die Geschwindigkeit c zugehört. [1]

Eben so ist die Bewegung eines Körpers gleichförmig verzögert, der nach der Richtung AB (Fig. 48)

mit einer gewissen Gewalt auf der geneigten Ebne AB aus A in die Höhe gestoßen wird. Gehört die Geschwindigkeit, welche er durch den Stoß erhält, zu der Höhe BC, so steigt der Körper in derselben Zeit T, in welcher er durch seine Schwere aus B nach A gehn würde, aus A nach B. Denn er würde in der Zeit T mit der ihm mitgetheilten Bewegung durch einen Raum, der = 2 AB ist gehn, wenn er nicht zugleich fiele. Da er aber zugleich, indem er aufsteigt, in der Zeit T, auf der Ebne durch einen Raum fällt, der = AB ist, so kommt er in dieser Zeit nur aus A bis B, und geht aus diesem Punkte gleich wieder mit gleichförmig beschleunigter Bewegung, in einer gleichen Zeit T, zurück nach A. Kurz, seine Bewegung ist, wie Sie leicht sehn, der eines lothrecht in die Höhe geworfnen schweren Köpers in allen Absichten ähnlich, und er hat, so wohl bey seinem Aufsteigen, als auch beym Heruntergehn, in jedem Punkte der Ebne F die Geschwindigkeit, welche der Höhe EF oder BG zukommt. [2]

Wird aber ein schwerer Körper nicht in einer lothrechten, sondern in einer andern Richtung fortgeworfen oder gestoßen, so beschreibt er im leeren Raume eine Parabel, wie Galilei zuerst gezeigt hat. Wenn die Richtung des Wurfs wagrecht ist, oder nach unten geht, so habe ich Ihnen bereits erwiesen, daß aus der Verbindung der gleichförmigen Bewegung des Wurfs und der gleichförmig beschleunigten des Falles eine Parabel entsteht; *) allein dasselbe findet Statt, auch wenn der Körper schief nach oben geworfen wird, und also Anfangs aufsteigt. [3] Es weichet aber die Bahn des Schwerpunkts eines schief geworfnen schweren Körpers in der Luft um desto mehr von einer Parabel ab, je eigenthümlich leichter der Körper ist, und

*) Man sehe den fünf und zwanzigsten Brief.

je schneller er sich bewegt, weil ihm in beiden Fällen die Luft um desto stärker widersteht. Ein feiner Wasserstrahl z. B. der schief aus einer kleinen Oeffnung hervorspritzt, beschreibt fast vollkommen eine Parabel, weil seine Schnelligkeit nur sehr mässig ist, und er auch nicht weit in der Luft fortgeht. Der Weg des Mittelpunkts einer Bombe dagegen, die aus einem Mörser geschossen wird, entfernt sich schon viel merklicher von einer Parabel, weil die Bombe sich viel schneller bewegt, als das Wasser, und viel weiter in der Luft fortgeht. Und eine fortgeschoßne Kanonenkugel hat eine Bahn, die noch viel weniger paraboliſch ist, als die einer Bombe, weil sie gewöhnlich drey bis vier Mal schneller fortläuft, als diese.

Dennoch ist die Linie, nach welcher eine abgeschoßne Kugel oder ein schief geworfner oder fortgestoßner Körper durch die Luft geht, allemal gekrümmt, aber um desto weniger, je schneller die dem Körper von außen mitgetheilte Bewegung ist. Denn in desto kürzerer Zeit erreicht er das Ziel, nach welchem er geschossen oder geworfen wird, um desto weniger tief fällt er also indessen, um desto weniger entfernt er sich von der Richtungslinie seines Wurfs; weil er immer in gleicher Zeit gleich tief fällt, nämlich in einer Sekunde durch 15,1 Pariser Fuß, er mag langsam oder geschwinde fortgeworfen werden. Daher scheint eine Flintenkugel ganz gerade fortzugehen, ungeachtet ihre Bahn sich allemal etwas krümmt, weil sie so sehr schnell fortläuft, wenn sie aus der Flinte geschossen wird. Daß aber eine solche Kugel dennoch oft den Punkt erreicht, nach welchem man zielt, kommt bloß daher, daß jeder Flintenlauf AB (Fig. 82) hinten bey A etwas dicker ist, als vorn an seiner Mündung bey B. Denn so fällt die gerade Linie ABE, nach welcher man mit dem Auge hinsieht,

in einiger Entfernung unter die Axe des Laufs CD, nach deren Richtung die Kugel aus der Flinte fährt. Die Kugel erreicht also den Punkt E, nach welchem man zielt, bloß dadurch, daß sie sich im Fortgehn senkt, daß sie in der kurzen Zeit, in welcher sie das Ziel erreicht, durch die Höhe DE fällt, und daß sich also ihre Bahn krümmt.

Die Bahn einer Bombe ist viel stärker gekrümmt, als die einer Flintenkugel. Daher wirft man sie auch nicht horizontal, sondern schief in die Höhe, aus dem Mörser. Sie erhebt sich alsdann aus dem Punkte A (Fig. 83) Anfangs immer höher, und senkt sich nachher wieder, bis sie zuletzt die durch A gehende wagrechte Linie AC in irgend einem Punkte B oder C erreicht. Die Entfernung AB oder AC, in welcher sie von A auf die wagrechte Linie AC niederfällt, heißt ihre Wurfweite, und der Winkel GAB oder HAB, den die Axe des Mörsers, nach deren Richtung die Bombe aus dem Mörser fährt, mit der wagrechten Linie AC macht, wird der Erhebungswinkel genannt. So ist GAC der Erhebungswinkel für die Bahn AEB und für die Wurfweite AB, weil AG die Bahn in A berührt, und also die Bombe nach der Richtung AG aus dem Mörser fährt, so daß die Axe des Mörsers in diese Linie fallen muß, wenn man den Mörser abfeuert.

Bewegten sich die Bomben im leeren Raume, so wären die Wege ihrer Schwerpunkte AEB, ADC, AFB u. s. w. Parabeln. Alsdann würden die Wurfweiten, bey gleichen Ladungen von Pulver, also auch bey gleichen Wurfsgeschwindigkeiten, sich wie die Sinus der doppelten Erhebungswinkel verhalten müssen.[4] Also würde unter dem Erhebungswinkel von 45 Graden die Wurfweite AC allemal am größten seyn, weil alsdann der doppelte Erhebungswinkel,

nämlich der von 90 Graden, den größten möglichen Sinus haben möchte. Wäre der Erhebungswinkel kleiner oder größer, als 45°, wie GAB, HAB, so würde in beiden Fällen die Wurfweite AB kleiner seyn, als AC; ja sie müßte in beiden Fällen von gleicher Größe seyn, wenn beide Winkel gleich viel von 45 Graden verschieden wären. Hielte z. B. HAB 30 und GAB 60 Grade, so wäre in beiden Fällen die Wurfweite gleich groß, weil der Sinus von 2 . 30 oder 60 Graden, eben so groß ist, als der von 2 . 60 oder 120 Graden.

Anmerkungen.

1. Es werde ein Körper mit der Geschwindigkeit c gerade in die Höhe geworfen; will man nun wissen, auf welche Höhe b er in t Sekunden steigen wird, so suche man zuerst, wie tief ein Körper in der Zeit t frey fällt. Da diese Höhe zu g, der Höhe für eine Sekunde, sich wie das Quadrat von der Zeit t zu 1 verhält, so ist sie $= gt.^2$ Man ziehe sie vom Raume ct, den der geworfne Körper in t Sekunden gleichförmig durchlaufen würde, ab, so bleibt $b = et - gt.^2$ Wäre z. B. die Geschwindigkeit c von 80 Fuß und $t = 2''$, so würde $b = 160 - 60 = 100$ seyn, weil ich $g = 15'$ setze. Der geworfne Körper würde also in $2''$ an 100 Fuß hoch steigen.

Will man wissen in welcher Zeit ein solcher Körper auf eine gegebne Höhe b steigen wird, so hat man $b = et - gt^2$ oder $t^2 - \frac{c}{g}t + \frac{b}{g} = o$

und daraus $t = \frac{c}{2g} \pm \sqrt{\left(\frac{c^2}{4g^2} - \frac{b}{g}\right)}$. Braucht man hier das Zeichen +, so erhält man die Zeit, in

welcher beym Wiederherabfallen; braucht man —, so hat man die Zeit, in welcher beym Aufsteigen der Körper die Höhe b erreicht. Wäre z. B. wie vorher $c = 80$ $b = 100$, so würde $t = \frac{8}{3} \pm \sqrt{(\frac{64}{9} - \frac{20}{3})} = \frac{8}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{8}{3} \pm \frac{2}{3}$ seyn. Also erreicht der Körper die Höhe $b = 100$, beym Aufsteigen in $\frac{6}{3}$ oder 2, und beym Herabfallen, nach $\frac{10}{3}$ Sekunden. Zwischen diesen beiden Zeiten liegt die Zeit mitten inne, da er seine größte Höhe erreicht. Sie ist also von $\frac{8}{3}$ Sekunden, welches man auch daher sieht, daß alsdann $ct = 2gt^2$, oder der zur Geschwindigkeit c gehörige gleichförmig beschriebne Raum der doppelten Höhe des Falles gleich ist. Denn so wird überhaupt $\frac{c}{2g} = t$, in unserm Falle $= \frac{8}{3}$.

2. Bey der Bewegung auf einer unter dem Winkel m geneigten Ebne bleibt alles völlig so, wie vorher; nur ist $b = ct - gt^2 \sin. m.$ (Anmerk. 32 Brief.) Man kann also Raum und Zeit, so wie vorher, finden. Der Körper erreicht seine größte Höhe in der Zeit $t = \frac{c}{2g. \sin. m.}$

3. Es werde ein schwerer Punkt (Fig. 144) nach der schiefen Richtung FK in die Höhe geworfen, FH sey die wagrechte Linie, die der Punkt, wenn er wieder herunterfällt in H trifft, KH aber sey eine lothrechte Linie. Theilt man nun die Wurfweite in E in zwey gleiche Theile und zieht IE lothrecht, so ist $IE = \frac{1}{2}$ KH. Es sey $KH = a$ und die Bahn des Punkts gehe in D durch IE, so kann man die Bewegung des Punkts so ansehn, als wenn er gleichförmig nach der Richtung FK fortgegangen und zugleich immer in

einer lothrechten Linie gefallen wäre. Da nun $FI = IK$ ist, so war der Punkt, wenn er in der Zeit T aus F nach H kam, am Ende der Zeit $\frac{1}{2}$ T in der Linie IE, und in ihr indessen durch ID gefallen, da die Höhe seines ganzen Falls, in der Zeit T, KH ist. Also verhalten sich die Höhen ID und KH, wie die Quadrate der Zeiten, oder wie $1 : 4$ und ID ist $= \frac{1}{4}$ KH. Also ist auch $DE = \frac{1}{4}$ KH $=$ ID, weil IE oder $ID + DE = \frac{1}{2}$ a ist. Gesetzt t ist irgend ein Theil der ganzen Zeit T vom Anfange der Bewegung an gerechtet, und der Punkt sey am Ende dieser Zeit in der lothrechten Linie GA gewesen und in ihr bis B gefallen; so ist GB zu ID, oder $GB : \frac{1}{4}a = GA^2 : IE^2 = GA^2 : \frac{1}{4}a^2$, also $GA^2 = a.GB = a\,GA - a.BA$ also $a.BA = a.GA - GA^2 = (a - GA)$ GA, weil GA und IE sich wie FG und FI, also wie die Zeiten des Falles durch GB und ID verhalten. Man ziehe BC mit FH parallel, nenne DC, x, BC, y und den Winkel KFH, m; so ist $GA = FA.$ tang. m und $\frac{1}{2}a = FE.$ tang. m, also $FE = \frac{a}{2 \text{ tang. m}}$. Es wird also

$$GA = \left(\frac{a}{2 \text{ tang. m}} - y\right) \text{tang. m} = \frac{1}{2}a - y \text{ tang. m}$$

und daher $a.BA = (a - GA)$ $GA = (\frac{1}{2}a + y.\text{tang. m})(\frac{1}{2}a - y \text{ tang. m}) = \frac{1}{4}a^2 - y^2\,(\text{tang. m}^2)$. Da nun BA $=$ DE $-$ DC $= \frac{1}{4}a - x$ ist, so erhält man zuletzt $\frac{1}{4}a^2 - ax = \frac{1}{4}a^2 - y^2$. $(\text{tang. m})^2$, also $y^2 = \frac{a}{(\text{tang. m})}\,2$, woraus offenbar erhellet, daß die Bahn des Punkts FBDH

eine

eine Parabel, und $\frac{a}{(\text{tang. } m)^2}$ der Parameter ihrer Axe ist. (III Einleit. 224)

4. Aus der vorgehenden Anmerkung erhellet, wenn der schwere Punkt mit der Geschwindigkeit c nach FK geworfen wird, daß $FK = cT$, und $g : KH = 1 : T^2$ also $KH = gT^2$ ist. Nun ist aber $FK : KH = 1 : \text{sin. } m$. Daher wird $T = \frac{c \cdot \text{sin. } m,}{g}$ und man kann also die Zeit, in welcher der Punkt aus F bis H kommt, durch c und m leicht bestimmen. Die Wurfweite FH ist $= cT \cdot \text{cos. } m = \frac{c^2 \cdot \text{sin. } m \cdot \text{cos. } m}{g} = \frac{c^2 \cdot \text{sin. } 2m}{2g}$ Die Wurfgeschwindigkeiten sind aber keinesweges im Verhältnisse der Pulvermassen, die man zur Ladung braucht, ausser bey kleinen Ladungen. Denn bey großen Ladungen richtet mehr Pulver noch Verhältniß weniger aus, und die Wurfweiten, welche bey einer gleichen Neigung sich wie die Quadrate der Pulvermassen verhalten sollten, wachsen nur ungefähr wie die Massen selbst.

Fünf und dreyßigster Brief.

Die Theorie der schief geworfnen Körper, bey welcher man auf den Widerstand der Luft gar nicht sieht, nennt man die paraboliſche. Ich habe in meinem letztern Schreiben von ihr geredet, und zugleich bemerkt, daß mehrentheils die Bahnen der geworfnen Körper in der Luft sehr stark von Parabeln ab-

weichen; indessen hat dennoch in Ansehung der Bomben die Erfahrung gelehrt, daß sich ihre Wurfweiten, bey gehörigen und gleichen Ladungen, von 45 bis fast 75 Graden Erhebung, ziemlich genau wie die Sinus der doppelten Erhebungswinkel verhalten. Bey kleinern Winkeln pflegen sie merklich größer zu seyn, als sie nach diesem Verhältnisse seyn sollten. Die Ursache hiervon liegt wahrscheinlich darin, daß die Schwächung der Bewegung der Bomben durch die Luft um desto größer wird, je länger sie sich in der Luft verweilen, und daß die Zeit der Verweilung in Verhältnisse des Sinus des Erhebungswinkels wächst. Denn da die größern Sinus der Winkel über 45 Grade, nach Verhältniß der Winkel, viel weniger unter sich verschieden sind, als die Sinus der kleinern Winkel unter 45 Graden, so macht auch der Widerstand der Luft, wie es scheint, bey großen Erhebungswinkeln keinen so großen Unterschied in den Wurfweiten, als bey kleinen.

Wenn man daher aus einem Mörser mit einer gewissen Ladung, unter dem Erhebungswinkel von 45 Graden, einige Probeschüsse thut, die Wurfweiten mißt, und aus ihnen, da sie allemal etwas verschieden zu seyn pflegen, ein Mittel nimmt, so kann man aus diesem Mittel die mittlere Wurfweite für jeden andren größern Erhebungswinkel bis zu 75 Graden ziemlich genau berechnen. Und diese leichte Berechnung ist in der Ausübung hinlänglich, da die Mörser gewöhnlich so eingerichtet sind, daß sie sich nicht unter 45 und nicht über 75 Grade neigen lassen. Es wird aber bey dergleichen Berechnungen allemal vorausgesetzt, daß die anfängliche Geschwindigkeit, welche die Bombe vom Pulver erhält, bey allen verschiednen Neigungen des Mörsers, immer einerley bleibt, so lange die Pulverladung gleich stark

ist. Ohne diese wesentliche Bedingung ist gar keine Art von Berechnung möglich. Daher muß man erstlich bey allen verschiednen Neigungen einerley Art von Pulver gebrauchen. Denn eine Art ist oft viel stärker, wie die andre; eine trägt, in gleicher Menge und unter gleichen Umständen gebraucht, oft viel weiter, als die andre. Zweytens muß das Pulver nicht los im Mörser liegen, sondern fest gepackt werden und die ganze Pulverkammer füllen. Auf diesen Umstand kommt mehr an, als man glauben sollte. In Wien z. B. fand man 1784 bey einem dreyßigpfündigen Mörser, unter einem Erhebungswinkel von 60 Graden, mit einer Ladung von 24 Lothen los eingeschütteten Pulvers, die Wurfweite nur von 44 Klaftern; aber bey demselben Mörser, Pulver und Erhebungswinkel war die Wurfweite von 145 Klaftern, als man mit Patronen, obgleich nur mit 22 Lothen Pulvers, lud. Diese Unregelmäßigkeiten in den Wurfweiten werden um desto kleiner, je kleiner der Spielraum in den Mörsern ist, je stärker die Ladungen sind, und je besser man das Pulver zusammenpackt.

Bey der gewöhnlichen Art die Mörser zu laden findet man mehrentheils, daß gleiche Ladungen von gleichem Pulver, bey großen Erhebungswinkeln, größre anfängliche Geschwindigkeiten geben, als bey kleinen; daß bey 50, ja zuweilen gar bey 60 Graden, die Schußweite oft noch etwas größer ist, als bey 45 Graden, da doch, wegen des Widerstandes der Luft, wenn gleiche Ladungen immer gleich stark wirkten, der Winkel der größten Schußweite kleiner, als von 45 Graden, seyn sollte; endlich daß die Wurfweite bey 45 Graden oft kleiner ist, als die bey 75 Graden doppelt genommen, da sie doch, wegen des Widerstandes der Luft, allemal größer seyn sollte.

Unter diesen Umständen scheinen die mühsamen Berechnungen der wahren Linie, die eine geworfne Bombe in der Luft beschreibt, in der Ausübung sehr wenigen Nutzen zu haben, besonders da selbst mit der größten Sorgfalt, die man auf die Ladung der Mörser verwendet, und unter den vortheilhaftesten Umständen, bey gleichen Ladungen und gleichen Winkeln, doch immer noch ein beträchtlicher Unterschied in den Wurfweiten übrig bleibt, der oft, besonders bey kleinen Winkeln, auf $\frac{1}{6}$ des Ganzen steigt. Sogar weicht zuweilen die Bombe aus der lothrechten Ebne, in welcher sie eigentlich immer bleiben sollte, bis um $\frac{1}{10}$ der Wurfweite ab, weil sie an die Wände des Mörsers anprellt, indem sie herausfährt.

Wenn ein Mörser eine größere Neigung hat, als von 75 Graden, so werden die Schüsse höchst unsicher; die Bombe steigt zu hoch auf, verliert oben fast alle Bewegung, und weichet mehrentheils selbst aus der lothrechten Richtungsebne sehr weit ab. Möchte sie, auch wenn sie lothrecht in die Höhe geschossen würde, gar nicht abweichen, so müßte sie alsdann wieder in den Mörser zurückfallen. Aber auch in diesem Falle würde sie für einen Zuschauer, der außer der Erde einen festen Standpunkt hätte, wegen der Bewegung der Erde, eine krumme Linie beschreiben, ungeachtet sie uns völlig gerade aufzusteigen und niederzufallen scheinen würde. Man kann dieses durch einen artigen Versuch sinnlich machen. Mitten auf einer kleinen Tafel befestigt man eine Art von hölzernem Mörser, der aus einer an beiden Enden offnen Röhre besteht. Unten ist diese Röhre mit einem Pfropfen verstopft, auf welchem eine Kugel liegt. Unter dem Pfropfen ist ein Hammer mit einer Feder angebracht, und so

eingerichtet, daß er, wenn man die Röhre lothrecht stellt, die Tafel auf zwey parallele wagrecht gespannte Saiten legt, und sie auf diesen immer gleichförmig fortzieht, an einer gewissen Stelle jener Saiten, sobald die Tafel mit der Röhre dahin kommt, dem Pfropfen einen Weg giebt, durch den die Kugel lothrecht aus der Röhre in die Höhe getrieben wird. Indessen geht die Tafel mit der Röhre gleichförmig immer weiter, und nach einiger Zeit fällt die Kugel wieder in die lothrechte Röhre zurück, ungeachtet man deutlich sieht, daß sie eine krumme und parabolische Linie beschreibt. Sie hat nämlich, indem sie aus der Röhre fährt, die wagrechte Bewegung der Röhre, so wie z. B. ein Apfel, den jemand, der im Wagen fährt, aus dem Wagen wirft. Wenn er ihn gerade zu nach einem Menschen wirft, bey welchem er schnell vorbeyfährt, so wird der Apfel den Menschen nicht treffen, sondern bey ihm vorbeygehn.

Die Bewegung schief geworfner schwerer Körper gehört zu den krummlinichten Bewegungen. Sie sehen aus dem Beyspiele solcher Körper, daß ein Punkt allemal eine krumme Linie beschreibt, wenn er durch einen Wurf oder Stoß oder auf andre Art eine gewisse Wurfbewegung (motum projectionis) erhalten hat, die er, wegen seiner Trägheit, ganz unverändert fortzusetzen sucht, und zugleich irgend eine äußere Ursache ihn immer und in eines fort von seiner Richtung abtreibt und entfernt. Denn da seine Bahn in eines fort gekrümmt ist, so muß auch eine Ursache in eines fort in ihn wirken. Uebrigens kann ihre Kraft gleichförmig oder auch ungleichförmig seyn; und die Richtung derselben kann sich entweder, so wie bey den geworfnen schweren Körpern die Rich-

tung der Schwere, immer parallel bleiben, oder auch immer ändern. Im letztern Falle geht sie zuweilen immerfort nach einem gewissen Punkte, den man den Mittelpunkt der Kräfte (centrum virium) nennt. Die Kraft selbst heißt alsdann eine Zentralkraft, und da dergleichen Kräfte bey den Bewegungen der himmlischen Körper Statt finden, so verdienen sie eine genauere Untersuchung.

Es sey AD (Fig. 30) ein Bogen irgend einer krummen Linie. Ziehn Sie an seinen beiden Endpunkten die Berührungslinien AF, DF, und auf diese senkrecht AC, DC. Verlängern Sie ferner CD und AF bis sie in B zusammenstoßen, und ziehn Sie AE senkrecht auf CB, und mit FD parallel; so ist CE : AE = AE : EB *). Ist also der Bogen AD unendlich klein gegen CE oder CA, so wird auch AE unendlich klein; aber EB ist alsdann ein unendlich Kleines der zweyten Ordnung, weil es, selbst in Ansehung der AE, unendlich klein wird. Also fallen alsdann die Punkte B und D, in Ansehung des Bogens AD, zusammen, und man kann diesen als einen Theil der Berührungslinie AB ansehn.

Ein Punkt, der die krumme Bahn durchläuft, von der AD ein Bogen ist, hat daher, indem er in A ankommt, die Richtung AB, und fängt daselbst an nach ihr zu gehn. Er würde auch wirklich nach ihr gleichförmg fortfahren sich zu bewegen, wenn die äußere Ursache, welche seine Bahn krümmt, nicht beständig in ihn wirkte. Diese treibt ihn, während des unendlich kleinen Augenblicks, da er durch AD geht, allmählich aus B

*) III. Band Einleit. 83.

nach D, also durch einen Raum, der unendlich kleiner, als AD, ist. Folglich ist auch die von jener Ursache, während dieses Augenblickes, erzeugte Bewegung unendlich kleiner, als die, welche der bewegte Punkt in A, nach der Richtung AB, schon hat. Ueberhaupt ist jede mit einer endlichen Kraft in einer unendlich kleinen Zeit erzeugte Bewegung unendlich klein.

Sie können sich auch noch auf eine andre Art überzeugen, daß ein jeder Punkt, der eine krumme Linie beschreibt, in jedem Orte seiner Bahn eine Richtung hat, welche daselbst die Bahn berührt. Stellen Sie sich eine steife krumme Linie ACE (Fig. 31) und eine andre vollkommen biegsame, aber gespannte, deren Ende in A befestigt ist, vor. Nehmen Sie an, daß auf dieser ein Punkt, aus A, gleichförmig fortgeht, daß aber die gespannte Linie allmählich so gegen die steife, durch BD, bewegt wird, und sich also an diese nach und nach so anlegt, daß der bewegte Punkt immer auf der letztern da bleibt, wo diese sich von der erstern, wie in C, abzusondern anfängt; so sehen Sie leicht, daß der Punkt wirklich die krumme Bahn ACE durchlaufen und seine Richtung bloß deßwegen beständig ändern muß, weil der gespannte Faden von B nach D bewegt wird. Hören Sie also irgendwo, indem der Faden z. B. schon bis C an der steifen Linie anliegt, mit dieser Bewegung auf, so wird der Punkt mit ganz unveränderter Bewegung auf seinem Faden fortgehn. Da aber dieser in CD gespannt ist, so wird er die steife krumme Linie in C berühren. Also hat der Punkt, welcher die krumme Bahn ACE durchläuft an jedem Orte derselben C die Richtung der zu diesem Orte gehörigen Berührungslinie CD.

Ein Punkt, der sich auf einer steifen krummen Linie bewegt, verliert dadurch, daß er seine Richtung beständig ändern muß, nichts von seiner Geschwindigkeit. Stellen Sie sich zuerst zwey an einander gefügte Ebnen AB und BD vor (Fig. 50), und nehmen Sie zugleich an, indem Sie AB in C verlängern, daß der Winkel DBC unendlich klein sey. Es werde die Bewegung des Punkts in B, am Ende der Ebne AB, weil sie nach der Richtung ABC geht, durch die Linie BC ausgedrückt. Ziehn Sie BG senkrecht auf BD, und beschreiben Sie das Parallelogramm BGCD; so ist die Bewegung des Punkts BC in die zwey Bewegungen BG und BD aufgelöst. Jene wird, da sie auf die Ebne BD senkrecht ist, durch ihren Widerstand gänzlich vernichtet, diese aber, als mit BD parallel, leidet nicht die geringste Veränderung. Wenn Sie aber die auf BC senkrechte Linie CE mit der verlängerten BD zusammenziehn, so ist auch hier $BD : DC = DC : DE$ und daher DE ein unendlich Kleines der zweyten Ordnung, wenn die Bewegung DC oder BG unendlich klein ist, wie sie es hier, wegen des unendlich kleinen Winkels DBC, seyn muß. Nun ist BE größer, als BC, und daher $BC - BD$ kleiner, als DE. Also ist der Verlust, den die Bewegung des Punkts durch die Veränderung ihrer Richtung in B leidet, ein unendlich Kleines der zweyten Ordnung.

Es läßt sich aber jede krumme Linie, als ein Vieleck von unendlich kleinen Seiten ansehn, die, so wie AB und BD, unter Winkeln, die nur unendlich wenig von 180 Graden abweichen, an einander gefügt sind. Wenn also ein Punkt auf einer krummen steifen Linie fortläuft, so verliert er am Ende einer jeden unendlich kleinen Seite ein unendlich klei-

nes Theilchen der zweyten Ordnung von seiner Geschwindigkeit durch die Veränderung seiner Richtung. Ungeachtet nun dieser Verlust unendliche Mal wiederhohlt wird, indem der Punkt die krumme Linie durchläuft, so verwandelt er sich dennoch nur in ein unendlich Kleines der ersten Ordnung. Die Geschwindigkeit des Punkts wird also durch die beständige Veränderung seiner Richtung immer nur unendlich wenig, das heißt: gar nicht, geschwächt, er mag seine Bahn so oft durchlaufen, als man will.

Sechs und dreyßigster Brief.

Die einfachste krummlinichte Bewegung durch Zentralkräfte ist die in einem Kreise. Stellen Sie sich eine steife Linie in dem Umfang eines Kreises AFGA gebogen vor, und nehmen Sie an, daß auf der hohlen Seite dieser Krümmung in A ein beweglicher Punkt liegt, in welchem eine gewisse Masse m ohne alle Schwere vereinigt ist, und der sich, nachdem er in A nach der Richtung der Tangente AB eine gewisse Bewegung erhalten hat, nachher ohne alle Reibung, ohne allen Widerstand, und ohne den Einfluß irgend einer besondern Kraft, auf der gekrümmten Linie fortbewegt; so sehen Sie leicht aus dem, was ich in meinem letztern Schreiben gesagt habe, daß die Bewegung dieses Punkts, obgleich sie ihre Richtung beständig ändert, dennoch immerfort gleichförmig seyn wird. Die Aenderung aber seiner Richtung wird durch den Widerstand der steifen Linie bewirkt, dessen Richtung allenthalben auf den Umkreis

AFGA senkrecht, also nach dessen Mittelpunkte C gerichtet ist. Die Kraft also, mit welcher die steife Linie in den bewegten Punkt wirkt, ist eine Zentralkraft, und da jede Wirkung mit einer gleichen und entgegengesetzten Gegenwirkung nothwendig verbunden ist, so drückt dagegen der Punkt allenthalben die Linie senkrecht, nicht wegen seiner Schwere, weil er keine hat, sondern bloß weil er sich bewegt. Beide Kräfte des Widerstandes und des Drucks sind einander allenthalben entgegengesetzt und gleich.

Stellen Sie sich nunmehr vor, daß derselbe Punkt durch einen im Punkte C befestigten, übrigens einer geometrischen Linie ähnlichen, Faden mit C verbunden, die gebogne steife Linie aber weggenommen wird, und Sie begreifen leicht, wenn er in A nach der Richtung der Berührungslinie AB einen Stoß erhält, daß er noch immer sich völlig eben so bewegen muß, als vorher. Denn der Faden wirkt nunmehr vollkommen so auf ihn, wie vorher die steife Linie wirkte, allenthalben nämlich mit einer gegen C gerichteten Kraft. Dagegen zieht und spannt die bewegte Masse den Faden mit einer gleichen und entgegengesetzten Kraft, mit welcher sie vorher die steife krumme Linie drückte. Sie muß also auch, so wie auf der krummen steifen Linie, mit der einmal erhaltnen Bewegung immer gleichförmig in einem Kreise um C, als den Mittelpunkt ihrer Kräfte und Bahn, herumlaufen.

Um sich von dieser Art der Bewegung ein sinnliches Bild zu machen, binden Sie das eine Ende eines feinen aber festen Fadens an eine glatte, kleine, metallne Kugel, legen diese auf einen glatten völlig wagrechten Tisch, befestigen auf ihm das andre Ende des Fadens, und stoßen sodann die Kugel seitwärts fort. Sie wird sich Anfangs von dem festen Ende

des Fadens etwas entfernen und den Faden spannen, wenn sie ihn aber nicht weiter ausdehnen kann, so wird sie anfangen in einem Kreise um den festen Punkt des Fadens zu laufen. Jedoch ist ihre Bewegung nicht ganz gleichförmig, weil sie durch die Reibung, ungeachtet der Glätte des Tisches und der Kugel, immer mehr geschwächt wird. Und dennoch muß die Kugel immer auf einer wagrechten Ebne liegen, durch welche ihr Gewicht gleichsam vernichtet wird, weil dieses sonst ihre Bewegung ungemein verändern würde.

Die Masse m spannt, während ihrer Bewegung, den Faden CI (Fig. 33) beständig so, als wenn dieser ruhte und mit einer besondern Kraft nach der Richtung IL gezogen würde. Diese Kraft der bewegten Masse, die immer der Zentralkraft (vis centripeta) entgegengesetzt und gleich ist, heißet die Schwungkraft (vis centrifuga). Beide Kräfte entstehn weder aus der Trägheit der Masse, noch einer andern ähnlichen Ursache, sondern bloß aus der Bewegung, und hören auf, sobald die Masse ruht, ungeachtet sie bey der Ruhe eben so träge ist, als bey der Bewegung. Denn in jedem Punkte ihrer Bahn fängt sie an, in der Berührungslinie fortzugehn. Sie sucht sich also vom Mittelpunkte C zu entfernen, und wirkt in den Faden, dieser aber zieht sie zurück. Ueberhaupt erlangen alle Körper durch die Bewegung gewisse Kräfte, oder sie können in andre Körper wirken, mit denen sie zusammenhängen, oder auf die sie stoßen. Hier wird durch die Zentralkraft die Bahn der Masse gekrümmt, und durch die Schwungkraft der Faden gespannt.

Um die Größe der Zentralkraft f in jedem Punkte A des Kreises zu finden, setzen Sie, daß

diese Kraft, von A an, eine gewisse Zeit t hindurch ganz gleichförmig bliebe, und die Masse m von ihrem Faden befreyt würde, so würde diese in der Zeit t, mit der Geschwindigkeit c, welche sie in A hat, gleichförmig durch ein Stück AB der Berührungslinie bey A fortgehn, zugleich aber durch die gleichförmige Kraft f immer parallel mit AC fortgetrieben werden, also eine Parabel AE zu beschreiben anfangen. Es sey h der Raum, durch welchen ein Punkt von dieser Kraft f gleichförmig beschleunigt in einer Sekunde aus der Ruhe fortgetrieben werden möchte, so wird $BE : h = t^2 : 1$, also $BE = ht^2$. Da wir ferner die Elementarkraft der Schwere, als die Einheit ansehn, und g die Höhe ist, welche ein durch sie aus der Ruhe getriebner Körper in einer Sekunde durchfällt, so ist $f : 1 = h : g$ und $h = gf$, weil wir f als eine Elementarkraft ansehn wollen. Also wird $BE = gftt$; AB aber ist $= ct$.

Wir können aber durch jeden unendlich kleinen Augenblick jede auch noch so ungleichförmige Kraft, also auch hier die Zentralkraft, als gleichförmig annehmen, da sich ihre Richtung in einem solchen Augenblicke nur unendlich wenig verändern kann. Ist aber t unendlich klein, so ist es auch AB, und noch mehr BE und BF. Denn $BF = AD$ ist alsdann, wie Sie bereits wissen, ein unendlich Kleines der zweyten Ordnung, und $BE = BF = gft^2$. Nun aber ist $AD . DG = DF^2$ oder, wenn man den Halbmesser CA, r nennt: $AD . (2r - AD) = 2r . AD - AD^2 = AB^2$. Nun ist AD in Ansehung AB, also auch AD^2, in Ansehung AB^2, unendlich klein. Also wird $2r . AD = AB^2$ oder $2r . gft^2$

$= c^2 t^2$ und $f = \frac{c^2}{2rg}$. Die Totalkraft aber F wird, wenn die Masse m durch das Gewicht ausgedrückt wird, welches sie da erhält, wo die Elementarkraft der Schwere $= 1$ ist, $= \frac{mc^2}{2rg}$.

Da die Masse m sich überall mit gleicher Geschwindigkeit in ihrem Kreise bewegt, so ist auch die Zentralkraft überall von gleicher Größe. Läuft sie aber durch denselben Kreis, ein Mal mit einer größern, ein Mal mit einer kleinern Geschwindigkeit, so verhalten sich die Zentralkräfte in beiden Fällen, wie die Quadrate der Geschwindigkeiten. Gehn ferner zwey gleiche Massen in verschiednen Umkreisen gleich geschwinde, so verhalten sich ihre Zentralkräfte umgekehrt, wie die Halbmesser der Kreise. Sind endlich ihre Geschwindigkeiten um desto größer, je größer die Kreise sind, so verhalten sich die Zentralkräfte wie die Geschwindigkeiten. Alle diese Sätze lassen sich leicht, als unmittelbare Folgerungen der Gleichung $F = \frac{mc^2}{2rg}$, übersehn.

Da die Höhe a, zu welcher die Geschindigkeit c gehört, $= \frac{c^2}{4g}$ ist, *) so kann man unsre Gleichung auch so ausdrücken: $F = \frac{2ma}{r}$. Ist also die Zentralkraft der Schwere gleich, oder $F = m$, so wird $2a = r$ und $a = \frac{1}{2} r$, oder die Masse muß sich alsdann mit derjenigen Geschwindigkeit bewegen, die sie im leeren Raume erlangt, wenn sie schwer ist, und

*) Man sehe den drey und dreyßigsten Brief.

aus der Ruhe frey durch den halben Halbmesser ihres Kreises fällt. Und wenn sie diese Geschwindigkeit hat, so spannt sie bey ihrer Bewegung den Faden eben so stark, als sie ihn spannen würde, wenn sie als ein Gewicht lothrecht an ihm herunterhinge. In diesem Falle verhält sich die Umlaufszeit durch den ganzen Umkreis T, zu der Zeit des freyen Falles durch den halben Halbmesser desselben t, wie der ganze Umkreis zum Halbmesser, oder wie 2 p : 1. Denn der ganze Umkreis ist 2 p r, und da die Bewegung gleichförmig ist, so muß $1 : T = c : 2pr$, also $T = \frac{2pr}{c}$ (in unserm Falle, wo 2 a oder $\frac{c^2}{2g} = r$ ist) $= \frac{pc}{g}$ seyn. Nun verhalten sich beym freyen Falle die Zeiten, wie die Geschwindigkeiten. Daher ist $1 : t = 2g : c$ und $t = \frac{c}{2g}$; folglich $T : t = \frac{pc}{g} : \frac{c}{2g} = 2p : 1$. [1]

Wenn man Körper, so wie die Steine in einer Schleuder, in lothrechten Kreisen dreht, so hat ihr Gewicht auf ihre Schwungkräfte einen großen Einfluß. Indessen lassen sie sich dennoch aus den bisher vorgetragnen Grundsätzen ohne viele Schwierigkeit berechnen. [2] Wenn man ferner das obre Ende eines Fadens, der unten mit einem kleinem Gewichte beschwert ist, befestigt, den Faden aus der lothrechten Lage seitwärts zieht und dem Gewichtchen einen Stoß giebt, so kann man es dahin bringen, daß der Faden sich als in der Oberfläche eines Kegels zu drehen anfängt, und das Gewichtchen immer gleichförmig durch seinen Kreis fortläuft. Man

hat sogar Uhren auf die Art eingerichtet, daß sich ihre Pendel so kegelartig bewegen. [3]

So unbedeutend übrigens die Untersuchungen über die Kreisbewegung solcher Körper, die an Fäden befestigt sind, dem ersten Anblicke nach, zu seyn scheinen, so sehr wichtig sind sie in der That, weil sie dazu dienen, uns von den Schwungkräften deutliche und richtige Begriffe zu geben, die bey allen Körpern, welche sich um gewisse Axen drehen, also auch bey unsrer Erde anzutreffen sind. Auch die Schwungmaschinen können mit Nutzen gebraucht werden, um diese Begriffe sinnlich zu machen. Sie haben gewöhnlich zwey wagrechte Scheiben, welche durch ein mit einer Kurbel versehnes Rad, vermittelst einer Schnur ohne Ende, sehr schnell gedreht werden können. Auf der Axe C jeder Scheibe (Fig. 87) ist ein Lineal befestigt, und dieses trägt durch die Aufsätze in D und E einen geraden Drath, der gerade über C weggeht, und daher einen Durchmesser der Scheibe vorstellt. Man hat verschiedne durch ihren Mittelpunkt durchbohrte Kugeln, die man auf den Drat D E aufstecken kann, und die sich auf ihm leicht hin und her schieben lassen. Hat man nun zwey solche Kugeln wirklich aufgesteckt, und sie mit einem seidnen Faden verbunden, so bemerkt man, so bald man die Scheibe dreht, daß beide Kugeln unbeweglich bleiben, wenn sich ihre Massen umgekehrt wie ihre Entfernungen von C verhalten. Ist aber die eine Masse grösser, als sie nach diesem Verhältnisse seyn sollte, so entfernt sie sich schnell von C, und zieht die andre Kugel mit sich fort. Zerschneidet man aber den Faden zwischen beiden Kugeln, so entfernen sich beide von C, es sey denn, daß die eine völlig lothrecht über C stände. [4]

Wenn man, anstatt des Draths mit den Kugeln, über C ein kleines Gefäß mit zweyen gläsernen Röhren auffetzt, welche etwas schief aufsteigen, und sich in Kugeln endigen, die auf den Aufsätzen in D und E ruhen, also etwas höher liegen als die Mündungen der Röhren im Gefäße, so erhebt sich das Wasser, womit man des Gefäß anfüllt, durch das schnelle Umdrehen der Scheibe, und steigt durch die Röhren in die Kugeln, wo es sich sammlet. [5]

Nehmen Sie, anstatt des Gefäßes mit den Röhren, eine einzelne oben und unten verschloßne Glasröhre, die Sie entweder mit zweyen flüssigen Materien von verschiedner eigenthümlicher Schwere, oder bloß mit Wasser, auf dessen Grunde ein Stückchen Metall oder Glas liegt, oder auf welchem ein Stückchen Kork schwimmt, gefüllt haben. Befestigen Sie diese Röhre etwas schief auf dem Lineale, mit dem untern Ende nahe an C, mit dem obern auf dem Aufsatze D oder E, und drehen Sie hierauf die Scheibe, so werden Sie sehn, daß die eigenthümlich schwereren Körper allezeit nach oben und die leichtern nach unten gehn; daß der Kork im Wasser fällt, und das Metall nebst dem Glase darin aufsteigt. [6]

Es lassen sich sehr viele Erscheinungen, die uns täglich vorkommen, sehr leicht begreifen, wenn man sich einmal mit dergleichen Versuchen und ihren wahren Ursachen gehörig bekannt gemacht hat. Wagenräder z. B. werfen den Koth weit um sich her, wenn man schnell auf einem nassen Boden fährt; und ein angefeuchteter Schleifstein, den man schnell umdreht, spritzt das Wasser umher, und eben das thut auch ein Kreisel, wenn man, indem er sich schnell dreht, einige Tropfen drauf fallen läßt. Bey der Wassermaschine des Vera sondert sich das Wasser eben-

ebenfalls durch die Schwungkraft von den Stricken ab. Wenn man inwendig auf einen Reifen ein Glas mit Wasser setzt, und alsdann den Reifen lothrecht und schnell in die Runde dreht, so bleibt das Glas in jeder Lage fest am Reifen hängen, und auch von dem Wasser gießt sich nicht ein Tropfen aus, weil die Schwungkraft, durch die schnelle Umdrehung des Reifens, größer als die Schwere des Wassers wird. So säubert man auch in besondern Maschinen mit Flügelrädern vermittelst der Schwungkraft das Korn, und sondert die leichtern Körner von den eigenthümlich schwerern ab. Denn indem beide vermischt auf die Flügel der Maschine fallen, werden durch ihre schnelle Umdrehung die schwereren Körner weiter fortgetrieben als die leichtern.

Man kann Thiere tödten, wenn man sie schnell in die Runde dreht, und ihr Kopf von der Axe der Drehung weiter entfernet ist als der übrige Körper, weil man auf diese Art das Blut und alle Säfte gewaltsam nach dem Kopfe treibt. Daher müssen wir bey dem Ringelstechen und andern ähnlichen Spielen, wo wir schnell in die Runde gedrehet werden, oder uns schnell um einen festen Punkt schwingeu, dahin sehen, daß der Kopf nie durch einen größern Kreis laufe als der übrige Körper.

Anmerkungen.

1) Man kann noch verschiedne andre Folgerungen aus unsern Gleichungen ziehn, davon ich einige anführen will.

a) $T = \frac{2pr}{c}$ also $T^2 = \frac{4p^2r^2}{c^2} = \frac{2p^2r}{gf}$ weil $f = \frac{c^2}{2rg}$ ist. Also verhalten sich bey gleichen Schwungkräften die Quadrate der Umlaufszeiten, wie die Halbmesser der Kreise.

b) $T = \frac{pc}{g}$ also $T^2 = \frac{p^2c^2}{g^2}$, wenn $c^2 = 2gr$ ist, also auch $\frac{T^2g}{2p^2} = r$. Durch diese Gleichung findet man aus der Umlaufszeit den Halbmesser r des Kreises, in welchem die Schwungkraft so groß ist als die Schwere.

c) Bey gleichen Geschwindigkeiten und Kreisen verhalten sich die Schwungkräfte wie die Massen; wenn aber die Geschwindigkeiten sich umgekehrt wie die Halbmesser der Umkreise verhalten, so sind die Schwungkräfte umgekehrt, wie die Würfel der Halbmesser. Denn wenn $c = \frac{n}{r}$ ist, so wird $f = \frac{n^2}{2gr^3}$.

d) Wenn die Geschwindigkeit sich verhält, wie der Halbmesser, so ist die Schwungkraft immer wie mr. Denn F wird alsdann $= \frac{mr}{2g}$.

2. Ich muß hierbey einen Satz voraussetzen, den ich künftig erweisen werde: daß nehmlich ein schwerer Punkt, der durch sein Gewicht in irgend einer krummen lothrechten Linie BFA aus B herabsteigt, (Fig. 145) in jedem Orte, als F, die Geschwindigkeit hat, welche der Höhe CG zukommt, durch die er gefallen ist; und daß er vom tiefsten Orte A wieder bis in E aufsteiget, wenn E eben so hoch über A liegt als B.

Ist nun ein Faden in C befestigt, an welchem in A ein kleines Gewicht lothrecht hängt, und man hebt den Faden gespannt auf, daß er in die wagrechte Lage CB kommt, so beschreibt das Gewicht, wenn man es los läßt, den lothrechten halben Kreis BAE, und hat in irgend einem Punkte F die der Höhe CG = x zukommende Geschwindigkeit. Seine Schwungkraft $F = \frac{2ma}{r}$ ist also hier $\frac{2mx}{r}$, und hat die Richtung CF. Sie wird aber noch durch das Gewicht des Körpers vermehrt. Mag dieses durch CA vorgestellt werden, so läßt es sich in die 2 Kräfte nach CH und HG zerlegen, wenn GH senkrecht auf CF ist. Bloß die Kraft Z nach CH verstärkt die Schwungkraft. Es ist aber die Totalkraft der Schwere = m und z : m = CH : CG = CG : CF, weil die Dreyecke CHG und CFG sich ähnlich sind. Also wird z : m = CG : CF = x : r und $z = \frac{mx}{r}$. Also ist die ganze Kraft, durch welche der Faden in F gespannt wird, $= \frac{2mx}{r} + \frac{mx}{r} = \frac{3mx}{r}$; unten in A, wo x = r ist, = 3m oder dreymal so groß als das Gewicht des Körpers.

Auf diese Art steigt der Körper nur bis E, und fällt von da wieder zurück. Soll er durch den ganzen Kreis laufen, so muß er einen Stoß bekommen, der wenigstens so groß ist, daß im höchsten Punkte D seine Schwungkraft der Schwere gleich, also = m wird. Kommt er hierauf von D nach A, so gehört der Zuwachs seiner Geschwindigkeit in A der Höhe 2r.

Seine Schwungkraft ist hier also um $\frac{2ma}{r}$ oder, weil

hier a = 2 r ist, um 4 m größer als in D, also überhaupt = 5 m, oder fünf Mal so groß als sein Gewicht. Weil man nun in A noch das ganze Gewicht des Körpers zur Schwungkraft hinzu nehmen muß, so wird hier der Faden überhaupt mit dem sechsfachen Gewichte des Körpers gespannt:

3. Wenn A C (Fig. 146) eine lothrechte, B C eine wagrechte Linie und A B der in A befestigte Faden mit dem Gewichte ist, so muß man dem Gewichte in B nach einer wagrechten auf die Ebne A B C senkrechten Richtung einen Stoß geben, damit es einen wagrechten Kreis vom Halbmesser C B = r beschreibt. Ist der Stoß zu schwach, so beschreibt es eine Art von Ellipse; ist er aber stark genug, einen Kreis. Verlängert man nun C B in E, A B in D und ist B F so wie E D lothrecht, A C aber = e, so hat das Gewicht, indem es durch seinen Kreis läuft, erstlich die Schwungkraft nach $BE = \frac{2ma}{r}$, wenn a die seiner Geschwindigkeit zukommende Höhe bedeutet; zweytens wird es durch sein Gewicht m nach B F gezogen. Die aus diesen beiden Kräften zusammengesetzte Kraft muß eine Richtung B D haben, welche in die verlängerte A B fällt, wenn anders das Gewicht einen Kreis beschreiben soll. Daher wird $BE : BF = r : e$, also $\frac{2ma}{r} : m = r : e$ und $a = \frac{r^2}{2e}$.

Die Zeit des Umlaufs T ist $= \frac{2pr}{c}$ also $T^2 = \frac{4p^2r^2}{c^2} = \frac{p^2r^2}{ga}$ weil $c^2 = 4ga$ ist. Da nun $a = \frac{r^2}{2e}$ ist, so wird $T^2 = \frac{2p^2e}{g}$. Ist r = e oder der

Winkel CAB von 45°, so wird BE = BF oder die Schwungkraft so groß als die Schwere.

Da $1 : t^2 = g : 2e$ ist, wenn t die Zeit des Falles durch 2e oder durch die doppelte Höhe des Kegels ABC bedeutet, so ist $t^2 = \frac{2e}{g}$. Folglich ist $T^2 : t^2 = \frac{2p^2e}{g} : \frac{2e}{g} = p^2 : 1$ und $T : t = p : 1$.

Ist der Winkel BAC = n, so wird $AB = \frac{e}{\cos. n}$. Da nun die Kraft nach BD, womit der Faden gespannt wird, sich zum Gewichte m wie BD : BF = AB : e verhält, so wird jene Spannungskraft $= \frac{m}{\cos. n}$.

Wenn (Fig. 147) die hohle Fläche MAE, die aus der Umdrehung der Parabel MA um ihre Axe AN entsteht, so gestellt ist, daß die Axe lothrecht steht, und man giebt einer auf ihr irgendwo in M liegenden kleinen Kugel einen wagrechten Stoß, daß sie in ihr in einem wagrechten Kreise vom Halbmesser PM herumläuft, so wird auch hier die Kugel von ihrer Schwungkraft wagrecht nach MD, und von ihrer Schwere lothrecht nach MF getrieben. Ist nun MN senkrecht auf die parabolische Fläche, so muß die aus MD und MF zusammengesetzte Kraft MB in die verlängerte NM fallen, wenn sie durch den Widerstand der Fläche ganz vernichtet werden, und die Kugel immer gleichförmig in ihrem Kreise fortlaufen soll. Nennt man nun AP, x, PM, y, den Parameter der Axe, p, und zieht man die Berührungslinie MT an M auf die verlängerte Axe, so ist $px = y^2$ (III Einl. 224) und TP =

$2x$, PN aber $= \frac{1}{2} p$, weil, wegen der ähnlichen rechtwinklichten Dreyecke TMP, PMN, TP: PM = PM : PN ist. Nun ist die Schwungkraft in $M = \frac{2ma}{y}$ und sie verhält sich zu $m = MD$: $MF = PM : PN = y : \frac{1}{2} p$. Daher wird $pa = y^2$ und $a = x$. Es muß also in jedem Punkte M die der Geschwindigkeit c zukommende Höhe = AP seyn. Die Umlaufszeit T ist $= \frac{2py}{c}$ und $T^2 = \frac{p^2 y^2}{ga} = \frac{p^3 x}{gx} = \frac{p^3}{g}$, also allenthalben von gleicher Größe, man mag die Kugel hinlegen, auf welchen Punkt man will.

4. Von den beiden Kugeln A und B (Fig. 87) fängt die eine von dieser, die andre von der andern Seite an, sich von C zu entfernen, sobald die Scheibe gedreht wird. Sie ziehn also einander vermittelst des Fadens, der sie verbindet, wechselsweise. Nun verhalten sich auf der Scheibe die Geschwindigkeiten in den verschiednen Kreisen um C allenthalben, wie die Halbmesser der Kreise. Also sind die Schwungkräfte, mit welchen auch die Kugeln einander ziehn, im Verhältnisse von mr (1 Anmerk.). Verhalten sich daher die Gewichte der Kugeln umgekehrt, wie ihre Entfernungen von C, so zieht eine so stark, als die andre, und beide bleiben in Ruhe. Ist aber bey einer das Produkt mr größer, als bey der andern, so zieht jene diese nach sich.

Um aber die Versuche mit der Schwungmaschine besser zu begreifen, stelle man sich auf ihrer Scheibe einen beweglichen Punkt in A (Fig. 148) ganz frey vor. Sobald die Scheibe um C gedreht wird, fängt der Punkt an, nach der Berührungslinie AB fort-

zugehn und sich also von C zu entfernen. Dadurch wächst seine Geschwindigkeit, weil alle Punkte der Scheibe sich um desto schneller bewegen, je weiter sie von C entfernt sind. Allein die Scheibe wirkt in den bewegten Punkt immer nach andern und andern Richtungen, nämlich immer senkrecht auf die Linie CA oder CB, welche von ihm nach C geht. Daher wird die Bewegung des Punkts nicht nur immer mehr beschleunigt, so lange er auf der Scheibe ist, sondern auch in ihrer Richtung beständig fort verändert. Der Punkt geht also, da er in A nicht nach C gezogen wird, weder in dem Kreise AH, noch auch in der Berührungslinie AB fort, sondern er beschreibt eine besondre krumme Linie ADG, eine Art von Spirallinie.

Ist also eine einzelne Kugel auf den Drath der Scheibe aufgesteckt, so wird sie ebenfalls, wenn die Scheibe gedreht wird, in einer gewissen krummen Linie ADG mit beschleunigter Bewegung fortgehn. Aber in jedem Punkte D ihrer Bahn hat ihre Bewegung die Richtung der Linie DE, welche die Bahn in D berührt. Sie kann also in die zwey Bewegungen nach DB und DF aufgelöst werden, davon die Richtung jener in die verlängerte CD fällt, dieser aber ihre auf CD senkrecht ist. Die letztre wird beständig durch den Widerstand des Draths, welcher die Lage CD hat, wenn der Punkt in D ist, ganz vernichtet, mit der erstern aber entfernt die Kugel sich auf dem Drathe von C. Und da diese Bewegung der nach DE ähnlich ist, also immer mehr beschleunigt wird, so wirkt wirklich die Scheibe beständig mit einer gewissen Schwungkraft in den Punkt und entfernt ihn immer weiter von C. Daher werden auch zwey Kugeln, die nicht zusammenhän-

gen, von C fortgetrieben, wenn man die Scheibe dreht. Steht aber eine Kugel genau mit ihrem Mittelpunkte über C, so ist kein Grund da, weßhalb sie sich mehr auf diese, als auf jene Seite, von C entfernen sollte. Sie bleibt also bey der Drehung der Scheibe ganz ruhig.

5. Hier vertreten die Röhren die Stelle des Draths. Da sie etwas geneigt sind, so wird das Wasser durch sein Gewicht, als auf einer geneigten Ebne, in ihnen mit einer gewissen Kraft, gegen C, herabgetrieben. Sobald aber die Schwungkraft größer wird, als diese Art von Zentralkraft, so steigt das Wasser in die Kugeln, weil es sich von C entfernt.

6. Die Totalkraft des Schwunges verhält sich, wie die Masse, so wie die Totalkraft der Schwere. Gleichwie also dichtre Körper durch ihr Gewicht im Wasser nach unten gehn, weil die Richtung der Schwere nach unten gerichtet ist; eben so müssen von den durch die Schwungkräfte getriebnen Körpern die dichtesten Massen, nach der Richtung dieser Kräfte, welche hier nach oben geht, am schnellsten und weitsten im Wasser fortgehn, und die lockern hingegen, wenn sie sich ganz im Wasser befinden, sich jener Richtung entgegen, also hier nach unten, begeben.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Hube, Jan Michał,

Vollständiger und faßlicher Unterricht in der Naturlehre in einer Reihe von Briefen

Bd.: 4,1

Leipzig (1801)

Bamberg, Staatsbibliothek -- H.n.o.46(4#1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11689319-8